

单台阶同心圆盘辐射声场的指向性计算

贺西平¹, 张 频², 宋旭霞¹

(1. 陕西师范大学应用声学研究所, 西安 710062; 2. 西安建筑科技大学理学院, 西安 710055)

摘要: 作为向空气中辐射的声辐射器, 弯振阶梯薄盘或矩形板在工业上有很多应用。由于计算的复杂性, 以前的文献对阶梯圆盘的声场指向性未作研究。利用点声源组合的方法(Rayleigh 积分), 计算了边界自由的弯振阶梯圆盘辐射声场的指向性, 与弯曲振动的圆盘相比, 阶梯圆盘的声场指向性得到了明显改善, 理论计算结果与 Gallego 的实际测试图案相吻合。计算为这类辐射器的高效应用、优化设计提供了理论依据。

关键词: 阶梯圆盘; 辐射声场; 指向性; 圆环

中图分类号: O422.2

文献标识码: A

文章编号: 1000-3630(2009)-05-0673-05

DOI 编码: 10.3969/j.issn1000-3630.2009.05.023

Calculation of the acoustic field directivity pattern of flexural vibrating single stepped concentric plate

HE Xi-ping¹, ZHANG Pin², SONG Xu-xia¹

(1. Institute of Applied Acoustics, Shaanxi Normal University, Xi'an 710062, China;

2. School of Science, Xi'an University of Architecture and Technology, Xi'an 710055, China)

Abstract: As a kind of air acoustic radiator the flexural vibrating stepped thin circular plate or stepped thin rectangular plate has many applications in industry. The directivity pattern of the stepped circular plate has not been reported in theory due to complexity of computation. In this paper, the radiating sound field directivity pattern of flexural vibrating stepped thin circular plate with free border is studied by applying the directive theory of built-up point sources (Rayleigh Integral). The directivity pattern of the stepped circular plate is much improved in comparison with that of the common flexural vibrating circular plate. The theoretical directivity pattern is in good agreement with the measured result of Gallego. The computation in this paper can provide a theoretical basis for efficient utilization and optimized design of this kind of vibrators.

Key words: stepped circular plate; radiated sound field; directivity pattern; circular ring

1 引言

强功率声波辐射器在空气中应用很广泛, 例如声波除尘、声悬浮、声波干燥、声波凝聚等。这些应用的共同特点都是利用薄盘、板的弯曲振动, 因为其辐射阻抗低, 便于与空气介质匹配。最初, 西班牙学者 Alfonso 等人在 20 世纪 70 年代首先提出了一种复合弯曲振动换能系统^[1], 它由薄圆盘形辐射器、阶梯型变幅杆和压电夹心式换能器组成, 变幅杆与圆盘中心联结。压电换能器激励起的纵振动经变幅杆放大后, 将纵振动传递给圆盘, 引起该圆盘同频率的弯曲振动, 并向介质中(空气)辐射强功

率声波。由于该圆盘为弯曲振动, 辐射面积大, 因此与空气介质有着良好的机械阻抗匹配(工作频率可以在数赫兹至数十千赫兹的超声频范围内), 从而提高该换能振动系统的电声转换效率。圆盘弯振时存有反相区, 不利于对指向性要求高的场合使用(例如料位仪等^[2])。后将辐射圆盘表面改进成阶梯形式^[3,4], 其阶梯高度等于辐射介质中的 1/2 波长, 这样可避免盘面振动节线两侧的相位相反引起的声场相消干涉, 也有人采用另种形状的阶梯板或者穿孔板^[5,6]。Gallego 的后续工作, 研究了将具有多个阶梯圆盘的辐射器按照一定的规律排列构成的声基阵, 目的是为得到更大能量的声波^[7,8]。弯振圆盘、阶梯圆盘的指向性在文献[1]中作过测试。文献[9]对边界自由的弯振圆盘的指向性作了计算。可能是由于复杂的缘故, 以前的文献对阶梯圆盘的声场指向性理论未作过清晰的表述。本文完成了这一工作, 计算结果表明, 与文献[1]的测试结果相符。

