

单矢量水听器二维 DOA 估计算法

陈建军

(中国人民解放军 91439 部队, 辽宁旅顺 116041)

摘要: 为了减小传统声压阵的布阵规模, 提高传统声压阵的测量精度, 利用矢量水听器的阵列流形特性, 使用阵列信号处理的原理进行二维 DOA 估计。将单个矢量水听器理解成一个声压水听器和三个振速水听器组成的阵列, 在无需知道信号先验知识的条件下, 分别采用 MUSIC 算法和 ESPRIT 算法对多个不相关的单频窄带信号的二维 DOA 进行了估计。仿真结果表明: 在高信噪比情况下, 两种算法的精度都很高, 优于 5 阵元的声压平行线阵。利用单矢量水听器能够对信号的二维到达角进行有效估计, 远小于传统声压阵的布阵规模。

关键词: 单矢量水听器; 二维到达角估计; 多重信号分类算法; 旋转不变算法

中图分类号: TB556

文献标识码: A

文章编号: 1000-3630(2012)-03-0322-04

DOI 编码: 10.3969/j.issn1000-3630.2012.03.018

Estimating two-dimensional angles of arrival using a single vector hydrophone

CHEN Jian-jun

(Unit 91439, PLA, Lüshun 116041, Liaoning, China)

Abstract: In order to reduce the size of traditional pressure-sensor array and to improve measuring precision, 2-D DOA is estimated by array signal processing theory taking advantages of characteristics of vector hydrophone. A single vector hydrophone can be regarded as an array consisting of a pressure hydrophone and three velocity hydrophones. In this paper, 2-D DOAs of several uncorrelated narrow-band signals are estimated by using MUSIC and ESPRIT algorithms without prior information. Simulations show that precisions of the two algorithms are very good under high SNR and better than that of 5-element pressure-sensor parallel-linear array. By using a single vector hydrophone, two-dimensional direction-of-arrival can be estimated effectively, and its size is much smaller than that of traditional pressure-sensor arrays.

Key words: single vector hydrophone; two-dimensional DOA estimation; MUSIC; ESPRIT

0 引言

不同于传统的声压水听器, 矢量水听器由声压传感器和质点振速传感器复合而成, 可以同时、共点地测量声场中该处的声压和三个方向上的振速分量。在无需知道信号先验信息的条件下, 只需要单个矢量水听器就可以估计出多个不相关信号的到达角, 相比于传统的声压水听器阵, 具有更小的体积和重量^[1,2]。

信号到达角(DOA)估计是信号处理领域的重要研究内容, 高分辨 DOA 估计作为阵列信号处理中的重要分支, 在过去的几十年里得到了广泛的应用和迅速发展。MUSIC 算法利用信号子空间和噪声子空间正交的特性, 构造空间谱函数, 通过谱峰搜

索来检测信号的 DOA, 若使用的数据信噪比(SNR)足够高, 并且信号模型足够正确的话, MUSIC 算法在理论上可以得到任意精度的信号到达角的估计值。ESPRIT 是借助旋转不变技术估计信号参数的, 最早由 Roy 等人于 1986 年提出, 利用的是信号子空间和噪声子空间的旋转不变性, 可以提供渐进无偏的信号参数估计^[3]。

目前, 大量的 DOA 估计算法都是一维的, 然而, 对于现实中的空间信号, 更需要知道其空间位置, 即水平方位角和仰角。二维 DOA 估计作为一维空间谱估计的扩展, 具有一维方向估计无法比拟的优势^[4]。

1 单矢量水听器测量模型

根据矢量水听器的数学模型, 假设 K 个目标信号来自波方向 $\{\theta_k = [\psi_k, \varphi_k]^T, k=1, \dots, K\}$, 其中 $\psi_k \in [0, \pi]$ 代表第 k 个信号的仰角, $\varphi_k \in [0, 2\pi]$ 代表第 k 个信号的水平方位角, 则第 k 个信号在矢量水听

收稿日期: 2012-02-15; 修回日期: 2012-05-20

作者简介: 陈建军(1969-), 男, 广西南宁人, 工程师, 研究方向为水中兵器试验。

通信作者: 陈建军, E-mail: tomchang_1999@yahoo.com.cn

器上的阵列流型表达式如下:

$$\mathbf{a}_k = \begin{bmatrix} \sin \psi_k \cos \varphi_k \\ \sin \psi_k \sin \varphi_k \\ \cos \psi_k \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u(\psi_k, \varphi_k) \\ v(\psi_k, \varphi_k) \\ w(\psi_k) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

