

稀疏矢量阵设计的模拟退火算法

邹锦芝¹, 侯卫民², 涂 英¹, 陈丹平¹

(1. 中国科学院声学研究所, 北京 100190; 2. 河北科技大学, 石家庄 050018)

摘要: 对于均匀间隔线列阵, 由采样定理可知, 当阵元间距超过信号波长的一半时, 指向性图会产生与目标等高的栅瓣。为了获得高分辨率, 同时避免栅瓣出现, 需要大量的传感器。为了减少设备复杂度, 可以采用稀疏布阵技术, 以较少的阵元获得较高的分辨力。将模拟退火算法应用到稀疏矢量水听器阵的设计中。通过优化阵元位置控制指向性图, 可以获得无栅瓣的指向性图。给出了优化后的稀疏矢量阵与均匀间隔矢量阵的指向性图比较。

关键词: 稀疏矢量阵; 模拟退火算法; 栅瓣

中图分类号: TB556

文献标识码: A

文章编号: 1000-3630(2009)-02-0168-04

DOI 编码: 10.3969/j.issn1000-3630.2009.02.16

Sparse vector sensor array design using simulated annealing

ZOU Jin-zhi¹, HOU Wei-min², TU Ying¹, CHEN Dan-ping¹

(1. Institute of Acoustics, the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China;

2. Hebei University of Science and Technology, Shijiazhuang 050018, China)

Abstract: For uniform linear arrays, grating lobes will appear when the distance between two adjacent sensors is beyond half the wavelength of the signal. According to traditional methods, large amount of sensors are needed to eliminate grating lobes. Sparse array technique is used to reduce sensors and high performance is achieved. Simulated annealing algorithm is applied to the design of acoustic vector sensor arrays. By optimizing the elements' position control, a directivity pattern without grating lobes is achieved.

Key words: sparse vector sensor array; simulated annealing; grating lobe

1 引言

在许多实用声纳工程应用中, 阵列要求有窄的扫描波束, 但不要求有相应的增益。因此, 可以在不增加阵元数的情况下, 通过在阵列孔径上稀疏布阵来实现。稀疏阵列源于均匀阵列, 它将均匀阵列中一定数目的阵元从均匀阵列孔径中抽出达到稀疏布阵的目的。对于均匀间隔线阵, 由采样定理可知, 当 $d > \lambda_{\min}/2$ (其中 d 为阵元间距, λ_{\min} 为信号最高频率对应波长) 时, 指向性图会产生与目标等高的栅瓣。为了获得高分辨率, 同时避免栅瓣出现, 需要大量的传感器以取得较大的孔径。这样, 硬件与软件开销都很大。为了以较少的阵元获得较高的分辨力, 可以采用稀疏布阵技术。该技术通过调整阵元位置可以控制指向性图, 进而抑制栅瓣与旁瓣, 在空间欠采样的情况下, 可以获得无栅瓣的指向性图。稀疏布阵技术自出现以来, 已经广泛应用于雷达、声纳、超声成像等领域。

在工程应用中, 稀疏阵的情况相当普遍。在超声成像领域, 可以取得较高的分辨率, 同时减少传感器数目。在声纳领域, 人们有意识地利用稀疏阵的情况不多, 但是实际当中遇到稀疏阵的情形却不少见。比如当按照半波长间距设计的阵列出现某些阵元失效的情况时, 阵列就变成稀疏阵。由于传统的声压水听器拖曳阵存在左右舷模糊的问题, 所以矢量拖曳阵有着广泛的应用前景。本文研究将稀疏布阵技术应用于矢量阵的设计上, 力求以较少的矢量水听器取得较好的指向性图。该研究对矢量阵设计有一定的指导作用。

2 稀疏阵设计技术

下面对稀疏阵列设计做简要介绍。

如图 1 所示, 均匀间隔直线阵的间距为 $d = \lambda/2$, 阵元数为 M , λ 为信号波长。假设有一稀疏阵, 阵元数为 $K < M$, 为了确保稀疏阵的孔径与满阵相同, 假设稀疏阵的首尾两个阵元位置与满阵相同。

稀疏阵的设计^[1]问题可以这样表述: 在 $M-2$ 个位置 p_1, p_2, \dots, p_{M-2} , 选择 $K-2$ 个点, 使得指向性图某种性能最优。通常的设计准则为: 在保持一定主