收稿日期: 2008-09-26; 修回日期: 2009-01-04

基金项目: 国家自然科学基金(10874107), 陕西省自然科学基金(2007A07)

作者简介: 贺西平(1965-), 男, 江西人, 教授, 博士生导师, 研究方向为超声工程、水声换能器及声信息处理。

通讯作者: 贺西平, E-mail: Hexiping@snnu.edu.cn

2 阶梯圆盘的辐射声场计算理论

考虑嵌在无限大平面隔板上的、带有一个中心凸起的阶梯薄圆盘，凸起的阶梯高度为辐射介质中的 1/2 波长。把外径为 a 的阶梯圆盘分成两个部分，即中心为 a_1 的圆盘和宽度为 $a-a_1$ 的外围圆环。因而该盘的声场也将是由这两部分组成。如图 1 所示。

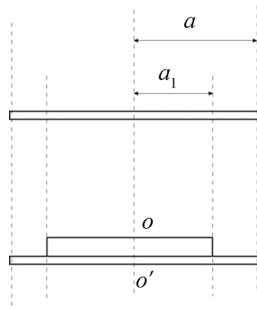


图 1 阶梯圆盘
Fig.1 Stepped circular plate

2.1 中心圆盘部分的辐射声场

取阶梯圆盘中心为坐标原点，所在平面为 xz 平面。由于声场相对于穿过圆盘中心的 z 轴旋转对称，可以设声场中的观察点 P 位于 xz 平面，它离开原点距离为 r_1 ，位矢 \mathbf{r} 与 z 轴的夹角为 θ_1 。

中心圆盘部分的位移可以表示为：

$$y_1 = [AJ_0(k_n \rho_1) + BI_0(k_n \rho_1)] \exp(j\omega t)$$

这里 $\rho_1 \in [0, a_1]$ ， $J_0(k_n \rho_1)$ 、 $I_0(k_n \rho_1)$ 分别为零阶贝塞尔函数和零阶修正贝塞尔函数， $k_n^4 = (\rho_v h \omega^2) / D$ ， $D = Eh^3 / 12(1 - \sigma^2)$ ， ρ_v 、 ω 、 E 、 σ 和 D 分别为圆盘的密度、角频率、杨氏模量、泊松比和弯曲刚度常数， k_n 为对应不同振动模式 n (这里与节圆数数目相同) 时的波数。

振速为：

$$u_1 = \frac{\partial y_1}{\partial t} = j\omega [AJ_0(k_n \rho_1) + BI_0(k_n \rho_1)] \exp(j\omega t)$$

幅值为：

$$U_1 = j\omega [AJ_0(k_n \rho_1) + BI_0(k_n \rho_1)] \quad (1)$$

如图 2，把阶梯板的中心部分表面分成无限多个小面元，极径为 ρ_1 、极角为 φ_1 处的面元 dS_1 在观察点 P 产生的声压为：

$$dp_1 = j \frac{k \rho_0 c_0}{2\pi h_1} U_1 \exp[j(\omega t - kh_1)] dS_1$$

式中 h_1 为面元到场点的距离， $\rho_0 c_0$ 为场介质的特性阻抗， ω 为声波角频率， k 为介质的波数。

依照点源叠加的方法，可得整个中心圆盘部分在空间产生的辐射声压为：

$$p_1 = \iint d p_1 = \iint_S j \frac{k \rho_0 c_0}{2\pi h_1} U_1 \exp[j(\omega t - kh_1)] dS_1 \quad (2)$$

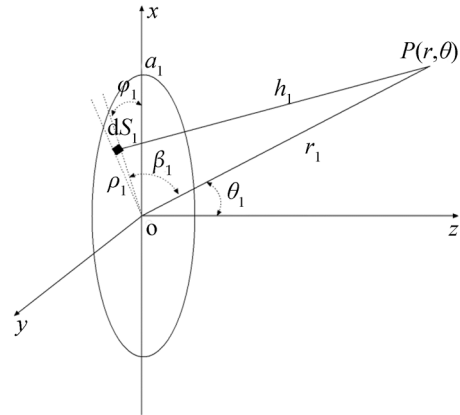


图 2 计算阶梯盘中心部分辐射声压
Fig.2 Calculation of the radiating acoustic pressure at the central area of the stepped circular plate