则在第 n 个采样点单矢量水听器接收的信号为

$$\mathbf{x}(n) = \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_k s_k(n) + \mathbf{e}_k(n) = \mathbf{A}_1 \mathbf{s}(n) + \mathbf{e}_1(n) \quad (2)$$

式中, $\mathbf{A}_1 = [\mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_K]$ 为单个矢量水听器的阵列流型, $\mathbf{s}(n)$ 为信号, $\mathbf{e}(n)$ 为观测噪声。

2 单矢量水听器 MUSIC 算法

考虑由式(2)描述的矢量水听器接收信号模型, 假设观测噪声不相关, 并具有零均值和相同的方差 δ^2 , 则接收数据的协方差矩阵为:

$$\mathbf{R}_{xx} = E\{\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n)\} = \mathbf{A}_1 E\{\mathbf{s}(n)\mathbf{s}^H(n)\} \mathbf{A}_1^H + \delta^2 \mathbf{I} \quad (3)$$

式中: $E\{\ast\}$ 为数学期望; $[\ast]^H$ 为 Hermite 转置。

根据子空间分解理论, 如果信号源的个数少于阵列阵元个数, 那么阵列数据的信号分量位于阵列协方差矩阵 \mathbf{R}_{xx} 的一个低秩空间上。因此对于 \mathbf{R}_{xx} 进行特征分解, 可得到 \mathbf{R}_{xx} 的 M 个正特征值, 并按照特征值大小降序排列得到:

$$\mathbf{R}_{xx} = \mathbf{U}_s \sum_s \mathbf{U}_s^H + \mathbf{U}_e \sum_e \mathbf{U}_e^H = \sum_{m=1}^K \xi_m \mathbf{e}_m \mathbf{e}_m^H + \sum_{m=K+1}^4 \xi_m \mathbf{e}_m \mathbf{e}_m^H \quad (4)$$

\mathbf{R} 中较大的特征值 ξ_1, \dots, ξ_K 对应信号项, 而其余的小的特征值对应噪声项。因此, 将 $\mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_K$ 构成一个子空间, 称为信号子空间, 另外 $4-K$ 个特征向量 $\mathbf{e}_{K+1}, \dots, \mathbf{e}_4$ 构成另外一个子空间, 称为噪声子空间。由于信号子空间与噪声子空间正交, 可得:

$$\mathbf{R}_{xx} = \mathbf{U}_s \sum_s \mathbf{U}_s^H + \delta^2 \mathbf{I} \quad (5)$$

利用正交特性可以得到单矢量水听器的二维 MUSIC 空间谱^[5,6]:

$$P(\psi, \varphi) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\psi, \varphi) \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \mathbf{a}(\psi, \varphi)} \quad (6)$$

对式(6)进行二维谱峰搜索, 与谱峰相对应的 (ψ, φ) 即可给出信号的二维到达角的估计值, 即在真实的信号二维到达角附近会出现谱峰, 从而实现对各信号的 DOA 进行超分辨估计。

3 单矢量水听器 LS-ESPRIT 算法

基于矢量水听器的 LS-ESPRIT 算法, 不同于传统的 LS-ESPRIT 算法, 而是充分利用矢量水听器的

阵列流形特性来对目标信号进行方位估计。

将式(2)延时 τ , 可得

$$\mathbf{y}(n) = \mathbf{A}_2 \mathbf{s}(n) + \mathbf{e}_2(n) \quad (7)$$

式中:

$$\mathbf{A}_2 = [a_1 e^{j2\pi f_1 \tau}, \dots, a_K e^{j2\pi f_K \tau}] = \mathbf{A} \Phi \quad (8)$$

$$\Phi = \text{diag}[e^{j2\pi f_1 \tau}, \dots, e^{j2\pi f_K \tau}] \quad (9)$$

式(2)和(7)等价于两个具有相同阵形的子阵, 将其合成新矢量:

$$\mathbf{z}(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(n) \\ \mathbf{y}(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 \end{bmatrix} \mathbf{s}(n) + \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1(n) \\ \mathbf{e}_2(n) \end{bmatrix} \quad (10)$$