收稿日期: 2008-02-26; 修回日期: 2008-06-25

作者简介: 邹锦芝(1984), 女, 江西鹰潭人, 硕士研究生, 研究方向为水声信号处理。

通讯作者: 邹锦芝, E-mail: jinzhi_zou@hotmail.com

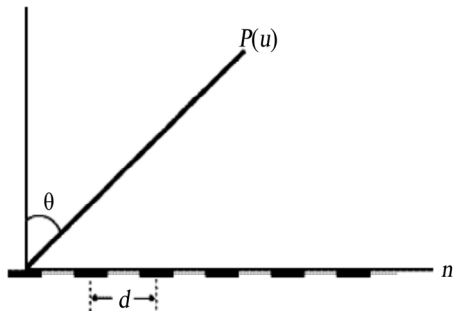


图 1 均匀间隔直线
Fig.1 Uniform linear arrays

瓣宽度的情况下, 使得旁瓣最低。

通过调整阵元位置控制指向性图要比调整阵元幅度的方法困难得多, 这是因为阵元位置的调整本质上是个组合优化问题。对于阵元数较少的阵元布局问题可以通过遍历搜索求得其精确解; 但是对于阵元数较多的情况, 由于计算量随问题规模呈指数型增长, 采用遍历的方法寻求精确解所需的时间将让人难以接受。例如对于 $M=101$ 的半波间距阵, 孔径 $L=50\lambda$, 假设 $K=26$, 则平均阵元间距 $d=2\lambda$, 可能的稀疏阵有 $C_{M-2}^{K-2}=C_{99}^{24}=6.063\times 10^{22}$ 种。对于这样大的样本数, 采用遍历法难以实现。

对于组合优化问题, 由于运算量的限制, 得到全局最优解非常困难, 因而研究能够求解次优解的有效近似算法具有重要意义。

3 模拟退火算法

模拟退火算法源于对固体退火过程的模拟。固体退火是先将固体加热至融化, 再缓慢冷却成规整晶体的热力学过程。在温度缓慢降低的过程中, 分子运动由液态的杂乱无章, 逐渐变为有序, 最后成为围绕晶体格点的微小振动, 随着温度缓慢降低, 系统的能量也逐渐减少至最低。模拟退火算法是一种迭代的算法: 在每一次迭代中, 当前状态引入一个微小的随机改变量 Δ_j , 新状态为 Y^* 。如果新状态 Y^* 的能量 $E(Y^*)$ 变小, 则新状态将代替当前状态。反之, 如果新状态的能量 $E(Y^*)$ 变大, 则新状态代替当前状态的可能性取决于系统的温度。一般来说, 系统温度越高, 当前状态被取代的可能性越大。新状态取代当前状态的概率 $P(Y_{j+1}=Y^*)$ [2] 可以表示为:

$$P(Y_{j+1}=Y^*) = \begin{cases} \exp\{-\frac{E(Y^*)-E(Y_j)}{kT}\} & \text{if } E(Y^*) > E(Y_j) \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

其中, k 是玻尔兹曼常数, T 是系统温度。

随着迭代次数的增多, 系统温度逐渐降低直到冻结为一个最终的稳定状态。虽然该算法有一定的运算量, 但是它的统计特性使得它比传统方法有着显著的优势。

受固体退火过程的启发, 人们将组合优化问题中的样本 X_i 与固体的微观状态 Y_j 类比, 将问题的目标函数 $f(X_i)$ 与该微观状态对应的能量 $E(Y_j)$ 相对应。设计与温度类似的参数 t 控制控制算法进程。下面给出模拟退火算法的伪 matlab 语言描述:

```
initialize(X0,T0);
Emin=-inf;
for i=1:num_iter
    T=update(T0);
    for j=1:num_pert
        X1=perturbate(X0);
        E_new=energy(X1);
        Delta_E=E_new-E_min;
        X0=X1;
        if Delta_E<0||exp(-Delta_E/T)>rand(1)
            E_min=E_new;
            X_min=X1;
        else
            end
        end
    end
end
```