考虑 $r_1 \gg a_1$ 的区域，即远场。由于各面元发出的声波到达 P 点时振幅差异很小，故振幅部分中的 h_1 可近似用中心点到 P 点的距离 r_1 来代替。

由图 2 中几何关系有：

$$h_1^2 = r_1^2 + \rho_1^2 - 2r_1 \rho_1 \cos \beta_1$$

$$\text{即： } h_1 = r_1 \sqrt{1 - \frac{2\rho_1}{r_1} \cos \beta_1 + \frac{\rho_1^2}{r_1^2}}$$

当 $r_1 \gg a_1$ 时，利用级数展开，取前两项，则上式可近似为：

$$h_1 = r_1 - \rho_1 \cos \beta_1$$

代入式(2)中得到：

$$p_1 = j \frac{k \rho_0 c_0}{2\pi r_1} \exp[j(\omega t - kr_1)] \cdot \iint U_1 \exp(jk \rho_1 \cos \beta_1) \rho_1 d\rho_1 d\varphi_1 \quad (3)$$

$$\because \rho_1 = |\rho_1|(\cos \varphi_1 \mathbf{i} + \sin \varphi_1 \mathbf{j}), \quad \mathbf{r}_1 = r_1(\sin \theta_1 \mathbf{i} + \cos \theta_1 \mathbf{k})$$

$$\therefore \cos \beta_1 = \frac{\rho_1 \cdot \mathbf{r}_1}{|\rho_1| r_1} = \sin \theta_1 \cos \varphi_1 \quad (4)$$

将式(1)和(4)代入(3)得：

$$p_1 = j \frac{k \rho_0 c_0}{2\pi r_1} \exp[j(\omega t - kr_1)] \cdot \int_0^{a_1} j\omega [AJ_0(k_n \rho_1) + BI_0(k_n \rho_1)] \rho_1 d\rho_1 \cdot \int_0^{2\pi} \exp(jk \rho_1 \sin \theta_1 \cos \varphi_1) d\varphi_1 \quad (5)$$

根据柱贝塞尔函数的性质：

$$J_0(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(jx \cos \varphi) d\varphi \quad \int x J_0(x) dx = x J_1(x)$$

对式(5)积分可得：

$$p_1 = -\frac{k \rho_0 c_0}{r_1} \exp[j(\omega t - kr_1)] \cdot \int_0^{a_1} [AJ_0(k_n \rho_1) + BI_0(k_n \rho_1)] J_0(k \rho_1 \sin \theta_1) \rho_1 d\rho_1 \quad (6)$$

$$C = \int_0^{a_1} AJ_0(k_n \rho_1) J_0(k \rho_1 \sin \theta_1) \rho_1 d\rho_1$$

$$D = \int_0^{a_1} BI_0(k_n \rho_1) J_0(k \rho_1 \sin \theta_1) \rho_1 d\rho_1$$

利用柱贝塞尔积分公式:

$$\int x J_0(\alpha x) J_0(\beta x) dx = \frac{x}{\alpha^2 - \beta^2} [-\beta J_0(\alpha x) J_1(\beta x) + \alpha J_0(\beta x) J_1(\alpha x)]$$

并利用 $I_0(x) = J_0(jx), I_n(x) = j^{-n} J_n(jx)$, 可求得

$$C = \frac{Aa_1}{k_n^2 - k^2 \sin^2 \theta_1} [-k \sin \theta_1 J_0(k_n a_1) J_1(ka_1 \sin \theta_1) + k_n J_0(ka_1 \sin \theta_1) J_1(k_n a_1)] \quad (7)$$

$$D = \frac{Ba_1}{k_n^2 + k^2 \sin^2 \theta_1} [k \sin \theta_1 I_0(k_n a_1) J_1(ka_1 \sin \theta_1) + k_n J_0(ka_1 \sin \theta_1) I_1(k_n a_1)] \quad (8)$$

