

# 应用匹配场实现单矢量水听器的三维定位

王学志<sup>1,2</sup>, 涂 英<sup>1</sup>, 吴克桐<sup>1</sup>, 蔡惠智<sup>1</sup>

(1. 中国科学院声学研究所, 北京 100190; 2. 中国科学院研究生院, 北京 100190)

**摘要:** 将匹配场原理应用到单矢量水听器上实现声源的三维定位, 根据声压、质点振速表达式进行推导, 获得 Bartlett 相关表达式并进行分析和仿真。对仿真结果进行分析后指出: 声压方法可以获得距离、深度估计, 但无法区分角度; 声压、轴向振速、法向振速组合可以区分角度并且分辨左右弦, 但是同声压方法相比, 距离深度分辨严重下降; 而垂直振速、轴向振速、法向振速组合可以区分角度并且分辨左右弦, 并且在距离、深度上比声压方法稍有提高。所以在单矢量水听器下, 为了同时获得距离、深度、角度的估计, 需要应用垂直振速、轴向振速、法向振速组合法。

**关键词:** 单矢量水听器; 匹配场; Bartlett 处理器; 三维定位

中图分类号: TB565

文献标识码: A

文章编号: 1000-3630(2012)-01-0072-05

DOI 编码: 10.3969/j.issn1000-3630.2012.01.012

## Single vector hydrophone's 3D source location by applying matched field processing

WANG Xue-zhi<sup>1,2</sup>, TU Ying<sup>1</sup>, WU Ke-tong<sup>1</sup>, CAI Hui-zhi<sup>1</sup>

(1. Institute of Acoustics, Chinese Academy of Science, Beijing 100190, China; 2. Graduate School, Chinese Academy of Science, Beijing 100190, China)

**Abstract:** Matched field processing approach is applied to a single vector hydrophone for 3D source location in this paper. According to pressure and particle velocity's expressions, the single vector hydrophone's Bartlett expression is deduced and analyzed. Then simulation is made on it and the analyzed results are described as follows: pressure method can achieve range and depth location but not distinguish angle; pressure-axial velocity-normal velocity combination can distinguish angle without left/right ambiguity problem but have much worse performance of range and depth location than pressure method; axial velocity-normal velocity-vertical velocity combination can also distinguish angle without left/right ambiguity and have little better performance of range and depth location compared to pressure method. So, axial velocity-normal velocity-vertical velocity combination needs to be used for a single vector hydrophone to achieve 3D location.

**Key words:** single vector hydrophone; matched field processing; Bartlett processor; 3D location

## 0 引言

对匹配场定位方法的研究是近年来水声学研究的热点<sup>[1-8]</sup>。匹配场定位的基本原理是: 通过比较信号在接收阵上的协方差函数与假定声源位置后按传播模型数值计算得到的协方差函数之间的相关程度, 来确定声源的位置。传统的匹配场定位多数采用垂直阵或水平阵, 以获得足够多的声场空间信息。各种基阵阵形、声源频率、处理方法运用的好坏, 直接影响模糊函数的形状以及定位性能。就垂直阵而言, 由于受阵倾斜、上下阵元深度以及阵元间隔等失配因素的影响, 对声源的准确定位是困难的。

所谓矢量水听器就是用来测量水下声场矢量的声接收传感器, 由声压水听器与直接或间接测量质点振速的传感器以不同方式组合而成<sup>[9,10]</sup>。由于矢量水听器的性能优势, 其在水声工程中的应用日益广泛并逐渐进入人们的视野。

不难设想, 可以利用单个水听器实现对目标位置的估计。这一问题最早由 Clay<sup>[11]</sup>提出, 他从匹配滤波的观点指出: 用信道冲激响应的逆函数对接收信号进行滤波, 可降低信道传输失真, 同时能实现声源定位。Li 等人<sup>[12]</sup>用这种方法在一个空气波导中成功进行了声源定位实验, 验证了 Clay 方法的可行性。Frazer 等人<sup>[13]</sup>将 Clay 的方法进一步作了推广, 导出了一类定位方法, 并用仿真计算分析了这些方法, 再一次证明了 Clay 方法的可行性。声压水听器定位的难题在于没有丝毫角度信息可以利用, 能否利用矢量水听器能提供更多声场信息弥补这一不足正是本文所讨论的问题。

