

# 不等间距线列阵波束形成

汪 欣, 钱 斌, 王广恩

(上海船舶电子设备研究所, 上海 201108)

**摘要:** 介绍了不等间距波束形成的基本原理和分析方法, 分别计算了 10 元、16 元和 32 元线列阵阵元不等间距分布时的波束图。采用  $z$  变换的方法, 将等间距幅度加权的波束形成的幅值分布转化为不等间距波束形成的距离分布。仿真结果表明该方法对于第一、第二旁瓣的抑制较好, 并且主瓣并未明显展宽。

**关键词:**  $z$  变换; 波束形成; 不等间距布阵

中图分类号: TN911

文献标识码: A

文章编号: 1000-3630(2010)-01-0090-04

DOI 编码: 10.3969/j.issn1000-3630.2010.01.021

## Unequally spaced linear array beamforming

WANG Xin, QIAN Bin, WANG Guang-en

(Shanghai Marine Electronic Equipment Research Institute, Shanghai 201108, China)

**Abstract:** This paper introduces an analyzing method and principle of unequally spaced linear arrays beamforming, calculates unequally spaced array beamforming of 10 elements, 16 and elements, 32 elements. By using  $z$ -transform, this paper tries to reveal the relationship between the equally spaced beamforming with weighted amplitudes and unequally spaced beamforming, and gives the fomulae of weighted amplitudes transformed to unequally spaced beamforming. Simulation shows that the method can reduce the first and second sidelobes, and doesn't widen the mainlobe.

**Key words:**  $z$  transform; beamforming; unequally spaced array

## 1 引言

近年来, 主动声纳探测研究已经由深海转向了浅海。在浅海环境下, 主动探测的混响背景主要为界面混响。在垂直方向上, 为了抑制混响, 需要尽量降低垂直方向的旁瓣级。降低旁瓣有两种基本方法, 第一种是进行幅度加权, 如切比雪夫加权<sup>[1]</sup>, 已经比较成熟; 另外一种就是采用不等间距阵元分布的方法<sup>[2,3]</sup>。

比较两种方法, 幅度加权的优点是可使旁瓣级降得很低, 并且算法已经相当成熟。但是幅度加权抑制旁瓣是以牺牲能量为代价的, 这直接影响到主动声纳的作用距离。不等间距阵元分布的方法不影响主动声纳的作用距离, 还可以抑制旁瓣, 且对电路端的负担较小(可以使垂直方向的阵元采用统一的输入)。

不等间距布阵的方法一般采用遗传算法计算阵元间距<sup>[4,5]</sup>, 计算量较大。本文采用  $z$  变换的方法<sup>[6]</sup>, 将幅度加权和不等间距加权结合起来<sup>[7]</sup>, 得出幅度

加权和距离分布的转换关系, 计算量较小, 易于实现。

## 2 基本理论

对于由  $n$  个各向同性的点源组成的线列阵, 每一个点源的幅度和相位应保持一致。这些阵元的位置可以用一个距离函数  $f(s)$  来定义, 函数  $f(s)$  的  $z$  变换为:

$$Z[f(s)] = \sum_{k=0}^{\infty} f(k)z^{-k} \quad (1)$$

阵列因数可写为式(2)的形式:

$$E = \sum_{k=0}^{n-1} e^{if(k)\psi} \quad (2)$$

其中,  $\psi = 2\pi d(\cos\theta - \cos\theta_0)/\lambda$

$d$  - 等间距布阵的阵元间距, 通常为  $\lambda/2$ ,  $\lambda$  为波长

$\theta$  - 波束形成的任意角度

$\theta_0$  - 换能器阵指向性最大的方向

换能器阵元的位置函数  $f(s)$  定义如下:

$$f(s) = s + Ag(s), \quad s = 0, 1, 2, \dots \quad (3)$$

其中,  $|g(s)| \leq 1$

$f(s)\lambda/2$  即为阵元实际位置,  $Ag(s)\lambda/2$  为不等

收稿日期: 2008-12-20; 修回日期: 2009-02-25

作者简介: 汪欣(1984-), 男, 江苏扬州人, 硕士研究生, 研究方向为水声工程。

通讯作者: 汪欣, E-mail: xwang1984@163.com

间距布阵的  $s$  号阵元与等间距布阵的  $s$  号阵元的距离差值。  $A$  为调节距离差值的调节系数。

则阵列因数可以写为:

$$E = \sum_{k=0}^{n-1} e^{jk\psi} e^{jAg(k)\psi} \quad (4)$$

因为当  $x \ll 1$  时,  $e^{ix} \approx 1+ix$ , 且  $|\psi| < \pi$ ,  $|g(s)| < 1$ , 所以当  $A < 1/\pi$  时, 可以将式(4)简化, 得到:

$$E \approx \sum_{k=0}^{n-1} e^{jk\psi} (1+jAg(k)\psi) \quad (5)$$

利用以下关系式:

$$\begin{aligned} \psi &= 2[\sin\psi - \frac{\sin 2\psi}{2} + \frac{\sin 3\psi}{3} - \dots] = \\ &= \frac{1}{j}[(e^{j\psi} - e^{-j\psi}) - \frac{(e^{j2\psi} - e^{-j2\psi})}{2} + \dots] \end{aligned} \quad (6)$$

将式(6)代入阵列因数的关系式(5)中, 又令  $z = e^{-j\psi}$ , 得到:

$$\begin{aligned} E \approx \sum_{k=0}^{n-1} z^{-k} - A[(z-z^{-1}) - \frac{(z^2-z^{-2})}{2} + \\ \frac{(z^3-z^{-3})}{3} - \dots] \sum_{k=0}^{n-1} g(k)z^{-k} \end{aligned} \quad (7)$$

所以, 式(7)可以转化为:

$$\begin{aligned} E \approx Z[u(s)-u(s-n)] - A[(z-z^{-1}) - \\ \frac{(z^2-z^{-2})}{2} + \dots] Z[g(s)(u(s)-u(s-n))] \end{aligned} \quad (8)$$

假设等间距换能器阵的幅度调制函数为  $h(s)$ , 阵列因数  $E_1$  为:

$$E_1 = \sum_{k=0}^{n-1} h(k)e^{-jk\psi} \quad (9)$$

令:  $z = e^{-j\psi}$ ,  $E_1 = \sum_{k=0}^{n-1} h(k)z^{-k}$  (10)

$$\begin{aligned} E_1 &= \sum_{k=0}^{\infty} h(k)z^{-k} - \sum_{k=n}^{\infty} h(k)z^{-k} = \\ &= Z[h(s)u(s)] - Z[h(s)u(s-n)] = \\ &= Z[h(s)(u(s)-u(s-n))] \end{aligned} \quad (11)$$

则:  $E_1 = Z[h(s)(u(s)-u(s-n))]$  (12)

令  $E = E_1$ , 可以得到:

$$\begin{aligned} Z[Ag(s)(u(s)-u(s-n))] \approx \\ \frac{Z[(h(s)-1)(u(s)-u(s-n))]}{(z^{-1}-z) - \frac{1}{2}(z^{-2}-z^2) + \frac{1}{3}(z^{-3}-z^3) - \dots} \end{aligned} \quad (13)$$

得出关于  $g(s)$  和  $h(s)$  的关系式为:

$$h(i) \approx 1 + A([g(i-1) - g(i+1)] - \frac{1}{2}[g(i-2) - g(i+2)] + \dots) \quad (14)$$

整理后可得:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n-1} (-1)^{j-1} g(i-j) + \sum_{j=1}^{n-1} (-1)^j g(i+j) \approx \frac{1}{A}(h(i)-1) \\ g(i) = 0, i < 0, i > n-1 \end{cases} \quad (15)$$