把式(7)、(8)代入式(6), 得中心部分的辐射声压:

$$p_1 = -\frac{\omega k \rho_0 c_0}{r_1} \exp[j(\omega t - kr_1)] \left\{ \frac{Aa_1}{k_n^2 - k^2 \sin^2 \theta_1} [-k \sin \theta_1 J_0(k_n a_1) J_1(ka_1 \sin \theta_1) + k_n J_0(ka_1 \sin \theta_1) J_1(k_n a_1)] + \frac{Ba_1}{k_n^2 + k^2 \sin^2 \theta_1} [k \sin \theta_1 I_0(k_n a_1) J_1(ka_1 \sin \theta_1) + k_n J_0(ka_1 \sin \theta_1) I_1(k_n a_1)] \right\} \quad (9)$$

2.2 外围圆环部分的辐射声场

外围圆环部分的位移可以表示为:

$$y_2 = [AJ_0(k_n \rho_2) + BI_0(k_n \rho_2)] \exp(j\omega t)$$

其中 $\rho_2 \in [a_1, a]$ 。

振速为:

$$u_2 = \frac{\partial y_2}{\partial t} = j\omega [AJ_0(k_n \rho_2) + BI_0(k_n \rho_2)] \exp(j\omega t)$$

幅值为:

$$U_2 = j\omega [AJ_0(k_n \rho_2) + BI_0(k_n \rho_2)] \quad (10)$$

如图 3, 把圆环表面分成无限多个小面元, 极

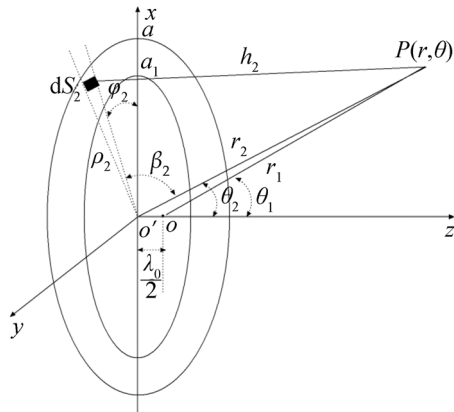


图 3 计算阶梯板圆环部分产生的辐射声压

Fig.3 Calculation of the radiating acoustic pressure by circular ring of the stepped circular plate

径为 ρ_2 、极角为 φ_2 处的面元 dS_2 在观察点 P 产生的声压为:

$$dp_2 = j \frac{k \rho_0 c_0}{2\pi h_2} U_2 \exp[j(\omega t - kh_2)] dS_2$$

根据点源叠加的方法, 可以得到整个圆环的辐射声压为:

$$p_2 = \iint d p_2 = \iint_{S_2} j \frac{k \rho_0 c_0}{2\pi h_2} U_2 \exp[j(\omega t - kh_2)] dS_2 \quad (11)$$

考虑 $r_2 \gg a$ 的区域, 即远场。忽略振幅差异, 用中心点到 P 点的距离 r_2 代替 h_2 。

由图 3 中几何关系有: $h_2 = r_2 - \rho_2 \cos \beta_2$

代入式(11)得:

$$p_2 = j \frac{k \rho_0 c_0}{2\pi r_2} \exp[j(\omega t - kr_2)] \iint U_2 \exp(jk \rho_2 \sin \theta_2 \cos \varphi_2) \rho_2 d\rho_2 d\varphi_2 = j \frac{k \rho_0 c_0}{2\pi r_2} \exp[j(\omega t - kr_2)] \int_{a_1}^a j\omega [AJ_0(k_n \rho_2) + BI_0(k_n \rho_2)] \rho_2 d\rho_2 \int_0^{2\pi} \exp(jk \rho_2 \sin \theta_2 \cos \varphi_2) d\varphi_2 \quad (12)$$