本文将两者结合起来, 探讨如何将匹配场原理

收稿日期: 2011-02-23; 修回日期: 2011-04-11

作者简介: 王学志(1985-), 男, 山西临汾人, 博士研究生, 研究方向为阵列信号处理、被动声纳。

通讯作者: 王学志, E-mail: wxzlovenk@gmail.com

应用到单矢量水听器上实现声源的三维定位: 距离、深度、角度估计。这里采用经典 Bartlett 处理器, 环境模型为 Double 模型, 测量场和拷贝场都采用 kraken<sup>[14]</sup>简正波模型计算, 并且搜索采用距离、深度、角度三维穷举搜索。

## 1 公式推导

根据简正波理论<sup>[15]</sup>, 声场中简谐声源激发的声压  $p$ , 水平振速  $v_r$  和垂直振速  $v_z$  分别表示为:

$$p(r, z) = \frac{i}{\sqrt{8\pi r}} e^{i\pi/4} \sum_l \psi_l(z_s) \psi_l(z) \frac{1}{\sqrt{v_l}} e^{-i\mu_l r} e^{\delta_l r} = \frac{i}{\sqrt{8\pi r}} e^{i\pi/4} \sum_l \psi_l(z_s) \psi_l(z) \frac{1}{\sqrt{v_l}} e^{-i\nu_l r} \quad (1)$$

$$v_r(r, z) = \frac{i}{\rho\omega\sqrt{8\pi r}} e^{i\pi/4} \sum_l \psi_l(z_s) \psi_l(z) \sqrt{v_l} e^{-i\nu_l r} \quad (2)$$

$$v_z(r, z) = \frac{1}{\rho\omega\sqrt{8\pi r}} e^{i\pi/4} \sum_l \psi_l(z_s) \psi'_l(z) \frac{1}{\sqrt{v_l}} e^{-i\nu_l r} \quad (3)$$

其中:  $\nu_l = \mu_l + i\delta_l$  表示简正波的复本征值, 本征值实部  $\mu_l$  表示水平波数, 本征值虚部  $\delta_l$  表示简正波衰减,  $\psi_l(z_s)$  表示本征函数,  $\psi'_l(z) = (\partial/\partial z)\psi_l(z)$  是其在  $z$  方向的导数。本文采用柱坐标系  $(r, \theta, z)$ , 如图 1 所示。

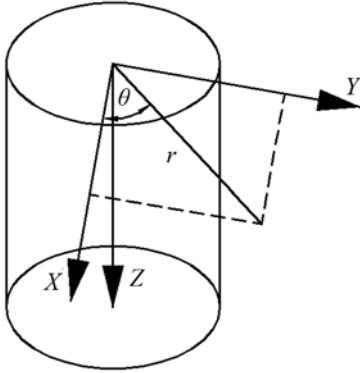


图 1 柱坐标系示意图

Fig.1 Schematic of cylindrical coordinate system

根据  $v_x = v_r \cos(\theta)$ ,  $v_y = v_r \sin(\theta)$  可以得到轴向振速  $v_x$  和法向振速  $v_y$ , 其中  $\theta$  为水平方位角。式(4)~(7)为四种匹配表达式, 其中  $H$  表示共轭转置,  $\text{Re}$  为取实部。  $\mathbf{P}$  为声压列向量,  $\mathbf{V}$  为振速列向量。

$$B_{\text{MF}}^p = |\mathbf{P}^H \mathbf{P}| \quad (4)$$

$$B_{\text{MF}}^{pv} = \text{Re}(\mathbf{P}^H \mathbf{P} (\mathbf{V}^H \mathbf{V})^*) \quad (5)$$

$$B_{\text{MF}}^{pv_x} = \text{Re}(\mathbf{P}^H \mathbf{P} (\mathbf{V}_x^H \mathbf{V}_x + \mathbf{V}_y^H \mathbf{V}_y)^*) \quad (6)$$

$$B_{\text{MF}}^{v_x v_z} = \text{Re}(\mathbf{V}_z^H \mathbf{V}_z (\mathbf{V}_x^H \mathbf{V}_x + \mathbf{V}_y^H \mathbf{V}_y)^*) \quad (7)$$

