

EKF 和 PF 算法及其在目标跟踪中的应用

李晓花, 李亚安, 房媛媛, 白晓娟

(西北工业大学航海学院, 西安 710072)

摘要: 基于贝叶斯滤波的目标跟踪原理, 介绍了扩展卡尔曼滤波(Extended Kalman Filter, EKF)和粒子滤波(Particle Filter, PF)的基本思想和算法实现步骤。在非线性和非线性环境下对比分析了 EKF 算法和 PF 算法的估计精度, 并给出两种方法的适用条件。EKF 算法采用 Taylor 展开的线性变换来近似非线性模型, 而 PF 算法采用一些带有权值的随机样本来表示所需要的后验概率密度。仿真结果表明, 在强非线性非高斯环境下, PF 算法的跟踪性能远优于 EKF 算法, 当系统非线性强度不大时, EKF 算法和 PF 算法的估计精度相差不大, 但 PF 算法计算复杂, 跟踪时间长, 实时性差。

关键词: 目标跟踪; 非线性滤波; 扩展卡尔曼滤波; 粒子滤波

中图分类号: TN957

文献标识码: A

文章编号: 1000-3630(2012)-03-0296-04

DOI 编码: 10.3969/j.issn1000-3630.2012.03.012

EKF and PF algorithm and their applications to target tracking

LI Xiao-hua, LI Ya-an, FANG Yuan-yuan, BAI Xiao-juan

(College of Marine Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: Based on the principle of Bayesian filtering theory, the basic idea and algorithm description of Extended Kalman Filter (EKF) and particle filter (PF) are introduced. Also, the estimation accuracies of EKF and PF are analyzed and the applicative conditions of the two different methods are given. EKF is a linearization technique which uses linear transformation of first order Taylor series expansion to approximate the nonlinear model. Particle filter represents the required posterior probability density by discrete random measures which are composed of weighted particles. The experimental results demonstrate that the PF approach outperforms the EKF algorithm under strong nonlinear and non-Gaussian environment, while PF algorithm and EKF algorithm have the same tracking performance under weak nonlinear and non-Gaussian environment, but the PF is suffers from high computation complexity.

Key words: target tracking; nonlinear filter; extended Kalman filter; particle filter

0 引言

目标跟踪的应用领域非常广泛, 如今, 目标跟踪已在国防和民用领域中取得了引人注目的成就。就跟踪的数学方法而言, 有非贝叶斯方法和贝叶斯方法; 就目标的运动状态来说, 一般分为非机动目标跟踪和机动目标跟踪。

目标跟踪的基本原理是利用传感器获得的离散量测, 结合事先假定的目标运动模型, 采用一定的跟踪算法, 估计目标的连续运动状态。对于线性高斯模型, 卡尔曼滤波给出了最大后验准则下的最优解; 对于一般的非线性非高斯模型, 目前主要的方法有高斯逼近法和蒙特卡罗方法^[1]。本文对高斯逼近法中的扩展卡尔曼滤波(Extended Kalman Fil-

ter, EKF)^[2,3]和蒙特卡罗方法中的粒子滤波(Particle Filter, PF)进行了比较研究。

1 滤波原理

1.1 贝叶斯估计理论

贝叶斯估计理论是建立在贝叶斯定理基础上的统计估计理论, 不同于经典统计估计方法, 它假定待估计的状态是一个随机变量, 所要估计的是其特定的一个现实, 可以充分地利用状态的先验知识。定义目标状态空间模型为

$$\begin{cases} x_k = f(x_{k-1}, w_k) \leftrightarrow p(x_k | x_{k-1}) \\ y_k = h(x_k, v_k) \leftrightarrow p(y_k | x_k) \end{cases} \quad (1)$$

其中: $f(\cdot)$ 和 $h(\cdot)$ 分别为系统状态方程和观测方程; x_k, y_k 分别是系统 k 时刻的状态向量和测量向量; w_k, v_k 分别是系统 k 时刻的状态噪声和测量噪声。当 $f(\cdot)$ 和 $h(\cdot)$ 为线性方程, w_k, v_k 为高斯噪声时, 模型为线性高斯问题, 其它情况为一般的非线性非高斯问题。