用与计算 p_1 类似的方法, 同理可以求得:

$$p_2 = -\frac{\omega k \rho_0 c_0}{r_2} \exp[j(\omega t - kr_2)] \left\{ \frac{Aa}{k_n^2 - k^2 \sin^2 \theta_2} [-k \sin \theta_2 J_0(k_n a) J_1(ka \sin \theta_2) + k_n J_0(ka \sin \theta_2) J_1(k_n a)] - \frac{Aa_1}{k_n^2 - k^2 \sin^2 \theta_2} [-k \sin \theta_2 J_0(k_n a_1) J_1(ka_1 \sin \theta_2) + k_n J_0(ka_1 \sin \theta_2) J_1(k_n a_1)] + \frac{Ba}{k_n^2 + k^2 \sin^2 \theta_2} [k \sin \theta_2 I_0(k_n a) J_1(ka \sin \theta_2) + k_n J_0(ka \sin \theta_2) I_1(k_n a)] - \frac{Ba_1}{k_n^2 + k^2 \sin^2 \theta_2} [k \sin \theta_2 I_0(k_n a_1) J_1(ka_1 \sin \theta_2) + k_n J_0(ka_1 \sin \theta_2) I_1(k_n a_1)] \right\} \quad (13)$$

2.3 阶梯圆盘的辐射声压及其指向性

把中心和圆环两部分的声压叠加起来就得到观察点 P 处的辐射声压为:

$$p = p_1 + p_2 \quad (14)$$

对于 $r_1 \gg a_1, r_2 \gg a$ 的远场, 忽略声波的振幅差别, 而保留它们的相位差异。令 $r_2 = r, \theta_2 = \theta$ 。对于振幅部分, 取 $\theta_1 = \theta_2, r_1 = r_2$ 。对于相位部分, 由图 3 中几何关系, 有 $r_1 = r_2 - \frac{\lambda_0}{2} \cos \theta = r - \frac{\lambda_0}{2} \cos \theta$, 其中 λ_0 是空气中声波的波长, $\frac{\lambda_0}{2}$ 为阶梯高度。将以上关系代入表达式(14), 得:

$$\begin{aligned}
p = & -\frac{\omega k \rho_0 c_0}{r} \exp[j(\omega t - kr)] \{ \exp(j\pi \cos \theta) \left\{ \frac{A a_1}{k_n^2 - k^2 \sin^2 \theta_1} [-k \sin \theta_1 J_0(k_n a_1) J_1(k a_1 \sin \theta_1) + \right. \\
& k_n J_0(k a_1 \sin \theta_1) J_1(k_n a_1)] + \frac{B a_1}{k_n^2 + k^2 \sin^2 \theta_1} [k \sin \theta_1 I_0(k_n a_1) J_1(k a_1 \sin \theta_1) + k_n J_0(k a_1 \sin \theta_1) I_1(k_n a_1)] \} + \\
& \frac{A a}{k_n^2 - k^2 \sin^2 \theta_2} [-k \sin \theta_2 J_0(k_n a) J_1(k a \sin \theta_2) + k_n J_0(k a \sin \theta_2) J_1(k_n a)] - \frac{A a_1}{k_n^2 - k^2 \sin^2 \theta_2} \cdot \\
& [-k \sin \theta_2 J_0(k_n a_1) J_1(k a_1 \sin \theta_2) + k_n J_0(k a_1 \sin \theta_2) J_1(k_n a_1)] + \frac{B a}{k_n^2 + k^2 \sin^2 \theta_2} [k \sin \theta_2 I_0(k_n a) J_1(k a \sin \theta_2) + \\
& k_n J_0(k a \sin \theta_2) I_1(k_n a)] - \frac{B a_1}{k_n^2 + k^2 \sin^2 \theta_2} [k \sin \theta_2 I_0(k_n a_1) J_1(k a_1 \sin \theta_2) + k_n J_0(k a_1 \sin \theta_2) I_1(k_n a_1)] \}
\end{aligned} \quad (15)$$