定义随机矢量 $\mathbf{z}(n)$ 的自相关矩阵 \mathbf{R} 为

$$\mathbf{R} = E\{\mathbf{z}(n)\mathbf{z}^H(n)\} \quad (11)$$

对 \mathbf{R} 进行特征值分解, 得到 8 个特征值按照降序排序为: $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_K \geq \lambda_{K+1} = \dots = \lambda_8 = \delta^2$, 他们对应的特征矢量依次为 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_K, \dots, \mathbf{e}_8$, 存在一个唯一的 $K \times K$ 维非奇异阵 \mathbf{T} 满足:

$$\mathbf{E} = [\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_K] = \mathbf{A} \mathbf{T} \quad (12)$$

将 \mathbf{E} 分割成两个矩阵:

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_1 \\ \mathbf{E}_2 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{A}_1 \mathbf{T} \quad (14)$$

$$\mathbf{E}_2 = \mathbf{A}_2 \mathbf{T} = \mathbf{A}_1 \Phi \mathbf{T} \quad (15)$$

由于 Φ 是一对角阵, 存在一个相似矩阵 Ψ , 使其特征值等于 Φ 的对角元素, 特征矢量等于 \mathbf{T} , 即:

$$\Psi = \mathbf{T}^{-1} \Phi \mathbf{T} \quad (16)$$

将式(16)代入式(15)中, 可得:

$$\mathbf{E}_1 \Psi = \mathbf{E}_2 \quad (17)$$

在噪声环境中, \mathbf{E}_1 和 \mathbf{E}_2 用其估计值 $\hat{\mathbf{E}}_1$ 和 $\hat{\mathbf{E}}_2$ 代替, 则:

$$\hat{\Psi} = (\hat{\mathbf{E}}_1^H \hat{\mathbf{E}}_1)^{-1} \hat{\mathbf{E}}_1^H \hat{\mathbf{E}}_2 \quad (18)$$

对 $\hat{\Psi}$ 进行特征值分解, 得到 Φ 和 \mathbf{T} 的估计值 $\hat{\Phi}$ 和 $\hat{\mathbf{T}}$, 那么可以得到 \mathbf{A}_1 的估计值 $\hat{\mathbf{A}}_1$:

$$\hat{\mathbf{A}}_1 = [\hat{\mathbf{a}}_1, \dots, \hat{\mathbf{a}}_K] = \frac{1}{2} \{ \hat{\mathbf{E}}_1 \hat{\mathbf{T}}^{-1} + \hat{\mathbf{E}}_2 \hat{\mathbf{T}}^{-1} \hat{\Phi}^{-1} \} \quad (19)$$

由 $\hat{\mathbf{a}}_k$ 可以得到各信号三个方向上的方向余弦估计量 \hat{u}_k 、 \hat{v}_k 和 \hat{w}_k , 进而得到信号的水平方位角和仰角的估计值^[7]:

$$\hat{\psi}_k = \arcsin(\sqrt{\hat{u}_k^2 + \hat{v}_k^2}) \quad (20)$$

$$\hat{\varphi}_k = \arctan(\frac{\hat{v}_k}{\hat{u}_k}) \quad (21)$$

4 仿真实验

仿真实验中, 两个窄带不相关信号的二维到达

角分别为 $\{30^\circ, 50^\circ\}$ 和 $\{50^\circ, 80^\circ\}$, 信噪比分别为 20dB 和 0dB, 快拍数为 1024, 采样率 1kHz, 进行 100 次 Monte-Carlo 实验。采用单矢量水听器 MUSIC 算法的二维 DOA 估计结果如图 1、2 所示, 采用 ESPRIT 算法的二维 DOA 估计结果如图 3、4 所示。可以看出, 两种算法均可得到两个信号二维到达角的估计值, 并且在高信噪比的情况下, 两种算法的估计精度都很高, 而在低信噪比的情况下, 两种算法的估计精度都有所下降, MUSIC 算法的性能不如 LS-ESPRIT 算法。

