空间非平稳噪声下圆阵的修正 Capon 算法

曾耀平

(西安邮电学院通信工程系，西安 710121)

摘要：在空间非平稳噪声环境下，利用估计的噪声相关矩阵对圆阵接收数据相关矩阵进行预处理，可以消除非平稳噪声对方位估计的影响。再利用修正 Capon 算法，可以突破瑞利限的限制，且不需要知道信源数，从而实现目标的高分辨方位估计。仿真结果证实了该方法的有效性。

关键词：空间非平稳噪声；均匀圆阵；修正 Capon 法

中图分类号：TN957.52　　　　**文献标识码**：A　　　　**文章编号**：1000-3630(2009)-03-0300-03

DOI 编码：10.3969/j.issn1000-3630.2009.03.022

Modified Capon algorithm for uniform circular array in spatially nonstationary noise fields

ZENG Yao-ping

(*Department of Telecommunication Engineering*, *Xi'an University of Post and Telecommunications*, *Xi'an* 710121, *China*)

Abstract：Modified Capon algorithm for uniform circular array in spatially nonstationary noise fields is presented. The received data for DOA estimation is firstly prewhitened by using the estimation of noise covariance. This could eliminate the influence of nonstationary noise. By using modified Capon algorithm, high estimation capability can be acquired without knowing the number of sources. Computer simulation shows the validity and the accuracy of the algorithms.

Key words: spatially nonstationary noise; uniform circular array; modified Capon algorithm

1 引 言

在阵列信号处理中，DOA 估计受到了广泛的关注。最典型的高分辩算法是基于特征分解的 MUSIC 算法，不过它需要知道信源的先验数目，运算量较大，对实际条件要求高，不够稳健[1,2]；Capon 算法无需信源数目，但受瑞利限的限制，分辨率不高；修正 Capon 算法结合两种算法的优点，突破了瑞利限且无需知道信源数目，在强噪声下具有很好的应用前景。同时，DOA 估计研究的重点大多假设环境噪声是白噪声，然而阵元输出噪声是空间非平稳噪声的情况在实际中也经常出现[3,4]，比如通道增益的不一致会使阵元输出白噪声变成非平稳噪声，噪声的非平稳性使得协方差矩阵特征分解后，其噪声特征值会不相同，从而引起空间谱估计的误差。另外，相对于目前研究得最充分的均匀线列阵，均匀圆阵有着许多优点：如圆阵能提供 360º的方位角信息，可得到俯仰角信息等，这些优良特性显示均匀圆阵将有广阔的应用前景。因此，研究空间非平稳噪声下基于圆阵的空间谱估计有着重要的实际意义。

在实际应用中对于阵元输出噪声是空间非平稳噪声的这种情况，文献[5]提出了用矩阵变换法来实现协方差矩阵差分方法。但其估计精度依赖于变换矩阵参数的选择，不当的变换矩阵会导致算法的失效；文献[6]提出在数据自相关矩阵的基础上，利用置换矩阵构造一个新矩阵，两者相减，从而使所得的差矩阵不再含有噪声相关分量。但它会产生伪峰；文献[7]通过利用估计的噪声相关矩阵对接受数据相关矩阵进行预处理，消除了空间非平稳噪声对方位估计的影响，该算法精度高，抗噪性能较好。但文献只分析了算法在线阵中的应用。 本文在文献[7]的基础上，将消噪的应用范围扩展到了圆阵中，并利用修正 Capon 算法，在不需要信源数目的条件下，可以实现快速的高分辨方位估计，并用仿真验证了算法的有效性。

2 信号和阵列模型、噪声相关矩阵

本文考虑的是远场窄带信号。M 元均匀圆阵接收 P 个非相关源，信源方向分别为 $\theta_1,\theta_2,\ldots,\theta_p$。

阵列接收到的信号矢量为：

$$\boldsymbol{X}(t)=\boldsymbol{A}(\theta)\boldsymbol{S}(t)+\boldsymbol{N}(t) \tag{1}$$

收稿日期：2008-04-02；修回日期：2008-07-02

基金项目：西安邮电学院中青年教师科研基金(109-0408)