令 $q = \frac{B}{A}$, 将上式变形为:

$$\begin{aligned}
p = & -A \frac{\omega k \rho_0 c_0}{r} \exp[j(\omega t - kr)] \{ \exp(j\pi \cos \theta) \left\{ \frac{a a_1}{(k_n a)^2 - (k a)^2 \sin^2 \theta} [-(k a) \sin \theta J_0(k_n a_1) J_1(k a_1 \sin \theta) + \right. \\
& (k_n a) J_0(k a_1 \sin \theta) J_1(k_n a_1)] + \frac{q a a_1}{(k_n a)^2 + (k a)^2 \sin^2 \theta} [(k a) \sin \theta I_0(k_n a_1) J_1(k a_1 \sin \theta) + (k_n a) J_0(k a_1 \sin \theta) I_1(k_n a_1)] \} + \\
& \frac{a^2}{(k_n a)^2 - (k a)^2 \sin^2 \theta} [-(k a) \sin \theta J_0(k_n a) J_1(k a \sin \theta) + (k_n a) J_0(k a \sin \theta) J_1(k_n a)] - \frac{a a_1}{(k_n a)^2 - (k a)^2 \sin^2 \theta} \cdot \\
& [-k \sin \theta J_0(k_n a_1) J_1(k a_1 \sin \theta) + k_n J_0(k a_1 \sin \theta) J_1(k_n a_1)] + \frac{q a^2}{(k_n a)^2 + (k a)^2 \sin^2 \theta} [(k a) \sin \theta I_0(k_n a) J_1(k a \sin \theta) + \\
& (k_n a) J_0(k a \sin \theta) I_1(k_n a)] - \frac{q a a_1}{(k_n a)^2 + (k a)^2 \sin^2 \theta} [(k a) \sin \theta I_0(k_n a_1) J_1(k a_1 \sin \theta) + (k_n a) J_0(k a_1 \sin \theta) I_1(k_n a_1)] \}
\end{aligned}$$

令 $\theta = 0$ 可以求得:

$$\begin{aligned}
p_{\theta=0} = & -A \frac{\omega k \rho_0 c_0}{r} \exp[j(\omega t - kr)] \cdot \\
& \{ \exp(j\pi) \left[\frac{k_n a_1}{k_n^2} J_1(k_n a_1) + \frac{q k_n a_1}{k_n^2} I_1(k_n a_1) \right] + \frac{k_n a}{k_n^2} J_1(k_n a) - \\
& \frac{k_n a_1}{k_n^2} J_1(k_n a_1) + \frac{q k_n a}{k_n^2} I_1(k_n a) - \frac{q k_n a_1}{k_n^2} I_1(k_n a_1) \} \quad (16)
\end{aligned}$$

用 p_a 表示声压幅值, 阶梯圆盘的指向特性为:

$$D(\theta) = \frac{(p_a)_\theta}{(p_a)_{\theta=0}} \quad (17)$$

将式(15)和(16)代入(17)即可得到指向性表达式。

3 计算结果

由于阶梯高度远小于板的尺寸, 可近似认为阶梯盘的节圆半径和频率方程仍与圆盘相同。边界自由条件下, 圆盘边界处的弯矩以及横向剪力为零。取圆盘的材料为 45 号钢, 其泊松比为 $\sigma = 0.28$ 。根据以上条件, 可以求得弯振圆盘频率方程的根, 即一系列的 $k_n a$ 值。圆盘振动的共振频率由下式给出:

$$f_n = \frac{(k_n a)^2 h}{2\pi a^2} \sqrt{\frac{E}{12\rho(1-\sigma^2)}}, \quad n=1,2,3,\dots$$

式中, h 为圆盘的厚度。对于弯曲振动阶梯圆盘, 一阶振动模式下, $k_n a = k_1 a$ 为频率方程的第一个根值。取阶梯盘材料为 45 号钢。边界自由时,

$k_1 a = 2.99306$, $q = \frac{B}{A} = -\frac{J_1(k_1 a)}{I_1(k_1 a)}$, 计算得到节圆半径

$a_1 \approx 0.68a$, 即阶梯位置在 $0.68a$ 处。将以上数据代入式(15)~(17), 计算 ka 不同值时的指向性如图 4 所示。

从图 4 可见, 随着 ka 值的增大, 即随着阶梯盘尺寸的增大或辐射频率的提高, 指向性越来越尖锐。当 $ka < 3$ 时, 指向图没有副瓣, 但不尖锐; 当 $ka \geq 3$ 时, 指向图上除了主瓣还有副瓣出现, ka 越大指向性也越尖锐, 副瓣也会相应增多。增大阶梯盘的尺寸或提高辐射频率会使指向性尖锐, 但同时有副瓣出现。这是一个矛盾, 实际应用中需统筹兼顾。