接下来比较在不同信噪比下算法的估计精度性能, 定义角度估计的均方误差为

$$RMSE = \sqrt{E[(\hat{\psi} - \psi)^2 + (\hat{\phi} - \phi)^2]}$$

将其与采用声压水听器的阵进行比较, 阵型采用平行线阵, 二维的 DOA 估计采用 LS-ESPRIT 算法。两个窄带不相关信号的二维到达角 (ψ, ϕ) 分别为 $\{30^\circ, 50^\circ\}$ 和 $\{50^\circ, 80^\circ\}$, 快拍数为 500, 进行 200 次独立的 Monte-Carlo 实验, 信噪比取值 0~40dB, 间隔 5dB, 仿真结果如图 5、6 所示。从图 5 中可以看出, 对于信号 1 的角度估计, MUSIC 算法在信噪比大于 15dB 的情况下可以得到比 7 元声压阵更高的估计精度, 无论在高信噪比还是低信噪比情况下, LS-ESPRIT 算法的性能均为最优。从图 6 中可

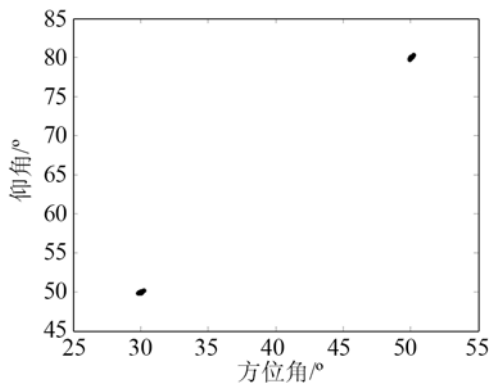


图 1 MUSIC 估计结果(SNR=20dB)
Fig.1 The estimation result of MUSIC (SNR=20dB)

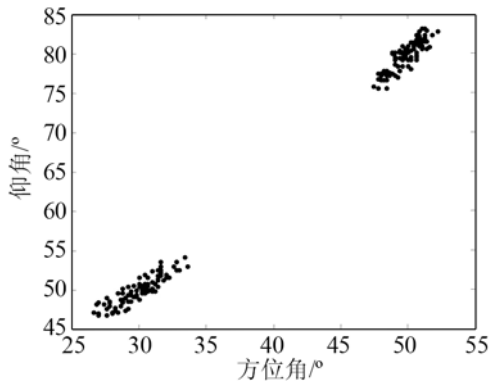


图 2 MUSIC 估计结果(SNR=0dB)
Fig.2 The estimation result of MUSIC (SNR=0dB)

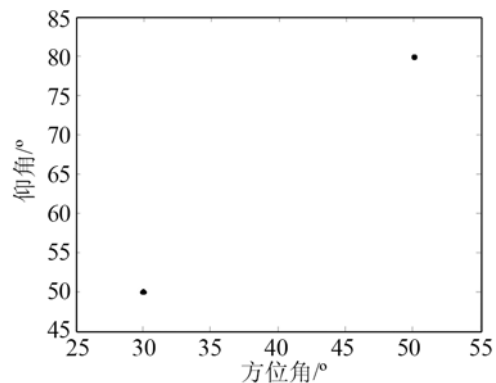


图 3 LS-ESPRIT 估计结果(SNR=20dB)
Fig.3 The estimation result of LS-ESPRIT (SNR=20dB)

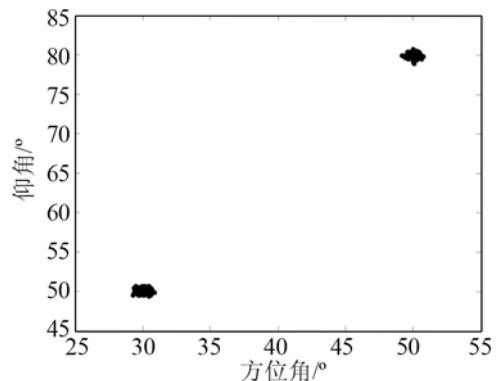


图 4 LS-ESPRIT 估计结果(SNR=0dB)
Fig.4 The estimation result of LS-ESPRIT (SNR=0dB)

