基于三阶累积量的稳健盲波束形成方法

王荣博, 侯朝焕

(中国科学院声学研究所,北京 100190)

摘要: 盲波束形成的目的就是在不知道阵列流形先验信息的情况下,从阵列输出数据中恢复出源信号。对于独立源信号的盲分离,Cardoso和 Souloumiac 提出了一种基于四阶累积量的盲波束形成方法(Joint Approximate Diagonalisation of Eigen-matrices, JADE)。然而,巨大的计算量限制了该方法在工程中的应用。而在实际应用中很多信号并不服从对称分布,因而具有三阶累积量。为此,通过联合对角化由接收数据三阶累积量构造的一系列矩阵来估计混合矩阵,进而实现盲波束形成。与 JADE 相比,该方法具有较小的计算量,并且对于有限采样数据造成的估计误差更加稳健。

关键词: 盲波束形成; 三阶累积量; 稳健; 计算复杂度

中图分类号: TN911.7 文献标识码: A

DOI 编码: 10.3969/j.issn1000-3630.2011.05.004

文章编号: 1000-3630(2011)-05-0395-04

Robust blind beamforming algorithm based on third-order cumulants

WANG Rong-bo, HOU Chao-huan

(Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract: The goal of blind beamforming is to recover source signals only from the output of array without any *a priori* information about the array manifold. For blind separation of the independent sources, Cardoso and Souloumiac proposed an effectively blind beamforming method (JADE) using fourth-order cumulant. However, the high computation complexity of this method limits its applicability in practical problems. In many applications, the source signals have nonzero third-order cumulant duo to the fact that they obey asymmetric distribution. In this paper, a new method is proposed to separate independent sources with nonzero third-order cumulant, which estimates mixing matrix by jointly diagonalizing several matrices formed by the third-order cumulants of array data. Contrary to JADE method, the proposed method has much lower computation complexity and is more robust to the estimation errors resulting from finite sampling data.

Key words: blind beamforming; third-order cumulant; robust; computation complexity

0 引言

近几十年来,阵列信号处理技术在许多工程实际中得到广泛使用,如雷达、声纳和无线通信等等。阵列信号处理技术的关键部分就是阵列波束形成。常规波束形成方法通常依赖于期望信号方向向量的先验知识,因此,当由各种因素如阵列的变形、指向误差等引起方向向量产生误差时,常规波束形成方法会对这些误差非常敏感,从而引起其性能的严重下降,这个缺点限制了常规波束形成方法在实际问题中的应用。

而另一方面, 在不知道期望信号方向向量先验

收稿日期: 2010-10-11; 修回日期: 2011-03-08 基金项目: 国防科工委资助项目(A1320070067)

作者简介: 王荣博(1980一), 男, 山东人, 博士研究生, 研究方向为阵列

信号处理。

通讯作者: 王荣博, E-mail: rbwangcas@gmail.com

知识的情况下, 盲波束形成方法能够从阵列输出数 据中恢复出期望信号[1-10],因此其对方向向量误差 具有稳健性。最早的盲波束形成方法是依赖于波达 方向的[1],即首先估计接收信号的方向,然后再构 成波束形成恢复来波方向的信号。这种方法首先要 校准阵列,故需巨大的计算开销,尤其是在多个信 号或多径传播的情况下更是如此。因此,这个方法 非常依赖于信道的状况。之后人们提出了新类型的 波束形成方法,不是基于信道状况,而是利用了信 号的特性。一个著名的方法就是恒模算法(Constant Modulus Algorithm, CMA)^[2,3], 它利用信号具有恒定 幅度的特点,例如数字通信中的调频或调相信号就 具备这个特性。恒模算法的优点是,它既不依赖于 信道状况,也不需阵列校准。但是很多情况下信号 并不具有恒定幅度,这促使人们利用信号的二阶统 计特性开发了新的波束形成方法来恢复期望信号, 如 SOBI(second-Order Blind Identification)方法^[4]等。

