

水中弹性体的特征频率与声特性

孙 阳, 成 刚, 安俊英, 徐海亭

(中国科学院声学研究所北海研究站, 山东青岛 266023)

摘要: 对弹性壳体的特征频率与声散射、声辐射的谐振特性进行了对比研究。应用最小势能原理建立弹性体的有限元方程, 并结合边界积分方程得到水中弹性体特征方程, 采用 Lanczos 方法直接求解特征频率并进行固有振动模式分析。通过几种弹性壳体的特征频率与声特性的对比, 验证了激励源频率在特征频率处会产生较强的谐振散射和辐射, 谐振对声特性影响的大小则与激励方式有关。具有附加结构的复杂线形长壳体的固有振动模式表明, 低阶振动模式主要是主体部分径向和轴向振动, 而附加结构对振动影响较小, 但会使前几阶的特征频率偏移; 高阶固有振动模式的主体和附加部分都产生形变, 但主体的轴向振动是主要特征。

关键词: 弹性体; 特征频率; 谐振; 声特性

中图分类号: TB559

文献标识码: A

文章编号: 1000-3630(2013)-03-0185-07

DOI 编码: 10.3969/j.issn1000-3630.2013.03.003

The eigenfrequencies and acoustic characteristics of underwater elastic target

SUN Yang, CHENG Gang, AN Jun-ying, XU Hai-ting

(Qingdao Acoustics Laboratory, Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences, Qingdao 266023, Shandong, China)

Abstract: The comparison between the eigenfrequencies of an elastic target and the resonance characteristics of scattering and radiation from the elastic target is studied. By applying the minimum potential principle, the finite element equation for the elastic object is established, and by linking the integration formulation of the object surface, the eigen equation of the elastic target in water is obtained. The Lanczos algorithm is used to calculate the eigenvalue, and the inherent vibration modes are analyzed. The comparison between the eigenfrequencies and the acoustic characteristics validates that the strong resonant scattering and radiation are produced at the eigenfrequencies, and the amplitudes of acoustic scattering and radiation depend on the power excitation mode. The analysis of the inherent vibration modes of a complex slender shell with an attached structure show that the lower vibration modes assume the axial and radial vibrations of the main body; the attached structure has no effect on the vibrations, but it makes the eigenfrequencies of the first several orders move to higher frequencies. As the frequency increases, the inherent vibration modes assume the vibrations of main body and attached structure, but the axial vibration is the dominant characteristic.

Key words: elastic target; eigenfrequencies; resonance; acoustic characteristics

0 引言

弹性体的声特性——辐射和散射特性包含目标的各种物理特征, 如形状、线度、材料和结构等特征。这里, 弹性体的声特性主要是谐振特性, 它与声的特性控制、破坏、隐身等许多民生和国防工业有重要关系。因此, 研究和计算弹性体的特征频率, 分析谐振产生机理非常重要。

国内外在流固耦合特征频率计算方法方面的

文献较多, 总体上可归结为两类, 一类是弹性体用有限元法进行离散, 而流体用边界元法离散, 然后建立流固耦合特征方程, 求解特征频率。如 Estorff^[1]建立的附加质量频率法, 通过边界元建立流体附加质量矩阵与结构体质量矩阵叠加求得特征频率和振型。沈惠明、赵德有^[2]用迭代法求解有限元-边界元建立的流固耦合方程, 得到流固耦合振动的特征频率和固有振型。邹元杰、赵德有^[3]将流体视为可压缩和不可压缩两种情况, 建立了流固耦合的振动方程, 应用双重迭代算法, 对普通板、加筋板和方箱等结构的振动固有频率和振型进行了计算。另一类是将弹性体和流体介质均用有限元法离散, 再建立流体与弹性体耦合的特征方程, 求解特征频率。这方面的研究如 Fahline^[4]通过真空中弹性体的特征频率和特征向量, 建立流固耦合的特征矩阵, 并

收稿日期: 2012-04-04; 修回日期: 2012-07-23

基金项目: 哈尔滨工程大学水声技术重点实验室基金项目 (9140C200105120C20082)

作者简介: 孙阳(1979—), 男, 辽宁沈阳人, 博士, 副研究员, 研究方向为水中目标的声特性。

通讯作者: 孙阳, E-mail: sunyang1010@sina.com

对矩阵采用奇点分离方法求解水中弹性体的谐振频率、振型和衰减因子; Martinez^[5]应用有限元方法研究了加入横向隔板的球冠短柱壳在不同压力下的特征频率和垂直位移变化; S.K.Shariati^[6]等人应用同样方法计算水中弹性壳体的特征频率,分析不同压力下壳体特征频率的变化,其研究表明,壳体内部结构将改变其特征频率和固有振型,并且随静压力的增大,弹性体的特征频率降低。此外,利用 ANSYS 和 SYSNOISE 等商业软件计算流固耦合特征频率也是常用的途径,如徐张明^[7]等人利用 ANSYS 软件建立了水下船舶结构的振动和声场耦合的模型,并利用 SYSNOISE 软件对轻外壳面上的声强进行了预报。