作者简介：曾耀平(1975-)，男，陕西延安人，硕士，研究方向为阵列信号处理。

通讯作者：曾耀平, E-mail: cengyaoping@xiyou.edu.cn

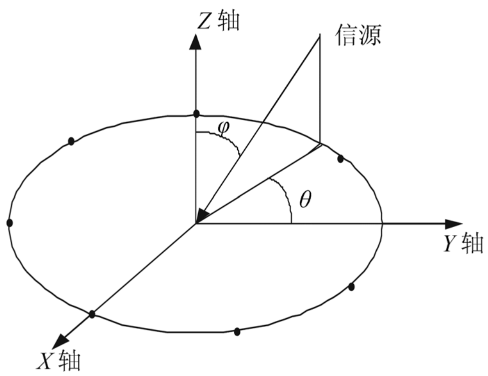

图 1　均匀圆阵阵列
Fig.1　Uniform circular array

其中，$A(\theta)=[a(\theta_1),a(\theta_2),...,a(\theta_p)]$，$a(\theta_i)$ 表示第 i 个信号的方向矢量，

$a(\theta_i)=[\exp(j\beta\cos(\theta_i-\varphi_0)),\ \exp(j\beta\cos(\theta_i-\varphi_1))$，$...,\ \exp(j\beta\cos(\theta_i-\varphi_{M-1}))]^T$，$\beta=2\pi r/\lambda$，$\varphi_n=2\pi n/M$，$n=0,1,\cdots,M-1$。

$S(t)=[s_1(t),s_2(t),...,s_p(t)]$ 为信号矢量；噪声矢量 $N(t)=[n_1(t),...,n_M(t)]^T$。噪声是空间非平稳噪声，其方差为 $\sigma_1^2,\sigma_2^2,\cdots,\sigma_M^2$，即每个阵元的噪声功率不相等。

由式(1)得阵列数据相关矩阵为：

$$R_x=E[X(t)X(t)^H]=AR_sA^H+Q \tag{2}$$

其中 R_x、R_s、Q 分别为空间、信号、噪声相关矩阵。假定信源数 P 已知，$M\geq 3P$。考虑阵元噪声为空间非平稳噪声，$Q=[Q_1,Q_2,Q_3]^T$，$Q_1=diag[\sigma_1^2,\cdots,\sigma_P^2]$，$Q_2=diag[\sigma_{P+1}^2,\cdots,\sigma_{2P}^2]$，$Q_3=diag[\sigma_{2P+1}^2,\cdots,\sigma_M^2]$。先估计 Q_3。将 R_x 的行、列按 $\{P,P,M-2P\}$ 进行分块，即

$$R_x=\begin{bmatrix}\sim & \sim & \sim\\ R_1 & \sim & R_3\\ R_2 & \sim & R_4\end{bmatrix} \tag{3}$$

“～”表示与计算无关，文献[7]给出了 Q_3 的估计式，即 $Q_3=R_4-R_2R_1^{-1}R_3$。

为估计 Q_1、Q_2，定义转换矩阵：

$T=[I_{3P\times3P}\ O_{3P\times(M-3P)}]_{3P\times M}$

其中 $I_{3P\times3P}$ 是单位阵，$O_{3P\times(M-3P)}$ 是全零矩阵。有：

$$R_T=TR_xT^T=TAR_sA^HT^T+TQT^T=BR_sB^H+Q_T \tag{4}$$

将 R_T 进行分块为 $R_T=\begin{bmatrix}R_{11} & X_1 & X_2\\ X_3 & R_{22} & X_4\\ X_5 & X_6 & R_{33}\end{bmatrix}$，$B$ 分块为 $B=\begin{bmatrix}B_1\\ B_2\\ B_3\end{bmatrix}$，$Q_T=\begin{bmatrix}Q_1 & 0 & 0\\ 0 & Q_2 & 0\\ 0 & 0 & Q_{33}\end{bmatrix}$。由此可得 $R_{11}=Q_1+B_1R_sB_1^*$，$R_{22}=Q_2+B_2R_sB_2^*$。A 是列满秩，所以 B 也是列满秩。由于 $X_4=B_2R_sB_3^H$，$X_5=B_3R_sB_1^H$，因此 X_4,X_5 可逆，所以

$$\begin{aligned}Q_1=&R_{11}-B_1R_sB_1^H=\\ &R_{11}-X_2X_4^{-1}X_3-B_1R_sB_1^H+X_2X_4^{-1}X_3=\\ &R_{11}-X_2X_4^{-1}X_3-B_1R_sB_1^H+\\ &B_1R_sB_3^HB_3^{-1^H}R_s^{-1}B_2^{-1}B_2R_sB_1^H=\\ &R_{11}-X_2X_4^{-1}X_3\end{aligned} \tag{5}$$