本文采用 Bartlett 处理器, 即在频域上将阵元输出进行加权求和。式(4)为利用  $p$  进行 Bartlett 匹

配表达式, 记作  $p$  方法; 式(5)为利用  $p$  和  $v$  进行 Bartlett 匹配表达式, 其中  $v$  可以表示  $v_r$ 、 $v_x$ 、 $v_y$  或者  $v_z$ , 记作  $pv$  方法; 式(6)为利用  $p$ ,  $v_x$ ,  $v_y$  进行 Bartlett 匹配表达式, 记作  $pv_x v_y$  方法; 式(7)为利用  $v_x$ ,  $v_y$ ,  $v_z$  进行 Bartlett 匹配表达式, 记作  $v_x v_y v_z$  方法。

引入归一化, 式(4)、(5)即变为式(8)、(9)。其中  $rplc$  表示拷贝场;  $data$  表示测量场。

$$B_{\text{MF}}^p(r, z) = \frac{|\int p_1^{rplc}(f)^* p_1^{data}(f) df|}{[\int |p_1^{rplc}(f)|^2 df]^{1/2} [\int |p_1^{data}(f)|^2 df]^{1/2}} \quad (8)$$

$$B_{\text{MF}}^{pv}(r, z) = \frac{\text{Re}(\int [p_1^{rplc}(f)^* p_1^{data}(f)] [v_1^{rplc}(f)^* v_1^{data}(f)] df)}{[\int |p_1^{rplc}(f)|^2 |v_1^{rplc}(f)|^2 df]^{1/2} [\int |p_1^{data}(f)|^2 |v_1^{data}(f)|^2 df]^{1/2}} \quad (9)$$

以上两式分子项进行相关, 分母项归一化。为了进一步研究分子项, 这里给出其在单个频率下的表达式, 推导如下:

$$A_1 = p_1(r_1, z'_s, \theta') p_1^*(r_{s_1}, z_s, \theta_s) \quad (10)$$

$$A_2 = V_{r_1}(r_1, z'_s, \theta') V_{r_1}^*(r_{s_1}, z_s, \theta_s) \quad (11)$$

式(10)、(11)为声压和振速分别进行相关的表达式。将式(1)、(2)分别代入式(10)、(11), 得到式(12)、(13)。

$$A_1 = p_1(r_1, z'_s, \theta') p_1^*(r_{s_1}, z_s, \theta_s) = \frac{1}{8\pi} \left\{ \left[ \sum_{l_1} \psi_{l_1}(z'_s) \psi_{l_1}(z) \frac{1}{\sqrt{v_{l_1} r_{l_1}}} e^{-i\nu_{l_1} r_1} \right] \left[ \sum_{m_1} \psi_{m_1}(z_s) \psi_{m_1}(z) \frac{1}{\sqrt{v_{m_1} r_{m_1}}} e^{-i\nu_{m_1} r_{s_1}} \right]^* \right\} = \quad (12)$$

$$\frac{1}{8\pi} \left\{ \sum_h^{l_1 \cap m_1} \left[ \psi_h(z'_s) \psi_h^2(z) \psi_h(z_s) \frac{1}{\sqrt{v_h r_1 v_{s_1}}} e^{i(\nu_{s_h}^* r_{s_1} - \nu_h r_1)} \right] \right\}$$