弹性体声特性的研究已有大量的文献报道,如 Farshidianfar 等^[8]总结了以 Love 和 Flugge 理论为基础的声激励长柱壳振动的计算方法,并与实验结果进行比较,最后提出了一种减少误差的解析方法。Hayek 等^[9]应用高阶壳理论研究了椭柱壳的振动,分析了壳体的切向、旋转惯性、厚度拉伸的对称、反对称形变等物理量的变化特征。汤谓霖、范军等^[10,11]通过 Rayleigh 简正级数解研究了弹性球壳和柱壳的声振耦合作用,给出了弹性体声振耦合的特征方程,分析球壳和柱壳的共振声辐射特性。唐俊等^[12]在消声水池对钢球进行了回声测量,分析了不同长度脉冲信号入射到不同尺寸钢球所产生的回声特征。李威等^[13]利用目标的几何对称性,提出了各种简化计算 Q 矩阵的方法,建立了任意形状刚硬体声散射 T 矩阵法的计算模型。孙阳等^[14]通过数值方法研究了部分充水球壳的声散射谐振特性。

对于复杂结构弹性体特征频率和声学特性之间物理机理的研究是在有限元、边界元等数值方法出现后相继展开,本文是在这种研究背景下应用有限元方法建立弹性体有限元方程,并结合边界积分方程得到流固耦合的特征方程,采用 Lanczos 方法直接求解特征频率,计算弹性体的固有振动模式,分析弹性体特征频率与声特性频响谐振峰的对应关系以及谐振机理。

1 流体中弹性体的特征方程和特征频率

1.1 水中规则弹性体的特征方程和特征频率

无限域中的球壳、无限长柱壳等规则弹性体的散射声场和辐射声场都可以通过 Rayleigh 级数表示。如半径为 a 的弹性球壳在轴对称激励下的散射

声场和辐射声场可以表示为^[15](省略时间因子 $\exp(-i\omega t)$):

$$p_s = \sum_{n=0}^{\infty} i^n (2n+1) \frac{Z_n^A}{h_n^{(1)}(ka)} \frac{j_n(ka)}{z_n} \frac{(Z_n^M + z_n)}{(Z_n^M + Z_n^A)} h_n^{(1)}(kr) P_n(\cos \theta) \quad (1)$$

$$p_r = \sum_{n=0}^{\infty} i^n (2n+1) A_n \frac{Z_n^A}{h_n^{(1)}(ka)} \frac{1}{\zeta_n (Z_n^M + Z_n^A)} h_n^{(1)}(kr) P_n(\cos \theta) \quad (2)$$

式中: k 为外部流体的波数; j_n 为第一类 Bessel 函数; $h_n^{(1)}$ 为第一类 Hankel 函数; P_n 为 Legendre 函数; 散射声场中的 $z_n = i\rho_0 c_0 j_n(kr)/j_n'(kr)$; 辐射声场中的 A_n 为激励力的展开系数; ζ_n 为壳厚作用因子。

由式(1)和式(2)可看出,流体中弹性球壳的散射和辐射声场的特征频率满足方程:

$$Z_n^M + Z_n^A = 0 \quad (3)$$

式中, Z_n^M 真空中机械阻抗和 Z_n^A 辐射声阻抗的表达式分别为

$$Z_n^M = i\omega a \rho \frac{D_{21}}{D_{11}} \quad (4)$$

$$Z_n^A = i\rho_0 c_0 \frac{h_n^{(1)}(kr)}{h_n^{(1)'}(kr)} \quad (5)$$

其中: ρ_0 和 ρ 分别为流体密度和弹性壳体密度; c_0 为流体声速; D_{11} 和 D_{21} 分别是边界条件建立的系数矩阵去除第 1 行、第 1 列和第 2 行、第 1 列后剩余元素组成的余子式^[16]。因此,方程(3)为水中弹性球壳的特征方程。

1.2 水中非规则弹性体的特征方程和特征频率

非规则弹性体的声特性不存在严格的解析解,这里应用有限元方法建立其特征方程。假定无限域流体中任意线形的弹性体为 V_i , 流体与弹性体交界面为 S_{st} 。考虑无外力作用的弹性体,其总势能泛函可以表示为^[17]

$$\Pi_p = \frac{1}{2} \iiint_{V_i} \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon} dV_i + \iiint_{V_i} \mathbf{N}^T \mathbf{F}_m(t) dV_i + \iiint_{V_i} \mathbf{N}^T \mathbf{F}_c(t) dV_i \quad (6)$$