根据式(15)得到  $Ag(i)$  的值, 由式(3)得到  $f(i)$ 。

### 3 仿真计算分析

下面给出实例, 分别取 10 元、16 元、32 元阵, 幅值加权系数为:

$$h'(i) = 0.8 - 0.2 \cos(2\pi(i+1)/(N+1)) \quad (16)$$

$N$  为阵元数。

$$h(i) = [h'(i) / (\sum_{k=0}^{N-1} h'(k))] N \quad (17)$$

根据公式计算可得波束形成曲线如图 1~6 所示。其中, 图 1、3、5 中的虚线是常规波束形成曲

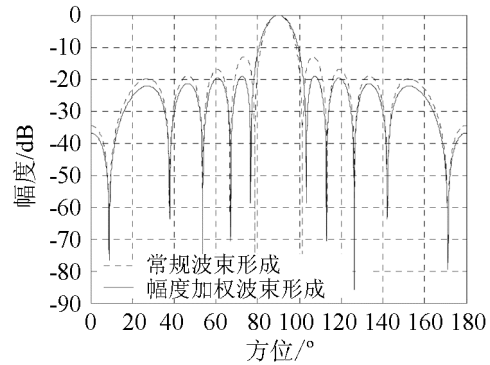


图 1 10 元等间距幅度加权波束形成  
Fig.1 Beamforming of 10 elements equally spaced linear array with amplitude weighting

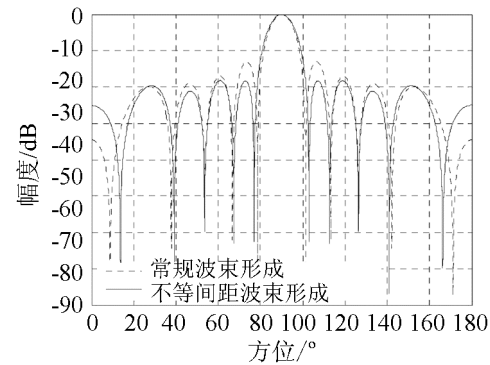


图 2 10 元不等间距分布波束形成  
Fig.2 Beamforming of 10 elements unequally spaced linear array

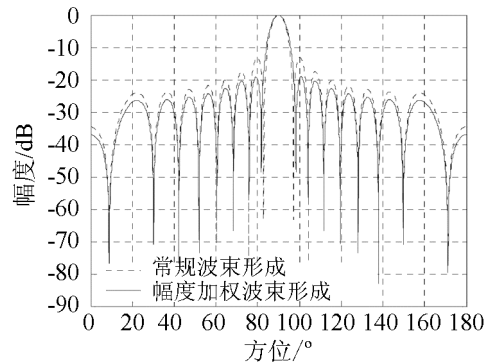


图 3 16 元等间距幅度加权波束形成  
Fig.3 Beamforming of 16 elements equally spaced linear array with amplitude weighting

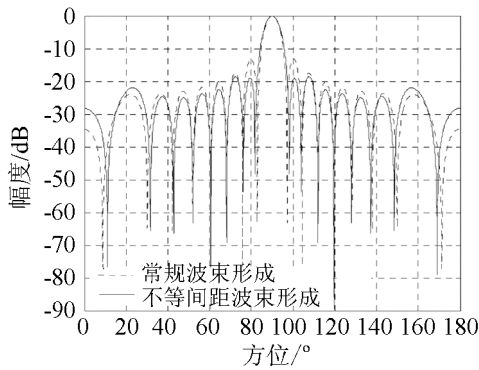


图 4 16 元不等间距分布波束形成  
Fig.4 Beamforming of 16 elements unequally spaced linear array

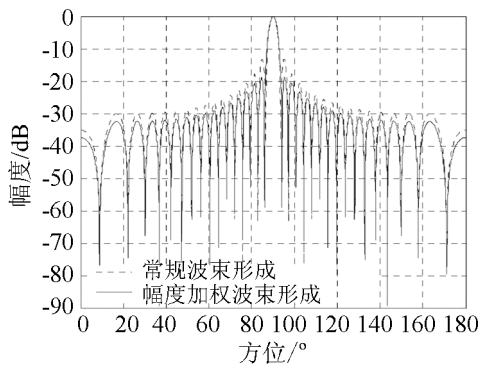


图 5 32 元等间距幅度加权波束形成  
Fig.5 Beamforming of 32 elements equally spaced linear array with amplitude weighting