其中第 1 行: initialize(X0,T0) 给出初始的温度 T0 与微观态 X0。第 4 行: T=update(T0) 模拟降温过程, 以某种方式更新温度。第 6 行: X1= perturbate(X0) 随机产生新的微观态。第 7 行计算新产生微观态的能量。第 10 行是模拟退火算法区别于其他局部搜索算法的关键: 按照该条件, 模拟退火算法除接受优化解外, 还在一定程度上接受恶化解。最初温度较高, 可以接受较差的恶化解, 随着温度缓缓降低(退火过程), 只能接受较好的恶化解。最后当温度趋于零, 就不再接受任何恶化解。模拟退火算法对微观态的这种选择方式, 使得模拟退火算法可以从局部最优的“山谷”中跳出来, 更有可能获得全局最优解。

只需要进行简单的类比就可以在其它领域运用模拟退火算法。对于稀疏阵的设计, 不同的阵元位置对应固体不同的微观态, 指向性图的旁瓣级对应固体能量。下面利用模拟退火算法对稀疏矢量阵进行优化设计。

4 仿真计算

假设目标信号为 750Hz, 若采用半波长布阵, 则阵元间距 $d=1m$ 。现在有 8 个矢量水听器, 按照传统方法布阵, 声阵孔径为 $L=7m$ 。为了提高分辨率, 需要将声阵孔径扩展, 扩展程度可自行设计。这里假设

将孔径扩大 3 倍，即扩展后的孔径 $L=21\text{m}$ 。按照前面的讨论，可知 $M=22, K=8$ 。考虑以下三种阵形：

- (1) 阵形 1: $L=7\text{m}, d=1\text{m}$, 8 元矢量直线阵
- (2) 阵形 2: $L=21\text{m}, d=3\text{m}$, 8 元矢量直线阵
- (3) 阵形 3: $L=21\text{m}$, 8 元稀疏矢量阵

为保证分辨率，在限定指向性图主瓣宽度的前提下，寻找旁瓣最低的阵形。具体来讲就是主瓣 -6dB 束宽小于 $\theta_{-6\text{dB}}=1.22\lambda/L$ ，其中 λ 为信号波长。

图 2 为模拟退火算法得到的旁瓣级随迭代次数的变化曲线。可以看到，算法的收敛性能良好。算法得到的阵元位置为： $\{0\ 5\ 8\ 11\ 12\ 17\ 19\ 21\}$ 单位： m ，旁瓣级为 -8.7227dB 。

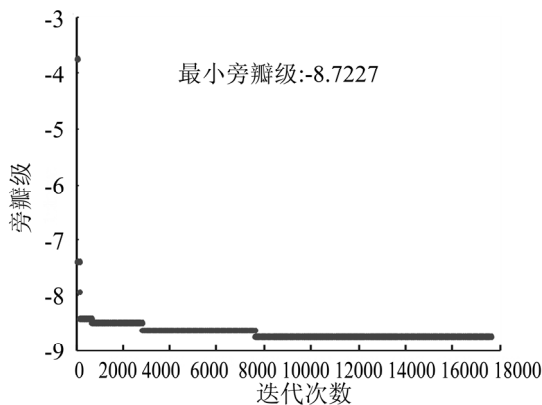


图 2 旁瓣级随迭代次数的变化曲线
Fig.2 Sidelobe level curve to iterative times

图 3 为稀疏阵与阵形 1 在 87° 、 750Hz 时的指向性图，可以看到，优化稀疏阵的主瓣宽度变窄，旁瓣高度略微变大。

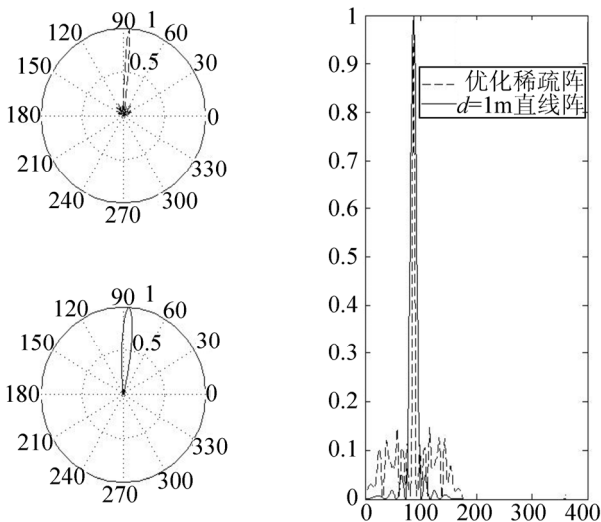


图 3 稀疏阵与阵形 1 在 87° 、 750Hz 时的指向性图
Fig.3 Beam patterns with steering to 87° of sparse arrays and the first array when the signal's frequency is 750Hz .