式中: $\boldsymbol{\varepsilon}$ 为应变向量; \mathbf{D} 为弹性矩阵; $\mathbf{F}_m(t)$ 为惯性力; $\mathbf{F}_c(t)$ 为阻尼力。将整体泛函化为各个单元的集合体可以得到

$$\Pi_p = \sum_e (\mathbf{u}^{eT} \iiint_{V_{ie}} \frac{1}{2} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV_{ie} \mathbf{u}^e + \mathbf{u}^{eT} \iiint_{V_{ie}} \mathbf{N}^{eT} \rho \mathbf{N}^e dV_{ie} \cdot \dot{\mathbf{u}}^e(t) + \mathbf{u}^{eT} \iiint_{V_{ie}} \mathbf{N}^{eT} \gamma \mathbf{N}^e dV_{ie} \cdot \dot{\mathbf{u}}^e(t)) \quad (7)$$

式中: \mathbf{B} 为单元应变矩阵; ρ 为弹性体密度; γ 是材料阻尼系数; \mathbf{u}^e 为单元位移; \mathbf{N}^e 为单元形函数

矩阵。应用最小势能原理建立弹性体有限元方程并忽略阻尼影响，可以得到

$$(-\omega^2 \cdot \mathbf{M}_l + \mathbf{K}_l) \cdot \mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (8)$$

其中 \mathbf{M}_l 为弹性体质量矩阵； \mathbf{K}_l 为弹性体刚度矩阵。对于弹性体，在流固交界面 S_{st} 上满足表面应力相等的边界条件，而流体的表面切向应力为零，因此只考虑法向应力，即

$$\mathbf{T}_n|_{S_{st}} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{n}|_{S_{st}} = p|_{S_{st}} \quad (9)$$

将上述边界条件加入有限元方程(8)中，得到流固耦合的弹性体有限元方程：

$$(-\omega^2 \cdot \mathbf{M}_l + \mathbf{K}_l) \cdot \mathbf{u} - \mathbf{L}_l \cdot \mathbf{p} = \mathbf{0} \quad (10)$$

其中： $\mathbf{L}_l = \sum_{e \in S_{st}} \mathbf{L}_l^e = \sum_{e \in S_{st}} \iint_{S_{st}^e} \mathbf{N}_l^{eT} \cdot \mathbf{n} \cdot \mathbf{N}_s^e dS_{st}^e$ ； \mathbf{u} 为弹性体所有节点位移向量； \mathbf{p} 为流固交界面节点声压向量。

对于外部无限域流体介质，在无外力作用时，其声场 p 满足积分方程：

$$\iint_S [p(\mathbf{r}') \frac{\partial G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n} - G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial p(\mathbf{r}')}{\partial n}] dS = \alpha p(\mathbf{r}) \quad (11)$$

$$\alpha = \begin{cases} 1 & \mathbf{r} \in \text{out} S_{st} \\ 1 + \iint_{S_{st}} \frac{\partial}{\partial n} (\frac{1}{4\pi r}) dS & \mathbf{r} \in S_{st} \\ 0 & \mathbf{r} \in \text{in} S_{st} \end{cases}$$

其中 $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = 1/4\pi|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| = 1/4\pi r$ 。对于 $\mathbf{r} \in S_{st}$ 的积分方程， α 的表达式适用于任意非光滑结构表面，而对于一般表面光滑目标取 $\alpha = 1/2$ 。由于声压 p 的导数与法向位移 u_n 存在如下关系式：

$$\frac{\partial p}{\partial n} = \rho_0 \omega^2 u_n \quad (12)$$

式中 ρ_0 为外部流体密度。通过对目标表面的网格离散化，并将各个面元的积分方程联立形成方程组：

$$[\frac{1}{2} \cdot \mathbf{I} + \mathbf{A}] \cdot \mathbf{P} = \omega^2 \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}_n \quad (13)$$

其中： \mathbf{I} 为单位阵； \mathbf{P} 为目标表面节点的声压向量； \mathbf{u}_n 为目标表面节点的法向位移向量； \mathbf{A} 和 \mathbf{B} 为系数矩阵。对于矩阵 \mathbf{A} 和 \mathbf{B} 中主对角线上元素的积分奇异性，采用小圆片代替划分单元区域的方法进行处理^[17]。

对于无限域流体介质中的弹性体，式(10)和式(13)中的声压向量 \mathbf{P} 所表示的物理量相同，则可以通过变换得到：

$$\mathbf{L}_l \cdot \mathbf{p} = \omega^2 \cdot \mathbf{L}_l \cdot [\frac{1}{2} \cdot \mathbf{I} + \mathbf{A}]^{-1} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}_n = \omega^2 \cdot \mathbf{L}_l \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{S} \cdot \mathbf{u}' = \omega^2 \cdot \mathbf{M}_a \cdot \mathbf{u}' \quad (14)$$

式中： \mathbf{S} 为法向矢量转换矩阵； \mathbf{M}_a 为负载水质量； \mathbf{u}' 为目标表面节点位移向量。将式(14)代入式(10)中，通过节点编号对矩阵 \mathbf{M}_a 和向量 \mathbf{u}' 进行维数扩展，可以得到方程：

$$[-\omega^2 \cdot (\mathbf{M}_l + \mathbf{M}_a) + \mathbf{K}_l] \cdot \mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (15)$$