同理可得:

$$A_2 = V_{r_1}(r_1, z'_s, \theta') V_{r_1}^*(r_{s_1}, z_s, \theta_s) = \left( \frac{1}{\rho\omega\sqrt{8\pi}} \right)^2 \left\{ \sum_h^{l_1 \cap m_1} \left[ \psi_h(z'_s) \psi_h^2(z) \psi_h(z_s) \frac{\sqrt{v_h v_{s_h}^*}}{\sqrt{r_1 r_{s_1}}} e^{i(\nu_{s_h}^* r_{s_1} - \nu_h r_1)} \right] \right\} \quad (13)$$

这里需要说明的是, 对于单矢量水听器之所以仅仅保留对角项是因为: 当频率足够多和模式采样充分时, 且非对角项实部和虚部均含有正负值, 模式正交可使最终求和的实部和虚部各自消去, 从而非对角项趋向于 0<sup>[16]</sup>。进而式(8)、(9)中的分子项变为式(14)、(15):

$$B_p^{\text{numerator}} = \frac{1}{8\pi \sqrt{r_1 r_{s_1}}} \left\{ \sum_h^{l_1 \cap m_1} \left[ \psi_h(z'_s) \psi_h^2(z) \psi_h(z_s) \frac{1}{\sqrt{v_h v_{s_h}^*}} e^{i(\nu_{s_h}^* r_{s_1} - \nu_h r_1)} \right] \right\} \quad (14)$$

$$B_{pv_x v_y}^{numerator} = \left\{ A_1 \times [A_2 \times (\cos(\theta') \cos(\theta_s) + \sin(\theta') \sin(\theta_s))] \right\}^2 = \left( \frac{1}{8\pi\rho\omega} \right)^2 \cdot \left\{ \sum_h^{l_h \cap m_h} \left[ \psi_h^2(z'_s) \psi_h^4(z) \psi_h^2(z_s) \frac{\sqrt{v_h^* v_{s_h}}}{r_1 r_{s_1} \sqrt{v_h v_{s_h}}} e^{2(\delta_{h_r r_1} + \delta_{h_r l_1})} \right] \right\} [\cos(\theta') \cos(\theta_s) + \sin(\theta') \sin(\theta_s)] \quad (15)$$

其中: numerator 表示分子项,  $p$  表示利用声压进行匹配,  $pv_x v_y$  表示利用声压、轴向振速和法向振速组合进行匹配。 $\theta$  为搜索角度,  $\theta_s$  为真实声源角度, 均表示阵元距声源的水平夹角。

又因为  $v_l = \mu_l + i\delta_l$ , 本征函数通常只包含实部, 本征值的虚部远小于其实部(约 3, 4 个量级), 所以  $\delta_l \approx 0$ ,  $v_h^* \approx v_h$ ,  $v_h \approx \mu_h$ 。所以(15)式变为:

$$B_{pv_x v_y}^{numerator} \approx \left( \frac{1}{8\pi\rho\omega} \right)^2 \frac{1}{r_0 r_{s_0}} \left\{ \sum_h^{l_h \cap m_h} [\psi_h^2(z'_s) \psi_h^4(z) \psi_h^2(z_s)] \right\} (\cos(\theta') \cos(\theta_s) + \sin(\theta') \sin(\theta_s)) \quad (16)$$

在  $B_p^{numerator}$  求和项中,  $\exp[i(v_{s_h}^* r_{s_0} - v_h r_0)]$  为距离和本征值(深度的函数)的  $e$  指数函数, 只有当深度距离匹配的时候,  $\exp[i(v_{s_h}^* r_{s_0} - v_h r_0)] = 1$ , 而在其他情况下为复数, 由于模式累加和频率累积可以发生抵消进而抑制旁瓣。 $\psi_h(z'_s) \psi_h^2(z) \psi_h(z_s)$  是随距离不变, 随频率深度缓慢变化的, 并且  $\psi_h(z'_s), \psi_h(z_s)$  有正有负, 在求和中也会相抵消。