同理可得 $Q_2=R_{22}-X_3X_5^{-1}X_6$，这样就得出了 Q，而实际中是利用 Q 的估计值 $\hat{Q}$ 来代替 Q。

$$\begin{aligned}\hat{Q}=&diag[\hat{Q}_1,\hat{Q}_2,\hat{Q}_3]=diag[\hat{R}_{11}-\hat{X}_2\hat{X}_4^{-1}\hat{X}_3,\\ &\hat{R}_{22}-\hat{X}_3\hat{X}_5^{-1}\hat{X}_6,\hat{R}_4-\hat{R}_2\hat{R}_1^{-1}\hat{R}_3]\end{aligned} \tag{6}$$

利用 $\hat{Q}$ 对 $\hat{R}_x$ 进行预处理，即 $\hat{R}_w=\hat{Q}^{-1/2}\hat{R}_x\hat{Q}^{-1/2}$，用 $\hat{R}_w$ 代替 $\hat{R}_x$ 可以消除非平稳噪声的影响。

3　修正 Capon 算法

对阵列相关矩阵 R_w 进行特征分解，即 $R_w=U_s\Lambda_sU_s^H+\sigma_n^2U_nU_n^H$，$\Lambda_s=diag\{\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_P\}$ 为由大特征值构成的对角矩阵，U_s、U_n 分别为信号子空间和噪声子空间，进一步推导可得：

$$\sigma_n^{2m}R^{-m}=U_nU_n^H+U_s diag\left\{(\frac{\sigma_n^2}{\lambda_i})^m\right\}U_s^H \tag{7}$$

其中 m 为任意正整数。由于 σ_n^2/λ_i 是小于 1 的数，所以当 $m\to\infty$，$\sigma_n^{2m}R^{-m}$ 趋近于噪声子空间，这样无需特征分解就可得到噪声子空间。实际应用中 m 只要取有限的整数就可以达到很好的性能。修正 Capon 算法相当于利用 m 个 Capon 的估计器进行级联以克服单个 Capon 受瑞利限的制约。它对快拍数要求不高，不需要知道信源数目，无需特征分解，同时具有 MUSIC 算法的高分辨性能，具有很好的应用前景。

4　仿真结果

10 阵元的均匀圆阵，圆阵半径 $r=\lambda/4\sin(\pi/M)$，λ 为信号波长，两个等功率不相关信号分别来自 10º、18º，快拍数为 800 次，噪声是空间非平稳噪声，噪声的功率分别为[2,2,2,2,18,2,32,98,2,2]W，平均功率为 16.2W，信噪比为 3dB。仿真结果如图 2~5 所示。

由图 2 可知，在空间非平稳噪声的条件下，不经过噪声预处理，MUSIC 算法和 Capon 法会失效；由图 3 可知，利用矩阵 Q 预白化消噪处理后，MUSIC 算法可以清楚地分辨出信号的准确位置，而 Capon 法依然不能准确进行定位；由图 4 可见，预处理后，修正 Capon(修正系数 m=3)法可以消除非平稳噪声