但这些方法往往只是对具有不同功率谱密度的信号具有较好的分离效果。而对具有相同功率谱密度的信号则需要借助高阶统计量来实现波束形成^[5-8]。

1993 年,Cardoso 和 Souloumiac 提出了一种基于四阶累积量的盲波束形成方法(JADE)^[5]。尽管该方法能够有效地实现独立信号的盲分离,但由于其需要计算大量四阶累积量,从而产生巨大的计算开销,不利于算法的实时实现。实际问题中许多信号并不具有对称分布特性,如声纳中的线性调频波^[11],因而具有三阶累积量,本文提出一种基于三阶累积量的盲波束形成方法来分离独立信号,相对 JADE 算法有更小的计算量。另外,在有限采样数据情况下,三阶累积量比四阶累积量有更小的估计误差,因此,该算法也有更好的稳健性。

1 问题表述

假设m个远场窄带信号到达由n个阵元组成的阵列,那么,在噪声存在的情况下,阵列输出数据x(t)可以表示为:

$$x(t) = \sum_{k=1}^{m} a(\theta_k) s_k(t) + n(t) = As(t) + n(t)$$
 (1)

其中x(t): $n\times1$ 的阵列输出向量;

A: 未知的 $n \times m$ 混合矩阵;

s(t): 未知的 $m \times 1$ 信号向量,每个元素为一个信号:

 $a(\theta_k)$:来自方向 θ_k 的信号的方向向量,相应于A的列向量:

n(t): $n \times 1$ 的平稳噪声向量。

在这个信号模型中,假定各源信号 $s_k(t)$ $(k=1,2,\cdots,m)$ 相互独立,均值为 0。假设 n(t) 为高斯白噪声,且与源信号互相独立。本文也假设源信号具有非零的三阶累积量,信号 $s_p(t)$ 的三阶累积量定义如下:

$$k_{n} = Cum(s_{n}(t), s_{n}^{*}(t), s_{n}^{*}(t))$$
 (2)

本文的目的是在不知道阵列流形的情况下,仅利用阵列输出数据 x(t) 构建 $m \times n$ 的盲波束形成器 B,使 $e(t)=Bx(t) \approx BAs(t)=Ps(t)$,其中 P 是 $m \times m$ 的置换矩阵,e(t) 为源信号向量 s(t) 的估计。该任务就等同于估计混合矩阵 A。

2 基于三阶累积量的盲波束形成 算法

根据模型(1), 阵列输出x(t)的自相关矩阵为

$$R_x = E(\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^{\mathrm{H}}(t)) = A\mathbf{R}_s A^{\mathrm{H}} + \mathbf{R}_n = A\mathbf{R}_s A^{\mathrm{H}} + \sigma^2 \mathbf{I}$$
 (3)
其中, σ^2 是噪声的方差。

由于假定噪声是白色的,可以将 \mathbf{R}_x 最小的 \mathbf{n} — \mathbf{m} 个特征值的平均作为噪声方差 σ^2 的估计。用 μ_1 , ···, μ_m 表示 \mathbf{m} 个最大的特征值, \mathbf{h}_1 , ···, \mathbf{h}_m 表示相应的特征向量,则接收数据的白化矩阵为

$$\boldsymbol{W} = [(\mu_1 - \sigma^2)^{-1/2} \boldsymbol{h}_1, \dots, (\mu_m - \sigma^2)^{-1/2} \boldsymbol{h}_m]^{\mathrm{H}}$$
 (4)

因此, 白化的阵列接收数据为

$$z(t) = Wx(t) = Us(t) + Wn(t)$$
(5)

其中,U=WA是一个酉矩阵,这个酉矩阵使n维的阵列输出向量x(t)减小到m维的向量z(t)。因此,估计混合矩阵A就等同于估计酉矩阵U。

假设h是一个列向量,可以构造一个所谓的累积量矩阵Q(h),它的第(i,j)个元素定义为

$$n_{ij} = \sum_{k=1}^{m} cum(z_i, z_j^*, z_k^*) h_k = \sum_{k=1}^{m} cum[u_{i1}S_1 + \dots + u_{im}S_m, (u_{j1}S_1 + \dots + u_{jm}S_m)^*,$$

$$(6)$$

$$\sum_{k=1}^{m} (u_{k1}S_1 + \dots + u_{km}S_m)^*] h_k$$

利用累积量的性质——加性、线性和高斯信号 不敏感性等,有:

$$n_{ij} = \sum_{k=1}^{m} \left(\sum_{p=1}^{m} u_{ip} u_{jp}^{*} u_{kp}^{*} k_{p} \right) h_{k} = \sum_{p=1}^{m} u_{ip} u_{jp}^{*} k_{p} \sum_{k=1}^{m} u_{kp}^{*} h_{k} = \sum_{p=1}^{m} k_{p} u_{p}^{H} h u_{ip} u_{jp}^{*}$$

$$(7)$$

所以,

$$\mathbf{Q}_{z}(h) = \sum_{p=1}^{m} k_{p} \mathbf{u}_{p}^{\mathrm{H}} h \mathbf{u}_{p} \mathbf{u}_{p}^{\mathrm{H}} = U \mathbf{\Lambda} U^{\mathrm{H}}$$
(8)

其中, Λ =diag($k_1 u_1^H h, \dots, k_m u_m^H h$)。这样,通过 $Q_z(h)$ 的特征分解就得到了酉矩阵U。

为了提高稳健性和减小计算量,所有三阶累积量应该都使用且仅使用一次。用 b_k 表示第k个位置为1其它位置为0的 $m\times1$ 向量,则可以定义下面的集合:

$$S \stackrel{def}{=} \{ \mathbf{Q}_{z}(\mathbf{b}_{k}) | 1 \le k \le m \}$$
 (9)

所以,酉矩阵 U 可以作为集合 S 中的所有矩阵的联合近似对角化矩阵,使用雅可比方法便可得到该对角化矩阵 $^{[5]}$ 。

本文提出的算法步骤如下:

- (1) 收集数据 x(t), 然后根据表达式(3)计算其自相关矩阵 R.
- (2) 利用表达式(4),通过 R_x 的特征值分解得到 白化矩阵 W;
- (3) 依据表达式(6)和(9), 计算集合 S 中的所有累积量矩阵:
 - (4) 使用雅可比方法计算集合 S 中的所有矩阵

的联合对角化矩阵 U;

(5) 估计混合矩阵 $\hat{A}=W^{\#}U$ 。

可见,本文提出的基于三阶累积量的盲波束形成算法和 JADE 算法都是联合对角化 $m \land m \times m$ 的矩阵。但是,为了得到 $m \land$ 矩阵,本文算法仅需要计算 $m^3 \land$ 三阶累积量,而 JADE 方法却需要计算 $m^4 \land$ 四阶累积量,因此本文算法计算量小得多。另外,相对于使用四阶累积量的 JADE 方法,本文提出的基于三阶累积量的算法对有限采样个数造成的估计误差稳健得多,这可以通过下面的仿真来验证。

3 仿真结果

为了检验本文提出的方法的性能,这里给出几个仿真实验结果,与 JADE 方法作比较。选择 5 个阵元的阵列,其混合系数的实部和虚部都是由零均值单位方差的高斯分布随机变量产生的。两个远场窄带信号到达阵列,其中一个信号服从标准分布,另一个是在集合 {-1,0,3} 中取值的离散信号,且其取值概率分别为 {1/4,2/3,1/12}。背景噪声为平稳高斯白噪声。为检验算法的性能,仿真采用了下面的性能指标^[10]:

$$PI = \left[\sum_{i=1}^{m} \left(\sum_{k=1}^{m} \frac{|g_{ik}|}{\max_{j} |g_{ij}|} - 1 \right) + \sum_{i=1}^{m} \left(\sum_{k=1}^{m} \frac{|g_{ki}|}{\max_{j} |g_{ji}|} - 1 \right) \right].$$

$$\frac{1}{m(m-1)}$$
(10)