图 4 为稀疏阵与阵形 2 在 87° 、 750Hz 时的指向性图，可以看到，阵形 2 出现栅瓣，而优化稀疏阵避免了栅瓣的出现。

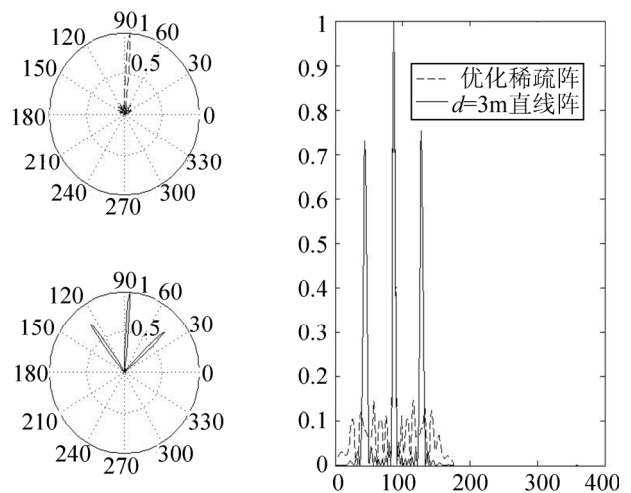


图 4 稀疏阵与阵形 2 在 87° 、 750Hz 时的指向性图
Fig.4 Beam patterns with steering to 87° of sparse arrays and the second array when the signal's frequency is 750Hz .

通过以上仿真结果可以发现，和阵形 1 相比，由于扩展了孔径，稀疏阵的分辨率较高，其代价是栅瓣级高于阵形 1。与阵形 2 比较，两者的分辨率相同，阵形 2 出现明显的栅瓣，而稀疏阵主瓣区域外的旁瓣、栅瓣区域较为平坦，没有栅瓣模糊。从能量守恒的观点，稀疏阵的设计相当于调节阵元位置，让阵形 2 的栅瓣降下来，使得降下来的能量均匀分布到整个旁瓣区域。

对于本例， $M=22, K=8, C_{M-2}^{K-2}=C_{20}^6=38760$ ，可以采用遍历法^[3]求出主瓣 -6dB 束宽小于 $\theta_{-6\text{dB}}=1.22\lambda/L$ ，旁瓣级最低时的阵元位置为： $\{0, 5, 11, 13, 14, 15, 17, 21\}$ ，对应旁瓣级为 -8.8786dB 。由图 2 可知，当迭代次数达到 7900 次时，模拟退火算法得到的旁瓣级为 -8.7227 ，仅比最优解高 0.1559dB 。采用遍历法需对 38760 个样本进行遍历搜索，计算量很大。由此可见，模拟退火算法所用的时间远低于遍历法。这表明模拟退火算法是非常有效的。对于大规模的稀疏阵设计，模拟退火算法将更能显示其优越性。对于宽带声波信号探测，稀疏矢量阵同样具有在不增加阵元的前提下扩大孔径且有更窄扫描波束的特点。图 5、6 为宽带信号的指向性仿真图。

图 5 为稀疏阵与阵形 1 在 87° ，宽带信号为 $200\text{Hz}\sim 400\text{Hz}$ 时的指向性图。

图 6 为稀疏阵与阵形 2 在 87° ，宽带信号为 $200\text{Hz}\sim 400\text{Hz}$ 时的指向性图。

通过宽带信号仿真结果可以发现，与阵形 1 相比，由于扩展了孔径，稀疏阵的分辨率较高，其代价是栅瓣级略高于阵形 1。与阵形 2 比较，两者的分辨率相同，稀疏阵主瓣外的旁瓣级略高于阵形 2。由于信号频率较低，此时阵形 2 未出现栅瓣。