上式即为流固耦合的自由振动方程，也称特征方程，求解式(15)系数矩阵的特征值即可得到流固耦合系统的特征频率。当 $\mathbf{M}_a = \mathbf{0}$ 时，式(15)系数矩阵的特征值为弹性体在真空中的特征频率。

2 求解矩阵特征值的数值方法

根据耦合系统方程，求解式(15)的特征频率可转化为求解矩阵的特征值问题：

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} = \lambda \mathbf{X} \quad (16)$$

式中： \mathbf{A} 为所求矩阵， \mathbf{X} 为特征向量， λ 为特征值。

由于应用有限元方法建立的矩阵 \mathbf{A} 一般为大型实对称矩阵，常采用 Lanczos 方法求解其特征值。即，先应用 Lanczos 迭代过程^[18]构造正交矩阵 \mathbf{Q} ，使得

$$\mathbf{T} = \mathbf{Q}^T \mathbf{A} \mathbf{Q} \quad (17)$$

为对称三对角矩阵，其中 \mathbf{Q} 和 \mathbf{T} 的表达式分别为：

$$\mathbf{Q} = [\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_n] \quad (18)$$

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & & & 0 \\ \beta_1 & \alpha_2 & \ddots & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & \ddots & \alpha_{n-1} & \beta_{n-1} \\ 0 & & & \beta_{n-1} & \alpha_n \end{bmatrix} \quad (19)$$

由 Lanczos 迭代过程可知，第 j 次迭代的 Lanczos 矩阵 \mathbf{T}_j ，Lanczos 向量矩阵 \mathbf{Q}_j 和求解矩阵 \mathbf{A} 存在如下关系式：

$$\mathbf{T}_j = \mathbf{Q}_j^T \mathbf{A} \mathbf{Q}_j \quad (20)$$

这里设矩阵 \mathbf{T}_j 的特征值和对应的特征向量分别为

$$\mu_1 \leq \mu_2 \leq \dots \leq \mu_j \quad (21)$$

$$\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_j, \quad \mathbf{y}_i^T \mathbf{y}_i = \delta_{ii} \quad (22)$$

定义 $\mathbf{z}_i = \mathbf{Q}_j \mathbf{y}_i$ ，并称 μ_i 和 \mathbf{z}_i 为矩阵 \mathbf{A} 子空间的 Ritz 值和 Ritz 向量。则存在

$$\|\mathbf{A} \cdot \mathbf{z}_i - \mu_i \mathbf{z}_i\|_2 = |\beta_j| |\eta_{ij}| \quad (23)$$

式中 $\eta_{ij} = \mathbf{y}_i^T \mathbf{e}_j$ ，即 η_{ij} 是矩阵 \mathbf{T}_j 对应于 μ_i 的特征向量 \mathbf{y}_i 的最后一个分量。进一步可推得对于任意 i ，必存在 \mathbf{A} 的一个特征值 λ ，使得：

$$|\lambda - \mu_i| \leq |\beta_j| |\eta_{ij}| \quad (24)$$

由式(24)可知，Lanczos 方法迭代到第 j 步时， \mathbf{T}_j 矩阵的特征值 μ_i 对应的特征向量 \mathbf{y}_i 的最后一个分量 η_{ij} 和 β_j 乘积绝对值小于给定的误差时， μ_i 可近似为矩阵 \mathbf{A} 的某个特征值。即矩阵 \mathbf{T}_j 的特征值可近似为矩阵 \mathbf{A} 的特征值，而矩阵 \mathbf{T}_j 是具有式(19)

形式的三对角矩阵，其特征值可由经典的 QR 方法计算得到，从而计算出式(16)的特性值及特征向量。

3 数值结果

3.1 数值方法的有效性验证

首先计算水中弹性球壳的特征值，以验证数值方法的有效性。球壳外半径 $a=1\text{m}$ ，内半径 $b=0.99\text{m}$ ，球壳材料为钢，杨氏模量 $E=2.16\times 10^{11}\text{N/m}^2$ ，密度 $\rho=7800\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ，泊松比 $\nu=0.28$ ；外部流体介质参数为，密度 $\rho_0=1000\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ，声速 $c_0=1500\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ 。

表 1 给出水中弹性球壳特征频率解析解和数值解的计算结果及其误差，可看出，数值方法随频率升高误差增大，这是由于采用 Lanczos 方法直接求解特征频率时，随着频率升高，计算精度减小。

表 1 弹性球壳的特征频率
Table 1 The eigenfrequencies of the elastic sphere shell

	2 阶	3 阶	4 阶	5 阶
解析解	284.88	358.76	410.21	450.81
有限元解	286.25	363.32	420.30	467.44
误差	1.37	4.56	10.09	16.63