收稿日期: 2011-05-10; 修回日期: 2011-09-08

基金项目: 国家自然科学基金(51179157、51179158)资助

作者简介: 李晓花(1986—), 女, 山西省临汾市人, 硕士研究生, 研究方向主要为水声信号处理和目标跟踪。

通讯作者: 李晓花, E-mail: lxhxy2009@163.com

假设 x_k 服从一阶 Markov 过程, 量测序列 y_k 相互独立, 根据贝叶斯定理, 后验分布可表示为

$$p(x_{0k}|y_{0k}) = \frac{p(y_k|x_k)p(x_k|x_{k-1})}{p(y_k|y_{0k-1})} p(x_{0k-1}|y_{0k-1}) \quad (2)$$

$$\propto p(y_k|x_k)p(x_k|x_{k-1})p(x_{0k-1}|y_{0k-1})$$

预测过程为

$$p(x_k|y_{0k-1}) = \int p(x_k|x_{k-1})p(x_{k-1}|y_{0k-1})dx_{k-1} \quad (3)$$

更新过程为

$$p(x_k|y_{0k}) = \frac{p(y_k|x_k)p(x_k|y_{0k-1})}{p(y_k|y_{0k-1})} \quad (4)$$

其中:

$$p(y_k|y_{0k-1}) = \int p(y_k|x_k)p(x_k|y_{0k-1})dx_k \quad (5)$$

式(3)和(4)是贝叶斯估计理论的基础, 描述了一种求后验概率的递推方法, 根据不同的假设, 使用不同的方法求解这 2 个方程, 就得到各种不同的贝叶斯滤波算法。

在某个时刻 k , 需要在观测信号 y_{0k} 已知的条件下, 利用某种准则估计状态 x_k , 例如 x_k 的最小均方误差(Minimum Mean Square Estimate, MMSE)估计量为:

$$\hat{x}_k^{MMSE} = E(x_k|y_{0k}) = \int x_k p(x_k|y_{0k}) dx_k \quad (6)$$

同样很容易扩展到估计状态, x_k 经过某种变换后的值为:

$$\hat{\Phi}(x_k) = E(\Phi(x_k)|y_{0k}) = \int \Phi(x_k) p(x_k|y_{0k}) dx_k \quad (7)$$

对于一般的非线性非高斯估计问题, 直接利用贝叶斯迭代公式求解在数学上是极为困难甚至根本无法实现的。现有的各种滤波算法都是通过某种近似算法解决积分问题, 在以下小节中将讨论 EKF 和 PF 算法。

1.2 扩展卡尔曼滤波算法(EKF)

1960 年, 卡尔曼提出了用递归方法解决离散数据线性滤波问题——卡尔曼滤波^[4]。但卡尔曼滤波只适用于状态空间模型是线性高斯的。针对非线性模型, EKF^[5,6]的基本思想就是利用泰勒展开来线性化状态方程和观测方程, 利用展开式中的一次项来对模型中的非线性函数 f 或 h 进行线性化处理, 计算其雅可比矩阵, 从而用高斯分布来近似状态的后验分布, 然后使用卡尔曼滤波进行估计。

对于模型(1)分别在 $x_{k-1} = x_{k-1|k-1}$ 和 $x_k = x_{k|k-1}$ 处对状态方程和观测方程进行一阶泰勒级数展开, 得到

$$\begin{cases} x_k \approx f(x_{k-1|k-1}) + \left. \frac{\partial f(x_{k-1})}{\partial x_{k-1}} \right|_{x_{k-1|k-1}} (x_{k-1} - x_{k-1|k-1}) + w_k \\ y_k \approx h(x_{k|k-1}) + \left. \frac{\partial h(x_k)}{\partial x_k} \right|_{x_{k|k-1}} (x_k - x_{k|k-1}) + v_k \end{cases} \quad (8)$$

线性化后的状态方程和观测方程变为

$$\begin{cases} x_k = A_{k-1}x_{k-1} + w_k + f(x_{k-1|k-1}) - A_{k-1}x_{k-1|k-1} \\ y_k = B_k x_{k-1} + v_k + h(x_{k|k-1}) - B_k x_{k|k-1} \end{cases} \quad (9)$$

其中, A_{k-1} 和 B_k 分别为状态方程和观测方程的雅可比矩阵:

$$\begin{cases} A_{k-1} = \left. \frac{\partial f(x_{k-1})}{\partial x_{k-1}} \right|_{x_{k-1|k-1}} \\ B_k = \left. \frac{\partial h(x_k)}{\partial x_k} \right|_{x_{k|k-1}} \end{cases} \quad (10)$$

扩展卡尔曼滤波器表示为

$$\begin{cases} x_{k|k-1} = f(x_{k-1|k-1}) \\ P_{k|k-1} = A_{k-1}P_{k-1|k-1}A_{k-1}^T + Q_k \\ K_k = \frac{P_{k|k-1}B_k^T}{B_kP_{k|k-1}B_k^T + R_k} \\ x_{k|k} = x_{k|k-1} + K_k(y_k - h(x_{k|k-1})) \\ P_k = P_{k|k-1} - K_kB_kP_{k|k-1} \end{cases} \quad (11)$$