而  $B_{pv_x v_y}^{numerator}$  求和项与  $B_p^{numerator}$  求和项相比,  $B_{pv_x v_y}^{numerator}$  是在模函数组合上乘以 1,  $B_p^{numerator}$  是在模函数组合上乘以  $\exp[i(v_{s_h}^* r_{s_0} - v_h r_0)] \times (v_h v_{s_h}^*)^{-\frac{1}{2}}$ 。比如在  $B_{pv_x v_y}^{numerator}$  中, 在某个不匹配的距离深度上出现旁瓣, 而对于  $B_p^{numerator}$ , 由于存在  $\exp[i(v_{s_h}^* r_{s_0} - v_h r_0)] \cdot (v_h v_{s_h}^*)^{-\frac{1}{2}}$ , 实部虚部可正可负, 通过模式求和和频率累积, 可起到抑制旁瓣的作用。

## 2 单矢量水听器仿真

环境模型为 Double<sup>[14]</sup>, 海深为 100 m, 频率范围为 20~100 Hz, 步长为 1 Hz, 声源深度为 30 m, 接收水听器深度为 60 m, 横坐标为 0, 声源距水听器距离为 6 km, 波达角度为 90°。距离搜索范围为 5~7km, 搜索次数为 100; 深度搜索范围为 20~40 m, 搜索次数为 100; 角度搜索范围为 0~359°, 搜索次数为 360。仿真环境参数<sup>[14]</sup>如图 2 所示。

图 3~8 分别为  $p$  方法、 $pv_x v_y$  方法下角度匹配、

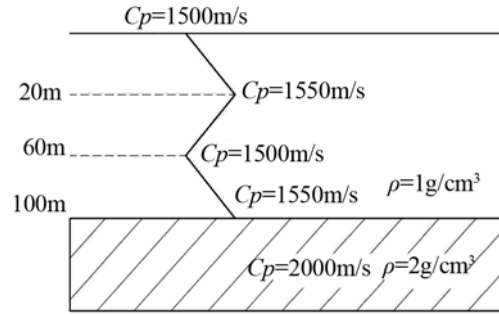


图 2 Double 环境模型示意图  
Fig.2 Schematic of Double environmental model

距离匹配和深度匹配的模糊图。对于单矢量水听器, 从图 5、图 7 可以看到,  $p$  方法在角度上无指

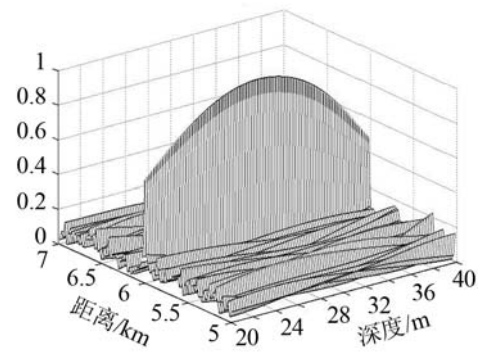


图 3  $p$  方法下角度匹配的模糊面  
Fig.3 Matched angle's ambiguity plane under  $p$  method

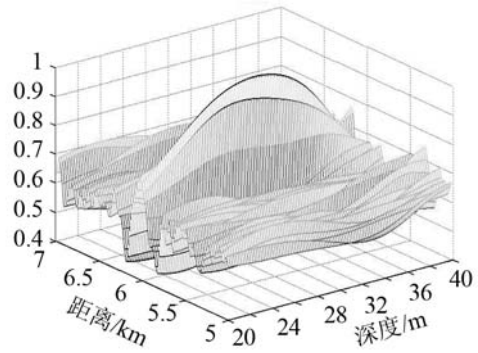


图 4  $pv_x v_y$  方法下角度匹配的模糊面  
Fig.4 Matched angle's ambiguity plane under  $pv_x v_y$  method