将特征频率点与平面波入射的反向散射形态函数及在球壳上施加大小为 1N 载荷的点激励力的辐射声场进行比较，如图 1 和图 2 所示。可看出，散射声场和辐射声场的频响的谐振峰与数值方法求解的特征频率基本相对应，但频率越高，谐振峰与特征频率相差越大，说明本文采用的数值方法求解特征频率在较低频段内的计算精度较高，但随着频率升高，误差增大。图 1 和图 2 的结果还验证了特征频率及附近会产生较强的谐振散射和辐射声场，这是弹性体声特性的重要特征。

3.2 弹性柱壳的特征频率与声特性

长弹性壳体模型如图 3 所示，目标为单层钢壳，主体为长 44.6 m，直径 7.5 m 的圆柱壳，两端

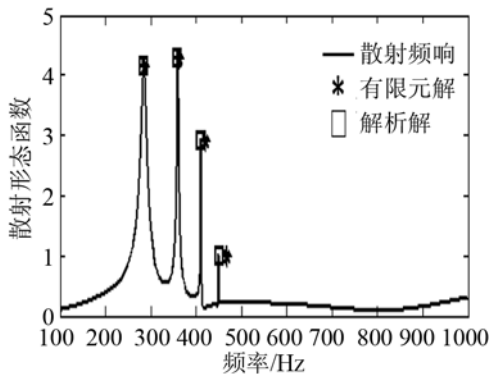


图 1 球壳的散射形态函数与特征频率

Fig.1 Scattering form functions and eigenfrequencies of an elastic sphere shell

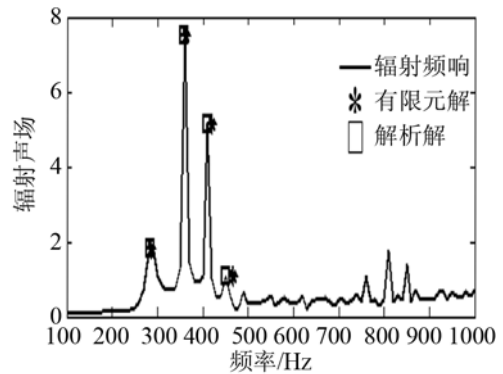


图 2 球壳辐射声场与特征频率

Fig.2 Radiation acoustic field and eigenfrequencies of an elastic shell



图 3 弹性柱壳模型

Fig.3 Model of an elastic cylindrical shell

分别连接 7m 长的球冠壳体与 10m 长的锥形壳体，厚度均为 1 cm，材料参数与上述球壳相同。

弹性柱壳前 8 阶的特征频率如表 2 所示，图 4 给出部分特征频率对应的固有振动模态。可看出，前几阶的特征频率很低，并且主要表现为中间柱壳的振动，两端形变较小，而中间柱壳的振动是径向和轴向形变的叠加(不同阶的径向和轴向形变如图 5 所示)，如 0.62Hz 的固有振动模态是周向模态数 $n=2$ 阶径向和 $m=1$ 阶轴向形变叠加形成，记(2, 1)振动模型，而 1.25Hz 的固有振动模态为(4, 1)振型，同样，1.46Hz 和 1.87Hz 处的固有振动模态分别是(4, 2)和(6, 2)振型，而这种不同阶的径向和轴向形变对壳体固有振动模态的影响与壳体的线度、材料等物理量有关。

表 2 弹性壳体的前 8 阶特征频率
Table 2 The first eight eigenfrequencies of the elastic cylindrical shell

阶数	频率/Hz	阶数	频率/Hz
1	0.55	5	1.46
2	0.62	6	1.61
3	0.89	7	1.87
4	1.25	8	2.33

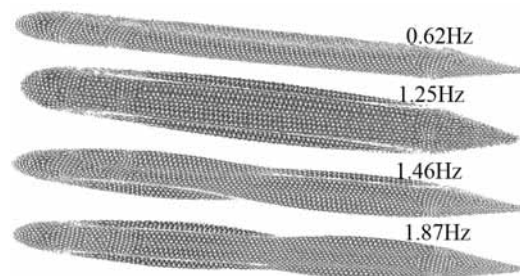


图 4 弹性柱壳的固有振动模态(低频)

Fig.4 Vibration modes of the elastic cylindrical shell (low frequencies)

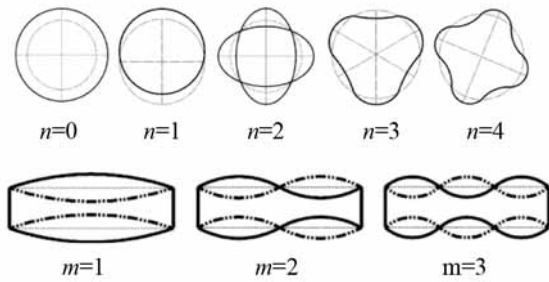


图 5 不同阶的径向和轴向的形变
Fig.5 Radial and axial mode shapes of different orders

表 3 给出了柱壳模型在 20~90Hz 频段内的特征频率；图 6 是正横、斜向 45°和端部入射壳体反向散射形态函数与特征频率的计算结果。可看出，在计算频段内，正横入射，反向目标散射形态函数频响基本平滑，没有明显的谐振峰出现，这主要是由于计算频段相当 $ka \in [0.15, 1.5]$ ，属瑞利散射区。在斜入射和端部入射时，由于径向和轴向均有分量，被激发的模态比正横入射时增多，使得频响曲线起伏变化增强。特征频率与部分谐振峰存在对应关系，但两者存在 1~5Hz 的误差；而频响中部分特征频率无对应的谐振峰值是由于此入射角度没有激发出此模态的弹性谐振，同时，频响部分谐振峰无对应的特征频率是由于大线度复杂弹性体存在大量的局部模态，而这种局部谐振模态对应的频率无