其中, g_{ij} 是矩阵 $G = \hat{A}^{t}A$ 的第(i,j)个元素。PI 的值越小表示算法估计的混合矩阵越准确,波束形成性能越好。

图 1~3 分别表示采样数为 100、500 和 1000 时算法的 PI 性能指标随信噪比(SNR)的变化曲线。从三个仿真图可以看出,随着采样数的增加,两种算法的 PI 值都会减小,但本文提出的算法性能要优于 JADE 算法,尤其是在低采样数时,本文算法性能要远好于 JADE 算法。这是因为,尽管三阶累积量和四阶累积量对于有限采样数都会存在估计误差,但是三阶累积量的估计方差要比四阶累积量小,所以本文提出的基于三阶累积量的算法性能要好于基于四阶累积量的 JADE 算法。随着采样数的增加,三阶和四阶累积量的估计值均趋于其真值,两种算法的 PI 曲线逐渐靠拢,从仿真图上可以看出这一点。另外,即使在高采样数时,低信噪比情况下本文算法性能也明显优于 JADE,可见本文提出的算法有更强的抗噪声能力。

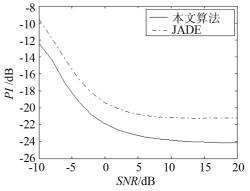


图 1 采样数为 100 时性能指标随 SNR 的变化曲线 Fig.1 PI versus SNR for 100 sampling data

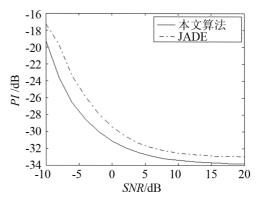


图 2 采样数为 500 时性能指标随 SNR 的变化曲线 Fig.2 PI versus SNR for 500 sampling data

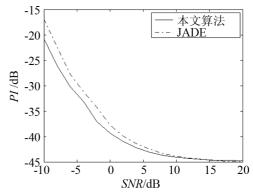


图 3 采样数为 1000 时性能指标随 SNR 的变化曲线 Fig.3 PI versus SNR for 1000 sampling data

4 结论

对于独立信号的盲分离,本文提出了一种基于 三阶累积量的方法。与经典的 JADE 方法相比,算 法有更小的计算量,对于有限采样个数产生的误差 更加稳健。仿真结果表明提出的算法能够有效地分 离独立信号。

参考文献

- Chen C H. Signal processing handbook[M]. New York: Marcel Dekker, 1988.
- [2] Gooch R, Lundell J. The CM array: an adaptive beamformer for

- constant modulus signals[C]// Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1986.
- [3] Van Der Veen A J, Paulraj A. An analytical constant modulus algorithm[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1996, 44(5): 1136-1155.
- [4] Belouchrani A, Abed-Meraim K, Cardoso J F, et al. A blind source separation technique using second-order statistics[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1997, 45(2): 434-444.
- [5] Cardoso J F, Souloumiac A. Blind beamforming for non-Gaussian signals[C]// Proceedings of International Conference on Radar Signal Processing, 1993, 140(6): 362–370.
- [6] Huang X Z, Wu H C, Principe J C. Robust blind beamforming algorithm using joint multiple matrix diagonalization[J]. IEEE Sensor Journal, 2007, 7(1): 130-136.

- [7] Cardoso J F. Source separation using higher order moments[C]// Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1989.
- [8] Comon P. Independent component analysis, a new concept?[J]. Signal Processing[J]. 1994, 36: 287-314.
- [9] Xiang Y. Blind source separation based on constant modulus criterion and signal mutual information[J]. Computers and Electrical Engineering, 2008, 34: 416-422.
- [10] Amari S, Cichocki A, Yang H. A new algorithm for blind signal separation[J]. Advances in Neural Information Processing System, 1996, 8: 757-763.
- [11] Dogan M C, Mendel J M. Cumulant-based blind optimum beamforming[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1994, 30(3): 722-741.



• 简讯 •

丁玉薇同志荣获"金牛奖"和上海市科技期刊先进工作者称号

2010年9月揭晓的中国科学技术期刊编辑学会评选出的科技期刊编辑"金牛奖"、"银牛奖"获得者中,中国科学院声学研究所东海研究站《声学技术》编辑部常务副主编、副编审丁玉薇同志获得了中国科学技术期刊编辑学会授予的最高奖"金牛奖",同时又获得了上海市科技期刊先进工作者称号。丁玉薇同志在编辑岗位上兢兢业业、默默奉献,为我国科技期刊的编辑事业作出了重要的贡献。

我们向她致以热烈的祝贺!





《声学技术》编辑部