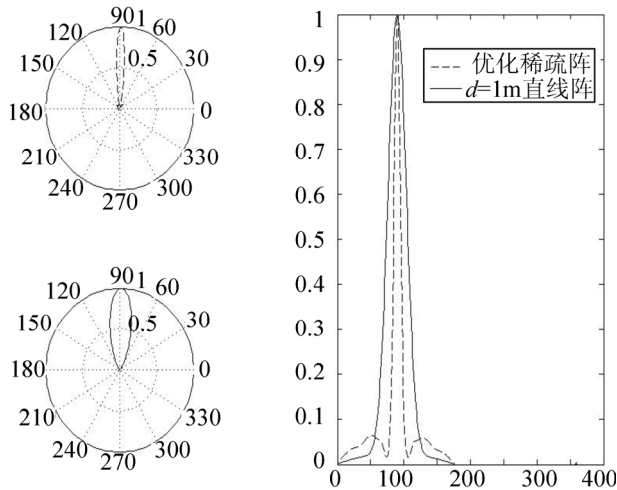


图 5 稀疏阵与阵形 1 在 87°, 信号为 200Hz~400Hz 时的指向性图
Fig.5 Beampatterns with steering to 87° of sparse arrays and the first array when the signal's frequency is from 200Hz to 400Hz

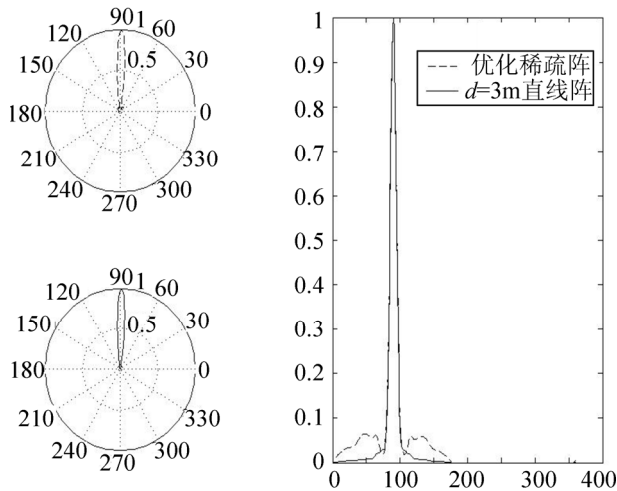


图 6 稀疏阵与阵形 2 在 87°, 信号为 200Hz~400Hz 时的指向性图
Fig.6 Beampatterns with steering to 87° of sparse arrays and the second array when the signal's frequency is from 200Hz to 400Hz

5 结论

本文将模拟退火算法的概念应用到稀疏矢量阵的阵元位置优化和阵列综合上。仿真结果验证了稀疏矢量阵分辨率高, 主瓣区域外的旁瓣、栅瓣区域较为平坦, 没有栅瓣模糊。模拟退火算法具有灵活性强、收敛性好等特点; 且对于大规模稀疏阵的设计, 模拟退火算法运算所用的时间远低于传统的遍历法。

参 考 文 献

- [1] Sanjit K.Mitra, Mikhail Tchobanou, Gordana. A simple approach to the design of one dimensional sparse arrays[J]. IEEE, 2004, III541-III 544.
- [2] Murino V, Trucco A, Carlo S. Regazzoni. Synthesis of unequally spaced arrays by simulated annealing[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1996, 44(1): 119-123.
- [3] Y. T. Lo, S. W. Lee. A study of spaced_tapered arrays. IEEE Trans[J]. Antennas Propagate, 1996, 14: 22-30.
- [4] B.P.Kumar and G.R.Branner. Design of unequally spaced arrays for performance improvement[J]. IEEE Trans.Antennas Propagate, 1999, 47(3): 511-523.
- [5] Haupt R. L. Thinned Arrays Using Genetic Algorithms[J]. IEEE Trans. Antennas and Propagation, 1994, 42(7): 993-999.
- [6] 付云起, 袁乃昌, 毛钧杰. 基于遗传算法和模拟退火算法的不等间距稀布阵的设计[J]. 电子与信息学报, 2001, 23(7): 700-704.
Fu Yunqi, Yuan Naichang, Mao Junjie. Design unequally spaced arrays by genetic and simulated annealing algorithm[J]. Journal of Electronics and Information Technology, 2001, 23(7): 700-704
- [7] 张浩斌, 杜建春, 聂在平. 稀疏阵列天线综合的遗传算法优化[J]. 微波学报, 2006, 22(6): 48-51, 62.
ZHANG Haobin, DU Jianchuan, NIE Zaiping. Thinned array synthesis using genetic algorithm[J]. Journal of Microwave, 2006, 22(6): 48-51, 62.