表 3 弹性柱壳的特征频率(20~90Hz)
Table 3 The eigenfrequencies of the elastic cylindrical shell (20~90Hz)

阶数	频率/Hz	阶数	频率/Hz
1	22.2	5	58.1
2	29.9	6	63.1
3	37.5	7	76.1
4	47.6	8	84.2

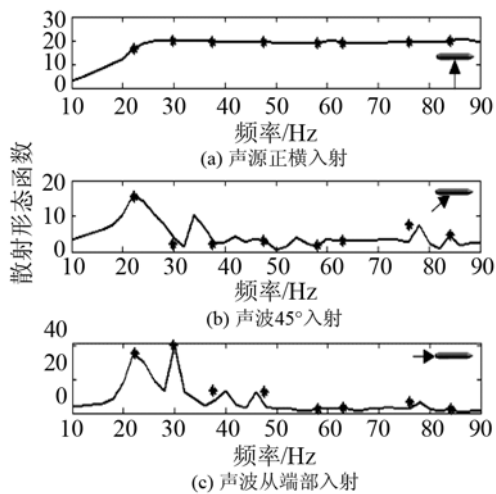


图 6 弹性柱壳的反向散射形态函数与特征频率
Fig.6 Scattering form functions of the elastic cylindrical shell

法直接求解得到，这也表明了散射频响中的谐振峰不仅仅只是特征频率所形成。图 7 给出了 22Hz 和 76 Hz 壳体的固有振动模态，模态是径向和轴向形变叠加形成，并且频率越高，叠加形成的模态越复杂，但轴向形变特征更为明显。

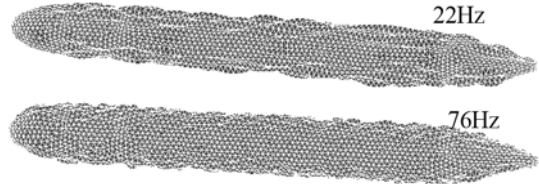


图 7 弹性柱壳的固有振动模态(高频)
Fig.7 Vibration mode of the elastic cylindrical shell (high frequencies)

图 8 是点声源分别在壳体中部和端部边界上激励的辐射声场频响。结果表明，无论激励源在中部还是在端部，辐射声场的谐振峰值与特征频率在较低频段基本一致，频率升高，两者对应的误差增大，但不同激励位置谐振峰的幅度不同，说明不同的激励方式使得特征频率对声特性的影响不同。

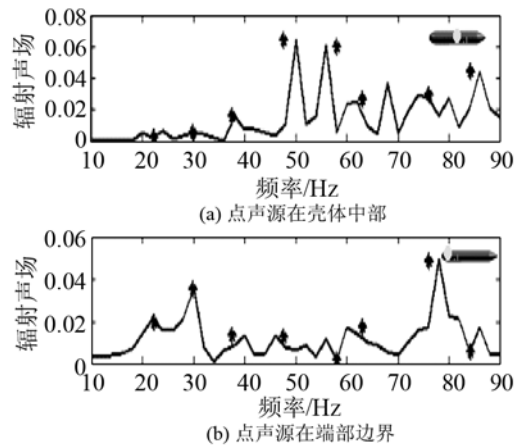


图 8 弹性柱壳在不同激励点的辐射声场与特征频率
Fig.8 Radiated acoustic fields and eigenfrequencies of the elastic cylindrical shell with different excitation points

3.3 具有附加部分复杂线形长柱壳的特征频率与声特性

在上述长弹性柱壳上增加附加结构，如图 9 所示。附加部分也为单层壳体，总长为 12.7m，最宽处为 2.2m，高为 3.5m。



图 9 复杂线形长柱壳模型
Fig.9 Model of a complex slender cylindrical shell

表 4 给出模型前 8 阶的特征频率，图 10 是部分特征频率对应的固有振动模态。可以看出，相同模态的复杂壳体特征频率比弹性柱壳的特征频率有

表 4 复杂长柱壳模型前 8 阶的特征频率
Table 4 The first eight eigenfrequencies of the complex cylindrical shell