4 与弯振圆盘及实际测试相比较

这里将本文与文献[9]中弯振圆盘指向性的计算结果, 并与文献[1]的阶梯圆盘的测试结果相比较。文献[9]计算了弯振圆盘在一阶振动模式下(盘中间有一条振动节线, 即对应的 $ka = 8.3$ 时)的辐射声场指向性。薄圆盘材料为钢, 其厚度为 $h = 0.002\text{m}$, 半径为 $a = 0.01\text{m}$, 频率 $f = 44.914\text{kHz}$ 。同样, 频率方程的根取为 $k_1 a = 2.99306$ 。

图 5(a)是弯曲振动圆盘辐射声场的指向性图, 图 5(b)则是相同振动模式和相同 ka 下的阶梯圆盘辐射声场的指向性图。对一条节线的弯振圆盘来说, 节线中间部分可以视作一圆盘, 其外则为圆环,

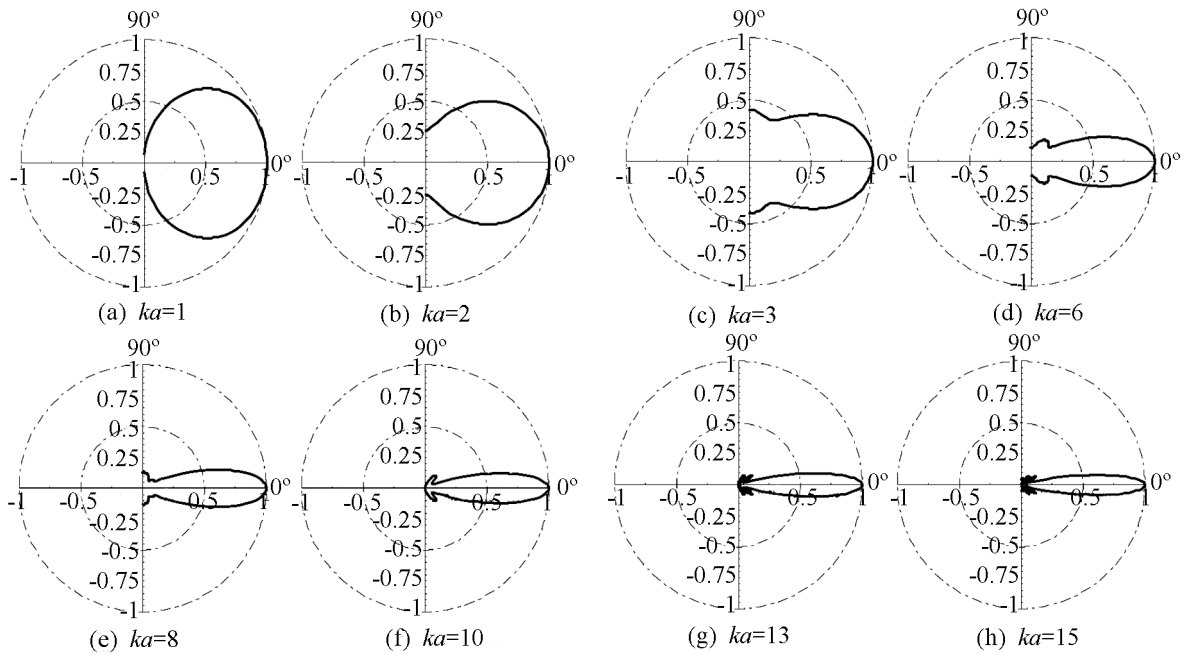


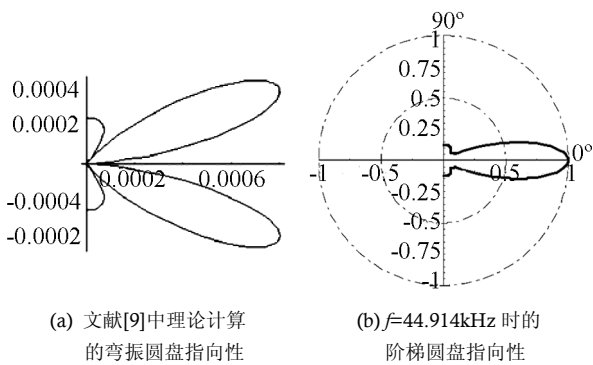
图 4 单台阶圆盘的指向性图
Fig.4 The directivity patterns of the single stepped circular plate