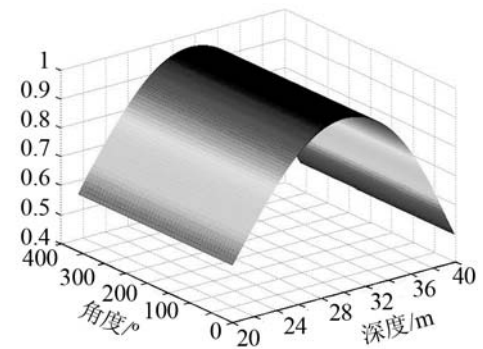


图 5  $p$  方法下距离匹配的模糊面  
Fig.5 Matched range's ambiguity plane under  $p$  method

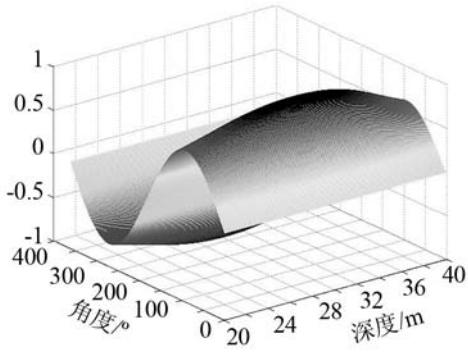


图 6  $pv_x, v_y$ 方法下距离匹配的模糊面  
Fig.6 Matched range's ambiguity plane under  $pv_x, v_y$  method

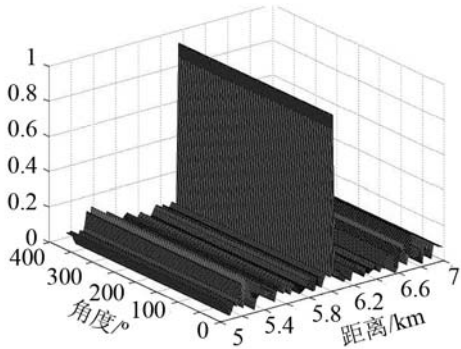


图 7  $p$ 方法下深度匹配的模糊面  
Fig.7 Matched depth's ambiguity plane under  $p$  method

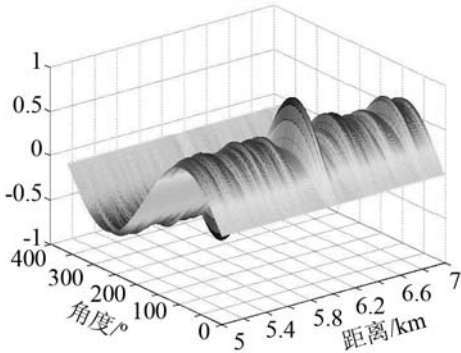


图 8  $pv_x, v_y$ 方法下深度匹配的模糊面  
Fig.8 Matched depth's ambiguity plane under  $pv_x, v_y$  method

向性;从图 6、图 8 可以看到,  $pv_x, v_y$ 方法在角度上是有指向性的,并且可以区分左右舷。表 1 是这样获得的:在匹配角度的情况下,分别进行距离、深度投影并获得主旁瓣比,同理获得匹配距离和匹配深度的结果,其中“—”表示此项无内容。从表 1 可以看出,在单矢量水听器下,  $pv_x, v_y$ 方法同  $p$ 方法相比,在距离和深度分辨能力严重下降,但在角度上有所提高。 $pv_x, v_y$ 方法主瓣宽度很宽是因为只有一个水听器。

图 9 是单矢量水听器矢量波束形成<sup>[17]</sup>的验证结果。仿真配置如下:采样频率为 4kHz,信号频率为 375 Hz,信号波达角度为 90°,FFT 点数为 8192 点,

表 1 单矢量水听器仿真结果  
Table 1 Single vector hydrophone simulation result

| 匹配方法        | 匹配项  | 深度投影下的主旁瓣比 | 距离投影下的主旁瓣比 | 角度投影下的主旁瓣比  |
|-------------|------|------------|------------|-------------|
| $p$         | 匹配角度 | 1:0.5989   | 1:0.2425   | —           |
|             | 匹配距离 | 1:0.6      | —          | 无指向性        |
|             | 匹配深度 | —          | 1:0.21     | 无指向性        |
| $pv_x, v_y$ | 匹配角度 | 1:0.7678   | 1:0.7678   | —           |
|             | 匹配距离 | 1:0.7362   | —          | 关于 180° 反对称 |
|             | 匹配深度 | —          | 1:0.7056   | 关于 180° 反对称 |