阶数	频率/Hz	阶数	频率/Hz
1	0.51	5	0.94
2	0.57	6	1.1
3	0.63	7	1.5
4	0.75	8	1.57

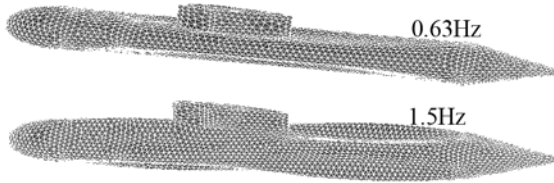


图 10 复杂长柱壳模型的固有振动模式(低频)
Fig.10 Vibration modes of the complex slender cylindrical shell at low frequencies

所升高,固有振动模式主要表现为柱壳的形变,而附加结构对振动模式影响较小。如图 10 中 0.63 Hz 的固有振动模式是(2, 1)振型,而 1.5 Hz 的固有振动模式主要(4, 2)振型,这与图 4 中弹性壳体谐振机理相类似。

表 5 给出了复杂长柱壳模型在 10~90 Hz 频段内的特征频率;图 11 是声波在正横、斜向 45°和端部

表 5 复杂长柱壳模型在 10~90 Hz 频段内的特征频率
Table 5 The eigenfrequencies of the complex slender cylindrical shell (10~90 Hz)

阶数	频率/Hz	阶数	频率/Hz
1	11.4	7	47.5
2	14.9	8	53.8
3	17.1	9	66.6
4	24.9	10	71.7
5	28.9	11	85.3
6	36.2		

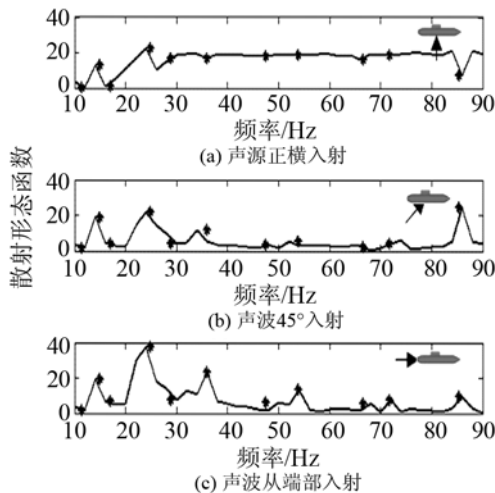


图 11 复杂长柱壳模型的反向散射形态函数与特征频率
Fig.11 Scattering form functions and eigenfrequencies of the complex slender cylindrical shell

入射情况目标散射形态函数与特征频率的计算结果,说明不同入射方向频响的谐振峰与特征频率存在基本对应关系,有些特征频率无明显对应的谐振峰值,这是由于散射谐振与入射波方向有关。由图 12 中 25 Hz 处的固有振动模式可看出,主体和附加部分都产生形变,但目标整体主要表现为主体的轴向振动。

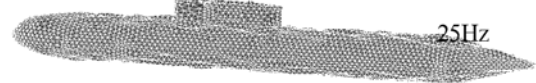


图 12 复杂长柱壳模型的固有振动模式(25 Hz)
Fig.12 The vibration mode of the complex slender cylindrical shell at 25 Hz

图 13 是点声源分别在壳体中部和端部边界上激励的辐射声场频响。结果表明,两种不同激励方式的频响差异是由于特征频率对不同位置激励源形成辐射声场的贡献不同。这与上述柱壳模型的特征频率对谐振特性的影响相类似。

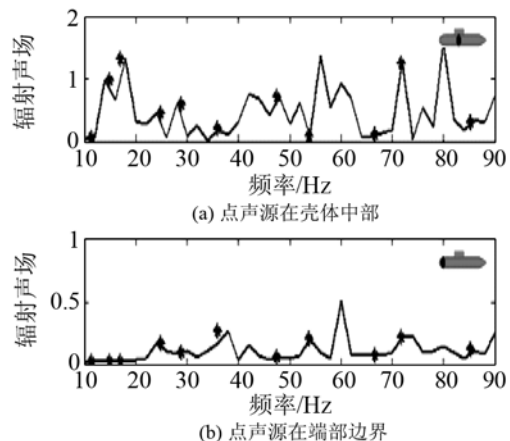


图 13 不同激励点的辐射声场与特征频率
Fig.13 Radiated acoustic fields and eigenfrequencies of the complex slender cylindrical shell with different excitation points

4 结 论

根据流固耦合特征方程及矩阵特征值的求解方法,计算了弹性球壳和有、无附加部分长柱壳的特征频率与声特性。研究表明,特征频率是目标的固有特性,与激励方式无关;在特征频率处目标会产生较强的声散射和声辐射,但不同激励方式特征频率对目标声特性的贡献不同,在频响中表现为谐振的幅度不同,即谐振影响的大小与激励方式有关;对于具有附加结构的细长壳体,前几阶固有振动模式主要是低阶的径向和轴向形变叠加形成,附加部分影响较小,但附加部分使相同模式的特征频率升高;对于高阶固有振动模式,主体和附加结构

