

线性调频信号检测的快速调频变换算法

徐楚林¹, 冯海泓¹, 蒋国岩²

(1. 中国科学院声学所东海研究站, 上海 200032; 2. 大连 91439 部队, 辽宁大连 116041)

摘要: 线性调频(LFM)信号是雷达和声呐系统中常用的宽带信号。介绍了一种快速调频变换算法, 用于线性调频信号的检测。首先对该方法进行了详细的推导和讨论, 讨论了该快速算法中使用到的部分傅立叶变换快速算法, 并研究了快速调频变换算法的计算量。最后, 实验表明了快速调频变换算法有良好的信号检测性能。

关键词: 线性调频; 快速调频变换; 部分傅立叶变换

中图分类号: TB556

文献标识码: A

文章编号: 1000-3630(2009)-02-0196-04

DOI 编码: 10.3969/j.issn1000-3630.2009.02.23

LFM signal detection by fast chirp transform

XU Chu-lin, FENG Hai-hong, JIANG Guo-yan

(1. Shanghai Acoustic Laboratory Academy of Sciences, Shanghai 200032, China; 2. Unit 91439, PLA, Dalian 116041, Liaoning, China)

Abstract: Linear Frequency Modulated (LFM) signal is a good choice in sonar and radar systems^[1]. In this paper the Fast Chirp Transform (FCT) algorithm and the related fast Fractional Fourier Transform (FRFT) algorithm are introduced, and it has been shown how the two algorithms can be used to detect the LFM signal effectively. In the end, an experiment is made to indicate the good performance of the FCT algorithm in signal detection.

Key words: LFM; Fast Chirp Transform (FCT); Fractional Fourier Transform (FRFT)

1 引言

线性调频信号广泛应用于现代雷达和声呐系统中。在水声领域, 同传统的单频信号相比, 线性调频信号具有很多优势^[1]: 线性调频信号受多途影响小, 混响白噪声化, 通过选择适当参数可以同时实现高频率分辨率和高时间分辨率。除了声呐系统之外, 将线性调频信号应用于水声应答器等系统中, 有助于提高这些系统信号检测的可靠性, 更适合于海洋声场的复杂环境。

目前线性调频信号的检测一般使用匹配滤波器, 也就是相关方法。相关方法具有理论上最高的信噪比^[2], 因此得到广泛应用。但是相关方法只能检测已知形式的信号, 不适用于搜索未知参数的调频信号。

本文研究了快速调频变换算法^[3]。这是一种检测线性调频信号的快速算法, 适用于在信号中搜索未知参数调频信号成分。

2 LMF 信号的形式

线性调频信号的离散形式为:

$$S_{LFM}(n) = Ae^{j2\pi\left(\frac{k_0}{N}n + \frac{k_1}{N^2}n^2\right)} \quad (1)$$

其中信号长度为 N 。当 $n=0$ 时, 信号的瞬时数字频率为 k_0/N , 当 $n=N$ 时, 信号的瞬时数字频率为 $(k_0+2k_1)/N$ 。因此 k_0 标志着信号的初始频率, 称为初始频率参数, 而 k_1 标志着信号频率改变的速度, 称为调频参数。

在实际应用中无法发射复数信号, 使用的往往是线性调频信号的实数部分, 其表达式为:

$$S_{LFM_REAL}(n) = A \cos \left[2\pi \left(\frac{k_0}{N}n + \frac{k_1}{N^2}n^2 \right) \right] \quad (2)$$

3 离散调频变换及快速调频变换

离散调频变换(DCT)的公式如下:

$$H(k_0, k_1) = \sum_{n=0}^{N-1} h_n e^{i2\pi\left(\frac{k_0}{N}n + \frac{k_1}{N^2}n^2\right)} \quad (3)$$

其中 N 是序列长度。 $H(k_0, k_1)$ 的值表示信号中含有参数为 k_0 、 k_1 的调频信号的量。因此, 只要求出一个序列的离散调频变换结果矩阵, 就可以知道此序列含有的各种调频信号的量。但是直接计算离散调频变换, 计算量非常大。