这里 Q_k, R_k 分别是系统状态噪声协方差阵和量测噪声协方差阵。

1.3 粒子滤波算法(PF)

粒子滤波是一静基于随机采样的滤波方法, 主要解决非线性非高斯问题^[7]。其基本思想是通过对概率密度进行蒙特卡罗随机采样来实现贝叶斯滤波, 即用一组随机抽取的附带相关权值的粒子群来估计状态变量的后验概率密度函数。这些样本没有明确的格式, 不受模型线性和 Gauss 假设的约束, 适用于非线性非 Gauss 的随机系统。

1.3.1 序贯重要性采样(SIS)

从待估计的后验分布 $p(x_{0k}|y_{0k})$ 中抽样出 N 个独立同分布的粒子 $\{x_{0k}^i; i=1, \dots, N\}$, 则分布 $p(x_{0k}|y_{0k})$ 的估计表示为

$$\hat{p}(x_{0k}|y_{0k}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta(x_{0k} - x_{0k}^i) \quad (12)$$

其中 $\delta(\cdot)$ 表示狄拉克函数。

当无法从后验分布 $p(x_{0k}|y_{0k})$ 中直接采样时, 可以找一个容易采样的密度分布函数(重要性函数) $q(x_{0k}|y_{0k})$ 中采样。则后验概率分布可以表示为

$$\hat{p}(x_{0k}|y_{0k}) = \sum_{i=1}^N \tilde{w}_k^i \delta(x_{0k} - x_{0k}^i) \quad (13)$$

其中 $w(x_{0k})$ 为重要性权值, \tilde{w}_k^i 为归一化权值

$$\begin{cases} w(x_{0k}) = \frac{p(x_{0k}|y_{0k})}{q(x_{0k}|y_{0k})} \\ \tilde{w}_k^i = \frac{w_k^i}{\sum_{i=1}^N w_k^i} \end{cases} \quad (14)$$

SIS 方法的主要思想就是把产生的粒子 x_k^i 添加到 $x_{0:k-1}^i$ 中形成 $x_{0:k}^i$, 再更新权值 w_k^i 从而得到 χ_k , 可以近似得到状态的后验概率分布 $p(x_{0:k} | y_{0:k})$ 。

1.3.2 粒子滤波算法

由于在 SIS 算法中, 离散随机量存在严重的退化问题^[8]。也就是在进行一定的迭代之后, 除了很少的粒子以外, 其它粒子所对应的权值都可以忽略不计。

减小退化现象的一个最有效的方法就是增大粒子数 N , 但 N 过大会给计算带来很大的负担, 影响粒子滤波器的运行速度。所以考虑采用另外两种办法: (1) 优选重要性函数法; (2) 重采样法。

最优重要性函数为 $p(x_k | x_{k-1}, y_k)$ 。然而最优函数从 $p(x_k | x_{k-1}, y_k)$ 中采样比较困难, 一般不易求解。实际应用中更常用的是先验重要性函数:

$$q(x_k | x_{0:k-1}, y_{0:k}) = p(x_k | x_{k-1}) \quad (15)$$

此时重要性权值的计算公式可以简化为

$$w_k^i = p(y_k | x_k^i) w_{k-1}^i \quad (16)$$

由于 $p(x_k | x_{k-1})$ 没有考虑观测信息 y_k , 所以采样得到的粒子并不能非常准确地描述后验分布。这种选取方案的优点在于根据状态方程, 重要性函数的采样很容易实现, 而且重要性权值也能直接由观测方程迭代计算得到。

重采样^[9]的目的是减少权值较小的粒子数目, 把注意力集中在具有较大权值的粒子上, 是抑制退化现象的一种有效方法。目前广泛应用的重采样算法包括多项式重采样算法(Multinomial Resampling), 残差重采样算法(Residual Resampling), 分层重采样算法(Stratified Resampling), 系统重采样算法(Systematic Resampling)。

下面给出粒子滤波基本算法流程:

(1) 初始化 $k=0$, 当 $i=1, \dots, N$, 采样 $x_0^i \sim p(x_0)$;

(2) 计算重要性权值:

采样 $x_k^i \sim p(x_k | x_{k-1}^i)$, 粒子权值更新方程为

$$w_k^i = w_{k-1}^i \frac{p(y_{0:k} | x_k^i) p(x_k^i | x_{k-1}^i)}{q(x_k^i | x_{k-1}^i, y_{0:k})};$$