角度搜索范围为 0~359°,角度搜索次数为 360。从图 9 中可以看到波束形成结果同上面  $pv_x, v_y$ 方法仿真结果在角度一维上相符,主瓣宽度很宽,原因就是只有一个阵元。

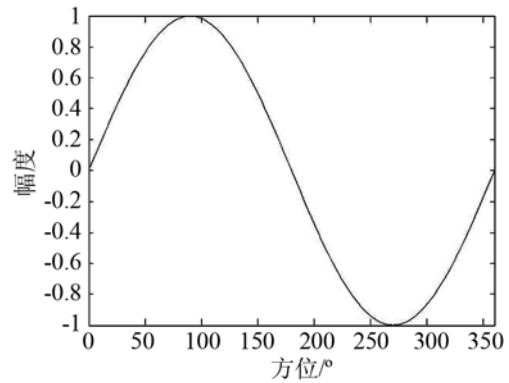


图 9  $pv_x, v_y$ 方法波束形成结果  
Fig.9 Beamforming result under  $pv_x, v_y$  method

### 3 结果讨论与分析

考虑到  $v_x=v_r \cos\theta$ ,  $v_y=v_r \sin\theta$ ,所以  $pv_x, v_y$ 方法实际上是  $pv_r$ 的组合,角度是通过  $\cos\theta$ 、 $\sin\theta$ 的加权组合获得的,  $pv_x, v_y$ 方法距离深度定位直接依赖于  $pv_r$ 。为了进一步分析  $pv_x, v_y$ 方法在单矢量水听器性能下降的原因,在单矢量水听器下分别进行  $pv_z$ 方法,  $v_r, v_z$ 方法仿真。在此仅给出主旁瓣比。在单矢量水听器匹配角度下,深度投影的主旁瓣比为:  $pv_z$ 方法为 1:0.3861,  $v_r, v_z$ 方法为 1:0.4255。可以看出在单矢量水听器下,  $v_r, v_z$ 方法比  $p$ 方法定位效果要好。按照第 1 节对  $v_r, v_z$ 方法、 $pv_z$ 方法进行类似推导,得到  $v_r, v_z$ 方法的求和项为  $\psi_h^2(z_s')\psi_h^2(z)\psi_h^2(z)\psi_h^2(z_s)$ ,  $pv_z$ 方法为  $\psi_h^2(z_s')\psi_h^4(z)\psi_h^2(z_s)$ 。可以看到:虽然本征值都被抵消掉,但是  $v_r, v_z$ 方法引入了  $\psi_h^2(z)$ ,在距离、深度上还是有不错的性能。由于模函数随距离不

变, 随频率深度缓慢变化, 在单矢量水听器下, 模式变化缓慢导致  $pv_r$  方法性能恶化; 引入模函数导数一定程度上弥补了模函数采样不足, 保证了  $v_r v_z$  方法有相对不错的深度距离定位性能。从上面的分析可以看到, 模式采样对深度和距离定位的重要作用。所以在选择匹配量时一定要充分考虑模式的影响, 尽可能地丰富模式采样。

由于定向可以通过  $v_x$  和  $v_y$ , 定深、测距可以通过  $p$  和  $v_z$ , 经过上面的分析得出总结如下:

在单矢量水听器下,  $p$  方法有一定的距离深度角度分辨, 但无法区分角度;  $pv_x v_y$  方法同  $p$  方法相比, 距离深度分辨能力严重下降, 但具有角度分辨能力, 可以区分左右舷;  $pv_z$  同  $p$  方法相比, 距离深度分辨能力有稍许改善, 但无法区分角度;  $v_x v_y v_z$  方法同  $p$  方法相比, 距离和深度分辨能力有稍许提高, 同时具有角度分辨且可以区分左右舷。