快速调频变换(FCT)是一种计算序列 DCT 的快速算法, 这种算法通过进行适当的近似, 将 DCT

收稿日期: 2008-12-20; 修回日期: 2009-03-05

作者简介: 徐楚林(1979-), 男, 吉林省吉林市人, 硕士研究生, 研究方向为信号与信息处理。

通讯作者: 徐楚林, E-mail: vbtraz@163.com

的计算转换成一系列短序列的傅立叶变换的形式,从而达到高效计算的目的。

首先,将式(3)中的信号分成一些小的段落,使得在每个段内信号频率变化很小,可以近似看作单频信号进行计算。如果把信号分成 M 段,其中第 m ($0 \leq m < M$) 段开始元素的标号记为 n_m ,而第 m 段最后一个元素的标号为 $n_{m+1}-1$ 。作为特例,两端的标号分别是 $n_0=0, n_M=N$ 。按这样的标记重写式(3),并忽略段内频率的变化,则可以得到近似的表达式:

$$H(k_0, k_1) = \sum_{m=0}^{M-1} \left[\sum_{n=n_m}^{n_{m+1}-1} h_n e^{i2\pi \frac{k_0}{N} n + i2\pi \frac{k_1}{N^2} n^2} \right] \approx \sum_{m=0}^{M-1} \left[\sum_{n=n_m}^{n_{m+1}-1} h_n e^{i2\pi \frac{k_0}{N} n + i2\pi \frac{k_1}{N^2} n_m^2} \right] = \sum_{m=0}^{M-1} \left[e^{i2\pi \frac{k_1}{N^2} n_m^2} \sum_{n=n_m}^{n_{m+1}-1} h_n e^{i2\pi \frac{k_0}{N} n} \right] \quad (4)$$

记 $C_{\{k_0, m\}} = \sum_{n=n_m}^{n_{m+1}-1} h_n e^{i2\pi \frac{k_0}{N} n}$, 则有:

$$C_{\{k_0, m\}} = e^{i2\pi \frac{k_0}{N} n_m} \times \sum_{n=0}^{n_{m+1}-n_m-1} h_{n+n_m} e^{i2\pi \frac{k_0}{N} n} \quad (5)$$

$$H(k_0, k_1) = \sum_{m=0}^{M-1} \left[e^{i2\pi \frac{k_1}{N^2} n_m^2} C_{\{k_0, m\}} \right] \quad (6)$$

其中 $C_{\{k_0, m\}}$ 的计算可以使用第4节介绍的部分傅立叶变换的快速算法。

为了快速计算式(6)中的乘累加,尝试将它转化为 DFT 的形式:可以在最初分段时对分段进行更多的限制,使得所有的 n_m^2/N ($m=0, 1 \dots M-1$) 形成等差数列。这等价于要求 n_m^2 形成等差数列,由于 n_m 都是整数,因此这个要求是不可能准确实现的,只能近似地形成等差数列。当这个条件基本满足时,存在数 L 使得 $n_m/N \approx mL$ ($0 \leq m < M$)。利用该近似关系,就可以将式(6)整理成式(7)的形式:

$$H(k_0, k_1) = \sum_{m=0}^{M-1} \left[e^{i2\pi \frac{k_1}{N^2} mL} C_{\{k_0, m\}} \right] \quad (7)$$

得到 $C_{\{k_0, m\}}$ 的值之后,进行 N 次长为 M 的快速傅立叶变换,即可求得信号的 DCT。

4 部分傅立叶变换

在快速调频变换算法中,式(5)的计算对性能的影响比较大。将第 m 小段长度记为 l_m , 即 $l_m = n_{m+1} - n_m$, 则可以把式(5)改写成式(8)的形式,有助于理解它的实际意义。

$$C_{\{k_0, m\}} = e^{i2\pi \frac{k_0}{N} n_m} \times \sum_{n=0}^{l_m-1} h_{n+n_m} e^{i2\pi \frac{k_0}{N} n} \quad (8)$$

式(8)表明,若要计算一个长为 l_m 的序列离散傅立叶变换在非整数点上的值,采用 FFT 方法必须进行大量的补零。而采用部分傅立叶变换的快速算法可以有效地解决这个问题^[4]。

长为 m 的序列 x_j 的部分傅立叶变换的定义如下:

$$G_\alpha(x, k) = \sum_{j=0}^{m-1} x_j e^{-2\pi i j k \alpha} \quad (9)$$

其中 α 是一个预先指定的常量,在计算 $C_{\{k_0, m\}}$ 时,相应的 $\alpha=1/N$ 。式(9)中的 k 与 DFT 不同,可以是任意整数,这里的结果不一定是周期的。此处, k 的取值范围是 $0 \leq k \leq N-1$ 。