的影响，实现准确的方位估计；由图 5 所示的分辨概率曲线表明，修正 Capon 法的性能要明显好于 Capon 算法。

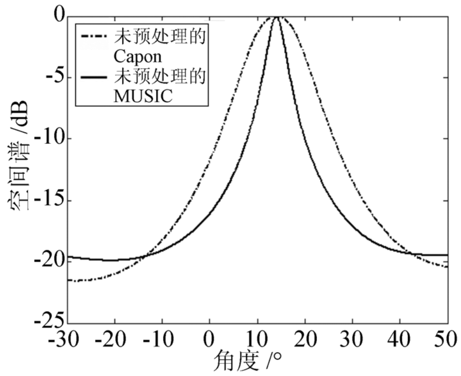

图 2　预处理前的空间谱

Fig.2　Space spectrum without pretreatment

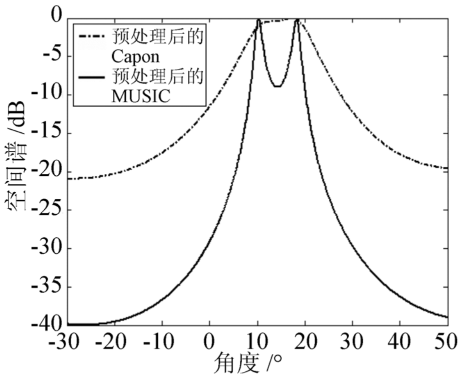

图 3　预处理后的空间谱

Fig.3　Space spectrum after pretreatment

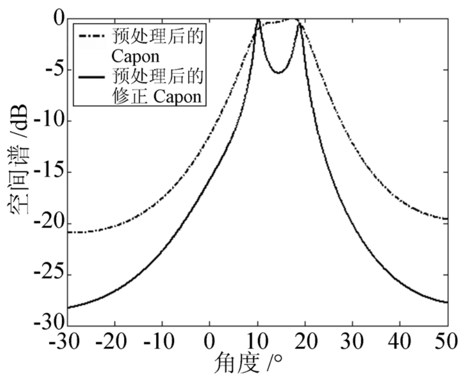

图 4　预处理后的空间谱

Fig.4　Space spectrum after pretreatment

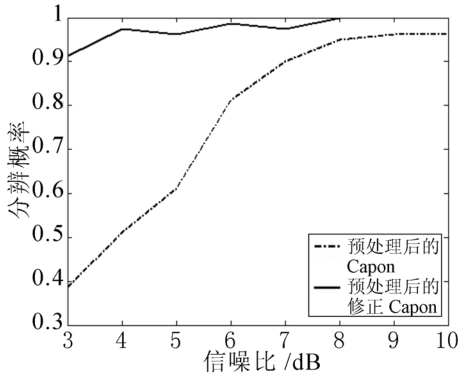

图 5　分辨概率曲线

Fig.5　Resolution probability

5　结 论

本文研究了一种空间非平稳噪声下基于圆阵的修正 Capon 算法。该算法以圆阵为模型，通过利用估计的噪声相关矩阵对接收数据相关矩阵进行预处理，消除了空间非平稳噪声对方位估计的影响。再利用修正 Capon 算法，在不需要特征分解及信源数目的条件下，可以实现高分辨的方位估计。仿真结果表明该算法是有效的。

参 考 文 献

[1] Schmidt R O. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. IEEE Trans on AP, 1986, **34**(3): 276-280.

[2] 戴征坚，李志舜. 基于空间平滑处理的稳健宽带高分辨方位估计算法[J]. 声学技术, 2005, **24**(4): 250-253.
DAI Zhengjian, LI Zhishun. A robust algorithm of direction of arrival based on space smooth[J]. Technical Acoustics, 2005, **24**(4)：250-253.

[3] Sinath H, Reddy V U. Analysis of MUSIC algorithm with sensor gain and phase preturbations[J]. Signal Processing 1991, **23**(3): 245-256.

[4] F Li, Vaccaro R. Performance Degradation of DOA estimation due to unknown noise fields[J]. IEEE Trans on SP, 1992, **40**(3): 686-690.

[5] Moghaddamjoo A. Transform based covariance difference approach to the spatially nonstationary noise[J]. IEEE Trans on SP, 1991, **39**(1): 219-221.

[6] ZHAO Yongbo, ZHANG Shouhong. A fast algorithm for DOA estimation in unknown correlated noise[A]. IEEE 6 th CAS Symp[C]. 2004, **2**: 757-759.

[7] WU Yuntao, HOU Chaohuan, LIAO Guisheng, et al. Direction-of-arrival estimation in the presence of unknown nonuniform noise fields[J]. IEEE on Oceanic Engineering, 2006, **31**(2): 504-510.