所以根据各种方法同  $p$  方法作比较得到如下最终结论: 本文将匹配场方法应用到单矢量水听器上取得声源的三位定位: 采用  $v_x v_y v_z$  方法获得距离、角度、深度估计。匹配场是水声物理和信号处理的结合, 而矢量水听器又能够提供更丰富的声场信息, 并且考虑到其较小的计算量和易于操作, 两者的结合在浮标等上的应用必定有广阔的应用前景。

### 参 考 文 献

- [1] 张仁和, 李风华. 浅海声传播的波束位移射线筒正波理论[J]. 中国科学, 1999, 29(3): 241-251.  
ZHANG Renhe, LI Fenghua. Beam-displacement ray-made theory of sound propagation in shallow water[J]. Science in China(Series A), 1999, 42(7): 739-749.
- [2] Baggeroer A B, Kuperman W A, Mikhalevsky P N. An overview of matched field methods in ocean acoustics[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 1993, 18: 4-16.
- [3] Mecklenbrauker C F, Geravanchizadeh M, Bohme J F. Broadband matched field processing using robust prewhitening and multiple window techniques[C]// ICASSP-96 Conference Proceedings, 1996, 6: 3081-3084.
- [4] Baggeroer A B, Kuperman W A, Henrik Schmidt. Matched field processing Source localization in correlated noise as an optimum parameter estimation problem[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1988, 83(2): 571-587.
- [5] Huston R D, Ozard J M. Matched field processing gain for vertical and horizontal arrays[C]// IEEE Pacific Rim Conference on Communications, Computers and Signal Processing, 1989. Conference Proceeding, 1989: 561-565.
- [6] Zoltowski M D, Kautz G M, Chou S I. Multiply-constrained MVDR matched field processing with a-posteriori constraints for enhanced robustness to mismatch[C]// 1991 Conference Record of the Twenty-Fifth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers. 1991, 1: 242-246.
- [7] Aravindan S, Ramachandran N, Naidu P S. Fast Matched Field Processing[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 1993, 18(1): 1-5.
- [8] YANG Kunde, MA Yuanliang, YANG Yixin. A novel adaptive matched field processor with environmental mismatch and under-sampling[C]// 2005 Fifth International Conference on Information, Communications and Signal Processing, 2005: 1269-1273.
- [9] 贾志富. 同振球型声压梯度水听器的研究[J]. 应用声学, 1996, 15(3): 20-25.  
JIA Zhifu. On pressure gradient hydrophone with co-oscillating sphere[J]. Applied Acoustics, 1996, 15(3): 20-25.
- [10] 孙贵青, 李启虎. 声矢量传感器研究进展[J]. 声学学报, 2004, 29: 481-490.  
SUN Guiqing, LI Qihu. Progress of study on acoustic vector sensor[J]. Acta Acoustica, 2004, 29: 481-490.
- [11] CLAY C S. Optimum time domain signal transmission and source location in a waveguide[J]. J. Acoust. Soc. Am, 1987, 81(3): 660-664.
- [12] LI S, CLAY C S. Optimum time domain signal transmission and source location in a waveguide: experiments in an ideal wedge waveguide[J]. J. Acoust. Soc. Am, 1987, 82(4): 1409-1417.
- [13] NEIL L, FRAZER, PECHOLCS P I. Single-hydrophone localization[J]. J. Acoust. Soc. Am, 1990, 88(2): 995-1002.
- [14] Porter M B. The KRAKEN normal mode program(LaSpezia, Italy: SACLANT Underwater Acoustic Research Centre)[CP/DK]. 1991.
- [15] Gulin O E, YANG Desen. On the certain semi-analytical model of low-frequency acoustic fields in term of scalar-vector description[J]. Chinese Journal of Acoustics, 2004, 23(1): 58-70.
- [16] 彭汉书. 浅海声场矢量物理特性及应用研究[D]. 中国科学院声学研究所, 2007: 38-44.  
PENG Hanshu. Research on physics property and application of the acoustic vector in shallow water[D]. Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences, 2007: 38-44.
- [17] 李启虎. 数字式声纳设计原理[M]. 安徽教育出版社, 2002.  
LI Qihu. The principle for digital sonar design[M]. Anhui Educational Press, 2002.