计算 $G_\alpha(x, k)$ 的快速算法基于 Chirp z-transform。将 $2jk = j^2 + k^2 - (j-k)^2$ 代入式(9)可以得到:

$$\begin{aligned} G_\alpha(x, k) &= \sum_{j=0}^{m-1} x_j e^{-\pi i [j^2 + k^2 - (j-k)^2] \alpha} \\ &= e^{-\pi i k^2 \alpha} \sum_{j=0}^{m-1} x_j e^{-\pi i j^2 \alpha} e^{\pi i (j-k)^2 \alpha} \\ &= e^{-\pi i k^2 \alpha} \sum_{j=0}^{m-1} y_j z_{k-j} \end{aligned} \quad (10)$$

其中 $y_j = x_j e^{-\pi i j^2 \alpha}$, $z_j = e^{\pi i j^2 \alpha}$ 。这样计算部分傅立叶变换的主要运算变成一个卷积运算,可以使用快速傅立叶变换进行快速计算。

这里是一个长为 N 的长序列和一个长为 m 的较短序列的卷积。为此,可以将结果的每 m 个值分成一段,每次求得其中一段的值而不是全部,假设要计算 k 在 $[0, nm)$ 之间的值,共分为 n 段计算。计算每一段时,将 y 和 z 序列中不相关的部分去掉,并扩充成 $2m$ 长的序列,再用快速傅立叶变换算法求两个序列的圆周卷积。其中求解第 n 段时, y 、 z 序列需要按如下规则构造:

$$\begin{aligned} y_j &= \begin{cases} x_j e^{-\pi i j^2 \alpha} & 0 \leq j < m \\ 0 & m \leq j < 2m \end{cases} \\ z_j &= \begin{cases} e^{\pi i (j+nm)^2 \alpha} & 0 \leq j < m \\ e^{\pi i (j+nm-2m)^2 \alpha} & m \leq j < 2m \end{cases} \end{aligned} \quad (11)$$

按照式(11)的规则求得以上两序列的 FFT, 对应相乘,得到的序列求 IFFT 的结果即是两序列卷积的值(这里 $k \in [nm, nm+m)$)。

从式(11)扩充方式中也可以看到:

(1) z 序列的值与输入无关,只要确定了 α 的值,就可以预先计算并保存 z 。

(2) y 序列的值在计算每一段的部分傅立叶变换时都是相同的。

利用这两点可以预先计算好每一段对应的 z 序列的 FFT 和系数序列 $e^{-\pi i k^2 \alpha}$ 。在得到信号 x 后计算出 y 序列的 FFT, 并与各段 z 序列的 FFT 相乘, 再进

行 IFFT 并乘以系数序列, 就可以得到相应段的部分傅立叶变换序列了。计算每一段 m 个值需要进行 2 次 $2m$ 点 FFT 和 $2m$ 次复数乘法, 再加上计算 y 序列所需的一次 $2m$ 点 FFT 和 m 次复数乘法, 计算所有 mn 个值需要约进行 $(4mn+2m)\log_2 2m$ 次复数加法运算和 $(2mn+m)\log_2 2m+2mn+m$ 次复数乘法运算。

5 快速调频变换的计算量

快速调频变换算法的计算量^[5]主要来自两部分: 计算 $C_{\{k_0, m\}}$ 和用 $C_{\{k_0, m\}}$ 计算 DCT 所需的运算量。

其中, 计算 $C_{\{k_0, m\}}$ 需要进行 M 次部分傅立叶变换后乘以一个系数, 共需要进行复数加法运算的次数为:

$$\sum_{m=0}^{M-1} (2l_m + 4N) \log_2 2l_m$$

所需复数乘法运算次数为:

$$\sum_{m=0}^{M-1} (l_m + 2N) \log_2 2l_m + 3MN + N$$

得到 $C_{\{k_0, m\}}$ 后计算 DCT 时, 共需要 $NM \log_2 M$ 次复数加法和一半次数的复数乘法。

如果采用相关方法对长为 N 的数据进行 M 路检测, 需要进行 $M+1$ 次长为 $2N$ 的 FFT 和 M 次 $2N$ 长序列相乘。总共计算量为 $(M+1)N \log_2 2N + 2MN$ 次复数乘法和 $2(M+1)N \log_2 2N$ 次复数加法。