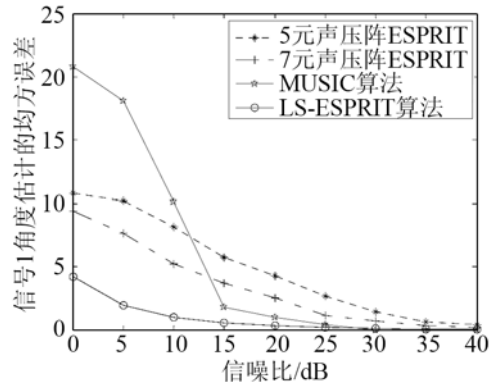


图 5 不同信噪比下信号 1 角度估计的均方根误差
Fig.5 The RMSE of Signal 1 via SNR

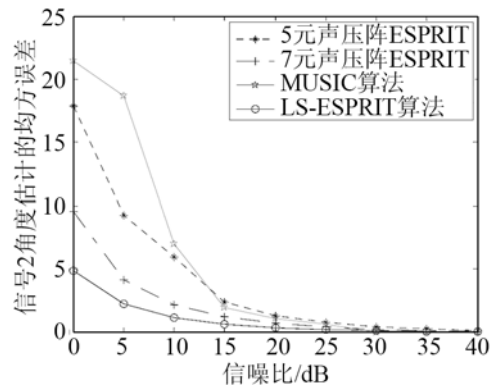


图 6 不同信噪比下信号 2 角度估计的均方根误差
Fig.6 The RMSE of Signal 2 via SNR

以看出,对于信号 2 的角度估计, MUSIC 算法在信噪比大于 15dB 的情况下可以得到比 5 元声压阵更高的估计精度,而 LS-ESPRIT 算法的性能仍然优于 7 元声压阵。

5 结论

本文将传统的 MUSIC 算法和 LS-ESPRIT 算法用于单矢量水听器二维 DOA 估计,详细介绍了应用于单矢量水听器两种算法的原理并进行了仿真。结果表明:两种算法均能对信号的二维到达角进行有效估计;在高信噪比时,两种算法的估计精度都很高,随着信噪比的降低,两种算法的性能都有所下降, MUSIC 算法的性能下降较 LS-ESPRIT 算法快;与声压平行线阵相比,基于矢量水听器的两种算法有着与之相当的性能,但在布阵规模上,单矢量水听器的优势不言而喻。

参 考 文 献

- [1] 梁国龙. 单矢量水听器的高分辨方位估计应用研究[J]. 兵工学报, 2011, 32(8): 986-990.
LIANG Guolong. Research on high-resolution direction-of-arrival estimation based on an acoustic vector-hydrophone[J]. *Introducing Journal of China Ordnance*, 2011, 32(8): 986-990.
- [2] 乔钢, 张揽月. 基于矢量传感器的高分辨估计算法研究[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2007, 28(3): 296-300.
QIAO Gang, ZHANG Lanyue. Study of high resolution frequency estimation algorithm using a single vector[J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2007, 28(3): 296-300.
- [3] 王永良. 空间谱估计理论与算法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004: 91-93.
- [4] WANG Yongliang. The theory and arithmetic of spatial spectrum [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004: 91-93.
- [5] 熊鑫, 章新华, 卢海杰, 等. 二维 MUSIC 近场被动定位方法[J]. 声学技术, 2009, 29(5): 543-547.
XIONG Xin, ZHANG Xinhua, LU Haijie, et al. Research on 2-D MUSIC near-field passive location method[J]. *Technical Acoustics*, 2009, 29(5): 543-547.
- [6] Chen Y M, Lee J H, Yeh C C. Estimating Two-dimensional Angles of Arrival in Ccoherent Source Environment[J]. *IEEE Trans on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 1989, 37(1): 153-155.
- [7] 邢超, 陈克安, 张成. 一种适用于低信噪比条件的 DOA 估计方法[J]. 声学技术, 2009, 29(4): 380-384.
XING Chao, CHEN Ke'an, ZHANG Cheng. A direction of arrival estimation algorithm for low signal to noise ratio[J]. *Technical Acoustics*, 2009, 29(4): 380-384.
- [8] 邓大新, 林春生. 基于单矢量水听器的二维波达方向估计[J]. 武汉理工大学学报(交通科学与工程版), 2005, 29(1): 97-100.
DENG Daxin, LIN Chunsheng. Direction of arrival estimation using a single vector hydrophone[J]. *Journal of Wuhan University of Technology(Transportation Science & Engineering)*, 2005, 29(1): 97-100.