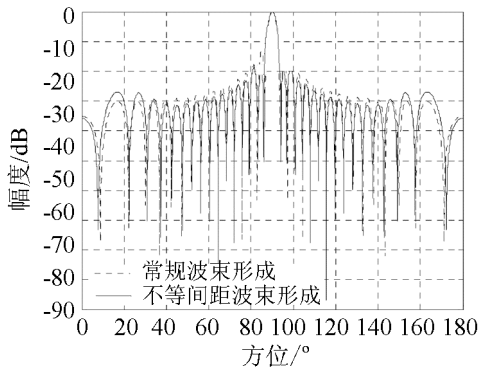


图 6 32 元不等间距分布波束形成  
Fig.6 Beamforming of 32 elements unequally spaced linear array

线，实线是幅度加权波束形成。

图 2、4、6 中的虚线是常规波束形成曲线，实线是不等间距波束形成曲线。

从图 2 可见，10 元阵不等间距波束形成第一旁瓣被抑制在-18.3dB，第二旁瓣被抑制在-18.2dB。而常规波束形成第一旁瓣高度：-13.5dB，第二旁瓣高度为-17.5dB。10 元阵阵元位置分布为 $[0, 1.22, 2.25, 3.20, 4.00, 4.81, 5.61, 6.56, 7.59, 8.81] * \lambda / 2$ 。

从图 4 可见，16 元阵不等间距波束形成第一旁瓣被抑制在-18.9dB，第二旁瓣被抑制在-18.6dB。16 元阵阵元位置分布为 $[0, 1.26, 2.40, 3.50, 4.48,$

$5.40, 6.22, 7.02, 7.78, 8.58, 9.40, 10.32, 11.30, 12.40, 13.54, 14.80] * \lambda / 2$ 。

从图 6 中可见，32 元阵不等间距波束形成第一旁瓣被抑制在-19.4dB，第二旁瓣被抑制在-18.7dB。而常规波束形成第一旁瓣高度为-13.5dB，第二旁瓣高度为-17.5dB。32 元阵阵元位置分布为 $[0, 1.28, 2.49, 3.71, 4.86, 6.01, 7.08, 8.14, 9.12, 10.08, 10.98, 11.85, 12.67, 13.48, 14.25, 15.02, 15.77, 16.55, 17.31, 18.13, 18.94, 19.82, 20.71, 21.67, 22.66, 23.71, 24.79, 25.93, 27.09, 28.31, 29.51, 30.80] * \lambda / 2$ 。

从图 2、4、6 可以看出，不等间距波束形成在降低旁瓣的同时，主瓣并没有明显的展宽，对探测距离的影响较小。

对于线阵来说，指向性指数  $DI^{[9]}$  为：

$$DI = 10 \log \frac{4\pi}{2\pi \int_{-\pi/2}^{\pi/2} b(\theta) \cos \theta d\theta} \quad (18)$$

$b(\theta)$  为声束图函数<sup>[9]</sup>。

表 1 为阵元数分别为 10、16、32 时，常规波束形成和不等间距波束形成的指向性比较。

表 1  $DI$  值比较  
Table 1 Comparison of  $DI$

阵元数	$DI/dB$	
	常规波束形成	不等间距波束形成
10	10.05	9.90
16	12.05	11.94
32	15.20	14.96

从表 1 可以看出，对于相同阵元数的线阵来说，不等间距布阵的能量和等间距布阵的能量相差不多，不等间距波束形成未造成明显的能量损失。

图 7 为不等间距和等间距换能器阵的比较，从图 7 中可以看出，采用幅度加权等间距布阵时，每一个换能器都需要一个独立的输入，硬件的制造负担很大；不等间距布阵在换能器输入端可以使用统一输入，系统简单，硬件制造成本低。

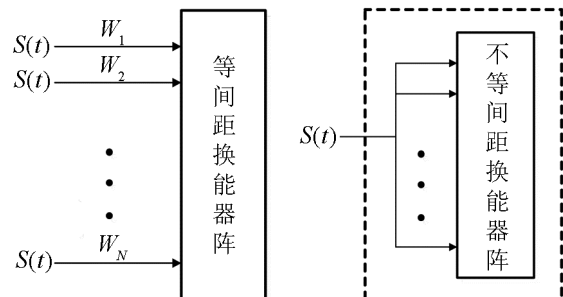


图 7 不等间距与等间距换能器阵比较  
Fig.7 Comparison between the equally spaced arrays and unequally spaced arrays