(3) 归一化重要性权值

$$\tilde{w}_k^i = \frac{w_k^i}{\sum_{i=1}^N w_k^i};$$

(4) 重采样

从 x_k^i 中根据重要性权值重新采样得到新的 N 个粒子 \tilde{x}_k^i , 并重新分配权值 $\tilde{w}_k^i = 1/N$;

(5) 返回状态估计值 $\hat{x}_k = \sum_{i=1}^N \tilde{w}_k^i x_k^i$;

2 仿真结果与分析

通过计算机仿真分别对 EKF 和 PF 滤波算法的机动目标跟踪性能作比较, 并用均方根误差算法 RMSE 更加精确地比较在每个时刻机动目标的跟踪误差。考虑非线性非高斯系统模型, 过程噪声和观测噪声都为零均值高斯噪声, 且 $Q=10, R=1$, 目标的初始状态 $x_0=0.1$, 经过 50 次蒙特卡罗仿真, 每次仿真时间是 60s, 采样间隔为 1s, 粒子数目为 1000。

模型 1:

$$\begin{cases} x_k = \frac{x_{k-1}}{2} + \frac{25x_{k-1}}{1+x_{k-1}^2} + 8 \cos[1.2(k-1)] + w_{k-1} \\ y_k = \frac{x_k^2}{20} + v_k \end{cases}$$

模型 2:

$$\begin{cases} x_k = \frac{x_{k-1}}{2} + 18 \cos[1.2(k-1)] + w_{k-1} \\ y_k = \frac{x_k^2}{20} + v_k \end{cases}$$

图 1~4 分别为模型 1 和模型 2 对应的 EKF、PF 的目标跟踪曲线及均方根误差曲线图。从图中可以看出, PF 的跟踪效果明显比 EKF 好, 这是因为 EKF 仅仅利用了非线性函数泰勒展开式的一阶偏导部分, 导致在状态的后验分布的估计上产生较大的误差, 从而影响了整个跟踪系统的性能。表 1 为 100 次独立运算仿真均方根误差。表 1 中过程噪声方差为 10, 量测噪声方差为 1。从表 1 可以看出, 在强非线性非高斯条件下, PF 的 RMSE 是 EKF 的 7 倍多。在非线性较弱时, 两者的 RMSE 相差不多。

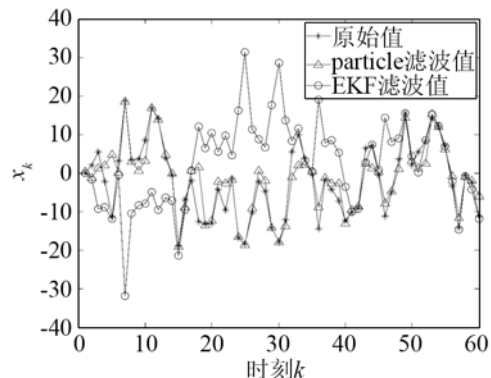


图 1 模型 1 的 EKF 和 PF 的状态估计

Fig.1 State estimation of Model 1 for EKF and PF filters

表 1 100 次独立运算后算法仿真均方根误差

Table 1 RMSE via 100 times of independent simulations

算法	模型 1 RMSE	模型 2 RMSE
EKF	30.1709	1.1281
PF	3.9459	1.0479

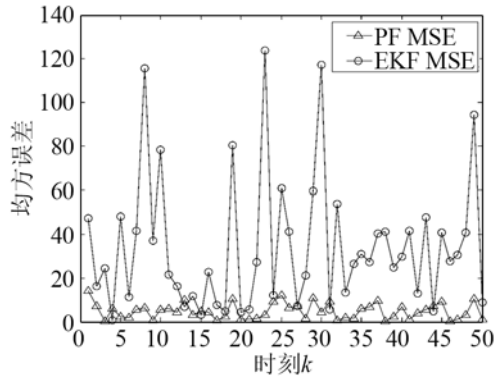


图 2 模型 1 的 50 次蒙特卡罗仿真的 RMSE
Fig.2 RMSE of Model 1 via 50 times Monte-Carlo simulations