图 1 是当序列长度为 1024 时, 分段数与所需复数乘法数量的关系曲线。

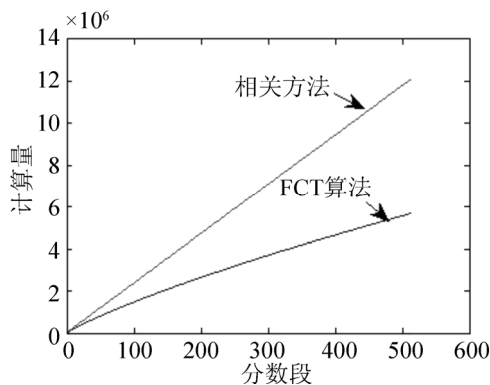


图 1 FCT 算法的计算量

Fig.1 Computational complexity of FCT

从图 1 中可以看出, FCT 算法的计算量明显少于相关方法, 分段数较多时计算量约为相关方法的一半。

6 实验

通过实验验证 FCT 算法的调频信号检测能力。实验内容为发射调频信号并检测一球体对调频信

号的反射波。

实验用水池长 10m、宽 5m、深 6m。圆球是直径为 25cm 的实心水泥球。球和水听器布放深度均为 2.5m。现场简图如 2 所示。

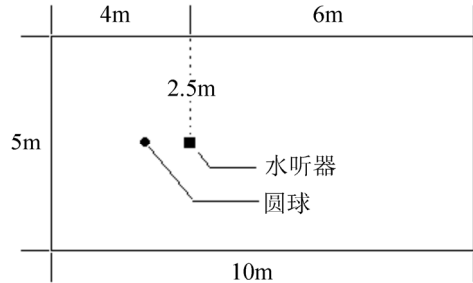


图 2 实验现场简图

Fig.2 Sketch of the experiment

采集卡的接收采样率为 250kHz, 发射采样率为 500kHz, 发射电压为 10V。发射信号是一个线性调频信号, 中心频率 70kHz, 调频带宽 20kHz, 信号长度 0.4ms。实验时调整球的位置, 使球与水听器距离约为 1m、1.3m 和 2m 时, 分别采集回波信号。

图 3 中三种线形的曲线分别是 3 种距离下的回波处理结果。尖峰 A 是 1m 距离的圆球的反射信号, 出现在延迟 1.24ms 处。尖峰 B 是 1.3m 距离的圆球的反射信号, 出现在延迟 1.75ms 处。尖峰 C、E 分别是较近的两侧池壁的回波信号, 而较小的尖峰 D 是水面回波信号。尖峰 F 出现在延迟 4.8ms 处, 代表池底回波。当球距离水听器约 2m 时回波信号已经很微弱, 勉强可以分辨。

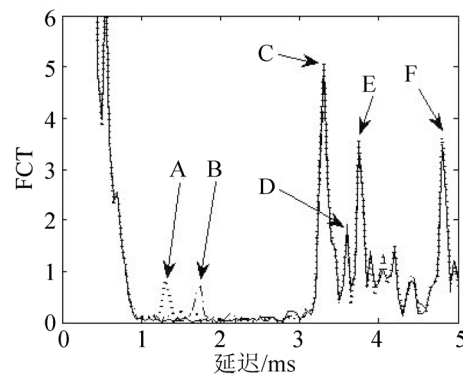


图 3 圆球回波信号处理结果

Fig.3 Result of the experiment

从图 3 可以看到, 多组数据之间除了圆球的回波延迟有所变化外, 池壁水面等处回波的曲线几乎完全重合, 回波延迟完全相同, 说明这种方法确实有效, 且对时间的分辨率较好。

FCT 算法将信号分解为固定长度的段落进行计算, 当实际信号跨越分段时会对信号的检测产生一定影响, 另外计算中的误差也会影响检测能力。

使用 FCT 算法处理上述实验的数据,水听器距离圆球 1m 时的反射信号峰值平均为 0.4776,水听器距离圆球 1.3m 时的反射信号峰值平均为 0.6747。而使用相关方法处理的结果中,平均峰值分别为 0.6454 和 0.9197。峰值分别降低 26%和 26.7%,说明 FCT 算法的检测能力较相关方法有所下降。

7 结 论

快速调频变换算法是一种有效的检测调频信号的方法,非常高效并且具有很好的时间分辨率。这种算法尤其适用于搜索未知参数的线性调频信号,当用于已知参数线性调频信号的检测时的检测

能力略差与相关方法。

参 考 文 献

- [1] 田坦,刘国枝,孙大军. 声呐技术[M]. 哈尔滨:哈尔滨工程大学出版社,2006.
- [2] 曹志刚,钱亚生. 现代通信原理[M]. 北京:清华大学出版社,1992.
- [3] Jenet F A, Prince T A. Detection of variable frequency signals using a fast chirp transform[J]. Physical Review, 2002, D62, 122001.
- [4] David H Bailey, Paul N Swarztrauber. The Fractional Fourier Transform and Applications[J]. SIAM Review, 1991, 33(3): 389-404.
- [5] Oppenheim A V. Discrete-Time Signal Processing[M]. 北京:清华大学出版社,2005.