两者在声场空间产生的相位恰好相反, 而圆环部分的面积大于中间圆盘部分的面积(一阶振动模式下圆盘的节线与半径之比为 0.68), 因此圆盘的指向性函数中出现两个主瓣是可以理解的, 从剖面图上则更容易直观地看出这点。对比图 5(a)和图 5(b), 阶梯圆盘的声场指向性较弯曲振动圆盘得到了明显改善。该计算结果与文献[1]中对以上两种圆盘辐射声场的指向性测试结果相符。

除了主瓣还有副瓣出现, 指向性却尖锐。增大阶梯圆盘的尺寸或者提高辐射频率会使指向性尖锐, 但同时还有副瓣。阶梯圆盘辐射声场的指向性与弯曲振动的圆盘相比, 前者的声场指向性明显比后者尖锐。

参 考 文 献

- [1] Alfonso Barone, Juan A.Gallego Juarez. Flexural vibrating free-edge plates with stepped thickness for generating high directional ultrasonic radiation[J]. The Journal of Acoustical society of America, 1972, 51(3B): 953-959.
- [2] 楼强华. 一种超声料位仪换能器[J]. 声学技术, 1991, 10(1): 39-40. LOU Qianghua. An ultrasonic level measuring transducer[J]. Technical Acoustics, 1991, 10(1): 39-40.
- [3] Gallego-Juárez J A. Axisymmetric vibrations of circular plates with stepped thickness[J]. Journal of Sound and Vibration, 1973, 26(3): 411-416.
- [4] Gallego-Juárez J A, Rodriguez-coral G, Gaete-Garretton L. An ultrasonic transducer for high power applications in gases[J]. Ultrasonics, 1978, 11: 267-273.
- [5] XIANG Y, ZHANG L. Free vibration analysis of stepped circular Mindlin plates[J]. Journal of Sound and Vibration, 2005, 280: 633-655.
- [6] 阎玉舜, 张申, 高克成. 复合弯曲振动换能器的相位阻抗变换穿孔板[J]. 声学技术, 1998, 17(2): 82-85. YAN Yushun, ZHANG Chuan, GAO Kecheng. Perforated plate for impedance and phase transformation applied to compound flexural transducer[J]. Technical Acoustics, 1998, 17(2): 82-85.
- [7] Gallego-Juárez J A, Rodriguez-Corral G, Riera-Franco de Sarabia E, et al. A macrosonic system for industrial processing[J]. Ultrasonics, 2000, 38: 331-336.
- [8] Gallego-Juárez J A, Rodriguez-Corral G, Riera-Franco de Sarabia E, et al. Recent Developments in Vibrating-plate Macrosonic Transducers [J]. Ultrasonics, 2002, 40: 889-893.
- [9] 林书玉. 弯曲振动气介式超声换能器的振动特性及辐射声场研究 [J]. 声学及电子工程, 2004, (3): 1-16. LIN Shuyu. Vibration characteristic and radiation acoustic field of flexural vibrating air-coupled ultrasonic transducer[J]. Acoustics and electronics engineering, 2004, (3): 1-16.



(a) 文献[9]中理论计算的弯振圆盘指向性
(b) $f=44.914\text{kHz}$ 时的阶梯圆盘指向性
图 5 理论计算的两种圆盘的指向性图
Fig.5 Comparison of directivity patterns between two kinds of circular plates

5 结 论

本文利用点声源组合的方法, 计算了边界自由的弯振阶梯圆盘辐射声场的指向性, 结果表明, 随着 ka 值的增大, 即随着阶梯盘尺寸的增大或辐射频率的提高, 指向性越来越尖锐; 当 $ka < 3$ 时, 指向图没有副瓣, 但并不尖锐; 当 $ka \geq 3$ 时, 指向图上