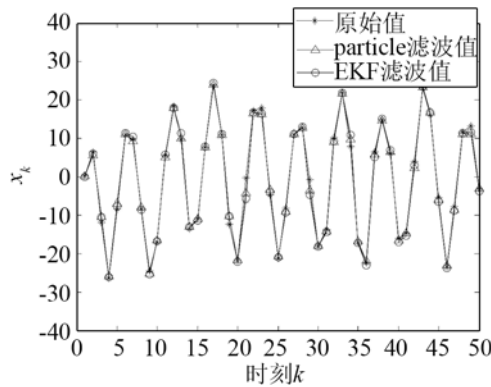


图 3 模型 2 的 EKF 和 PF 的状态估计
Fig.3 State estimation of Model 2 for EKF and PF filters

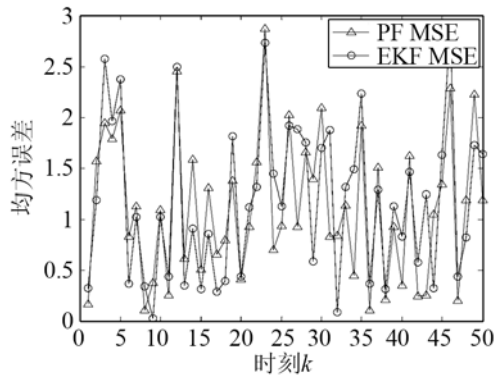


图 4 50 次蒙特卡罗仿真的 RMSE
Fig.4 RMSE of Model 2 via 50 times Monte-Carlo simulations

1 次独立试验的均方根误差定义为

$$RMSE = \left(\frac{1}{T} \sum_{k=1}^T (\hat{x}_k - x_k)^2 \right)^{1/2}$$

3 结论

对于非线性非高斯系统，EKF 的估计性能较

差，特别是在非线性程度较强时，跟踪误差大，RMSE 高达 30。当系统非线性强度不大时，EKF 和 PF 算法的估计精度相差不大。由于 PF 算法的计算量远远超过 EKF，所以应该根据实际情况的需要来选择合适的滤波器。若无需考虑系统的非线性和非高斯程度，则优先采用 EKF；在复杂的非线性非高斯环境中，宜采用 PF。

参 考 文 献

- [1] Koch W. Fixed interval retrodiction approach to Bayesian IMM-MHT for maneuvering multiple target[J]. IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, 2000, 36(1): 2-14.
- [2] 石章松, 王树宗, 刘忠. 直角坐标系下的水下被动目标跟踪自适应卡尔曼滤波算法[J]. 声学技术, 2004, 23(3): 173-177. SHI Zhangsong, WANG Shuzong, LIU Zhong. An adaptive Kalman filter algorithm used in the underwater passive target tracking in a Cartesian coordinate system[J]. Technical Acoustic, 2004, 23(3): 173-177.
- [3] 梁民赞, 陆扬, 周新鹏. 一种抑制卡尔曼滤波发散的实时数据处理方法[J]. 声学技术, 2008, 27(5): 761-765. LIANG Minzan, LU Yang, ZHOU Xinpeng. A real-time data processing method for controlling Kalman filter instability[J]. Technical Acoustic, 2008, 27(5): 761-765.
- [4] Kalman R E. A new approach to linear filtering and prediction problems[J]. Trans ASME, Journal of Basic Engineering, 1960, 82(1): 35-45.
- [5] 朱沛胜, 黄勇, 张杨帆, 等. 拖曳阵阵形估计的自适应 Kalman 滤波算法[J]. 声学技术, 2007, 26(1): 1-5. ZHU Peisheng, HUANG Yong, ZHANG Yangfan, et al. Towed array shape estimation using adaptive Kalman filters[J]. Technical Acoustic, 2007, 26(1): 1-5.
- [6] 刘斌, 马晓川, 侯朝焕. 基于卡尔曼滤波的单目标后续检测与跟踪方法[J]. 声学技术, 2007, 26(6): 1077-1080. LIU Bin, MA Xiaochuan, HOU Zhaohuan. An approach to single target's posterior detection and tracking based on Kalman filter[J]. Technical Acoustic, 2007, 26(6): 1077-1080.
- [7] Arulampalam M S. A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking[J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 2002, 50(2): 174-188.
- [8] 王敏, 张冰. 基于一种改进粒子滤波算法的目标跟踪研究. 江苏科技大学学报(自然科学版)[J]. 2008, 22(1): 63-67. WANG Min, ZHANG Bing. Research on target tracking based on improved particle filter algorithm[J]. Journal of Jiangsu University of Science and Technology(Natural Science Edition), 2008, 22(1): 63-67.
- [9] Bolic M, Djuric P M, Hong S. Resampling algorithms for particle filters: Acomputational complexity perspective[J]. EURASIP J. Appl. Signal Process., 2004, 15(1): 2267-2277.