## 4 结 论

不等间距波束形成技术具有以下优点:

- (1) 不等间距波束形成不会使主瓣明显加宽, 因而不造成明显的能量损失;
- (2) 不等间距波束形成在物理上对声纳的换能器位置进行了改变, 但在硬件上没有造成负担;
- (3) 在一定程度上抑制了旁瓣, 对抑制主动声纳中的混响有较好的效果。

### 参 考 文 献

- [1] 李启虎. 声纳信号处理引论[M]. 北京: 海洋出版社. 1985: 187-189.  
LI Qihu. Sonar signal processing[M]. Beijing: Ocean Press. 1985: 187-189.
- [2] Preetham B, Kumar. Design of unequally spaced arrays for performance improvement[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1999, 47(3): 511-523.
- [3] Akira Ishimaru. Theory of unequally-spaced arrays[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1962, 10(6): 691-702.
- [4] Vittorio Murino, Andrea Trucco, Carlo S. Regazzoni. Synthesis of unequally spaced arrays by simulated annealing[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1966, 44(1): 119-123.
- [5] Dhanesh G. Kurup, Mohamed Himdi, Anders Rydberg. Synthesis of uniform amplitude unequally spaced antenna arrays using the differential evolution algorithm[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2003, 51(9): 2210-2217.
- [6] Marc I Spellman, Bradley J Strait. Analysis and synthesis of unequally spaced arrays using the z-transform[R]. ADA451433. 1967.
- [7] Sheldon S Sandler. Some equivalence between equally and unequally spaced arrays[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1960, 8(5): 496-500.
- [8] Kumar B P, Branner G R. Generalized analytical technique for the synthesis of unequally spaced arrays with linear, planar, cylindrical or spherical geometry[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 2005, 53(2): 621-634.
- [9] Urick R J. Principles of underwater sound[M]. 3rd edition. Peninsula Publishing, 1983: 42-43.

## 2009 年全国功率超声学术会议在深圳召开

2009 年 11 月 25 日至 11 月 29 日, 全国功率超声学术会议在深圳召开。本次会议由中国声学学会功率超声分会主办, 中国科学院声学研究所、陕西师范大学协办, 深圳职业技术学院承办。会议开幕时, 深圳职业技术学院万金保副校长、电子信息学院徐人凤副院长到会表示祝贺。会议共收到论文 34 篇, 综述报告 2 篇, 内容涉及超声换能器、超声电源、超声应用、超声空化等多个方面, 反映了国内功率超声技术研究的最新进展。

全国功率超声学术会议每两年举行一次, 参加今年学术年会的代表近百人, 分别来自国内主要从事功率超声研究的高校、科研院所及企业, 其中包括中国科学院声学研究所、清华大学、南京大学、同济大学、陕西师范大学、华南理工大学、南京工业大学、中船重工 715 研究所、深圳职业技术学院等 16 家研究单位, 以及近 30 家功率超声领域相关企业, 是近年来论文数量和参会人数最多的一次学术会议。

参加这次会议既有老一代科学家, 又有年轻的声学科技工作者, 还有很多企业界的朋友, 学术气氛活跃, 与会代表发言积极, 对功率超声领域的很多新问题进行了深入讨论。从整体上来看, 本次大会是一次高水平、高质量而又富于成果的声学学术会议, 为功率超声研究人员和企业界同行提供了一个很好的合作交流平台, 将对我国功率超声的发展起到积极的推动作用。

本次会议得到顺德长兴电子制造有限公司、南京工业大学超声化学工程研究所(翔宇公司)、北京金星超声波设备技术有限公司、成都九洲超声技术有限公司、北京邦联时代电子科技有限公司、然斯康波达机电设备(深圳)有限公司、昆山超声仪器有限公司、宁波中望电子科技有限公司、深圳市华伟业机电有限公司的大力支持与帮助, 分会及与会代表对此表示衷心的感谢。

中国声学学会功率超声分会