都产生形变, 但主体的轴向振动是主要特征。

参 考 文 献

- [1] Estorff O V. Boundary element in acoustics(Advances and application)[M]. Southampton: Wessex Institute of Technology, 2000.
- [2] 沈惠明, 赵德有. 流固耦合振动问题的特征值解法[J]. 大连理工大学学报, 1990, 30(3): 369-372.
SHEN Huiming, ZHAO Deyou. Solution on eigenvalue of fluid-solid coupled vibration[J]. Transactions of Dalian Institute of Technology, 1990, 30(3): 369-372.
- [3] 邹元杰, 赵德有. 水下结构声固耦合振动的特征值计算[J]. 船舶力学, 2004, 8(2): 109-120.
ZHOU Yuanjie, ZHAO Deyou. Computation of eigenvalues of acoustic-structural coupled vibration for underwater structures[J]. Journal of Ship Mechanics, 2004, 8(2): 109-120.
- [4] John B Fahnlne. Computing uid-coupled resonance frequencies, mode shapes, and damping loss factors using the singular value decomposition[J]. J. Acoust. Soc. Am, 2004, 115(4): 1474-1482.
- [5] Martinez Cimadevila A. Dynamic behavior of submerged structures[C]// Undersea Defence Technology Europe. 2010.
- [6] Shariati S K. Saeed Mahjob Mogadas. Vibration Analysis of Submerged Submarine Pressure Hull[C]// Undersea Defence Technology Europe, 2008, PIII6.
- [7] 徐张明, 汪玉, 华宏星, 等. 船舶结构的建模及水下振动和辐射噪声的 FEM/BEM 计算[J]. 船舶力学, 2002, 6(4): 89-95.
XU Zhangming, WANG Yu, HUA Hongxin, et al. Modeling of the ship and numerical simulation of coupled vibro-acoustic behavior by FEM/BEM[J]. Journal of Ship Mechanics, 2002, 6(4): 89-95.
- [8] Anooshiravan Farshidianfar, Mohammad H Farshidianfar, Malcolm J Crocker, et al. Vibration analysis of long cylindrical shells using acoustical excitation[J]. Journal of Sound and Vibration, 2011, 330(14): 3381-3399.
- [9] Sabih I Hayek, Jeffrey E Boisvert. Vibration of elliptic cylindrical shells: Higher order shell theory[J]. J. Acoustic. Soc. Am, 2010, 128(3): 1063-1072.
- [10] 汤渭霖, 范军. 水中弹性球壳的共振声辐射理论[J]. 声学学报, 2000, 25(4): 308-312.
TANG Weilin, FAN Jun. Resonance radiation theory of a submerged elastic spherical shell[J]. Acta Acustica, 2000, 25(4): 308-312.
- [11] 刘涛, 范军, 汤渭霖. 水中弹性圆柱壳的共振声辐射[J]. 声学学报, 2002, 27(1): 62-66.
LIU Tao, FAN Jun, TANG Weilin. Resonance radiation of elastic cylindrical shell in water[J]. Acta Acustica, 2002, 27(1): 62-66.
- [12] 唐俊, 王同庆. 消声水池中弹性球回声的测量与标定[J]. 声学技术, 2007, 26(3): 367-370.
TANG Jun, WANG Tongqing. Acoustic reflection measurements and calibration of elastic spheres in an anechoic tank[J]. Technical Acoustics, 2007, 26(3): 367-370.
- [13] 李威, 赵耀, 张涛, 等. 水下刚硬体声散射场计算及分析[J]. 声学技术, 2007, 26(5): 844-849.
LI Wei, ZHAO Yao, ZHANG Tao, et al. Computation and analysis of the acoustic scattering field from submerged rigid objects[J]. Technical Acoustics, 2007, 26(5): 844-849.
- [14] 孙阳, 徐海亭. 部分充水有隔板弹性球壳的声散射[J]. 声学学报, 2007, 32(4): 369-374.
SUN Yang, XU Haiting. Sound scattering from partially water-filled elastic spherical shell with plate[J]. Acta Acustica, 2007, 32(4): 369-374.
- [15] 汤渭霖, 范军. 水中弹性结构声散射和声辐射机理——结构和水的声-振耦合作用[J]. 声学学报, 2004, 29(5): 385-392.
TANG Weilin, FAN Jun. Mechanisms of sound scattering and radiation of submerged elastic structure-vibro-acoustic coupling of structure and water[J]. Acta Acustica, 2004, 29(5): 385-392.
- [16] Gaunard G C, Werby M F. Lamb and creeping wave around submerged spherical shells resonantly excited by sound scattering[J]. J. Acoustic. Soc. Am, 1987, 82(6): 2021-2033.
- [17] 孙阳. 水下结构弹性体的声散射[D]. 北京: 中国科学院声学所, 2009: 41-42.
SUN Yang. Sound scattering by submerged elastic structures[D]. Beijing: Chinese Academy of Sciences, 2009: 41-42.
- [18] 徐树方. 矩阵计算的理论与方法[M]. 北京: 北京大学数学丛书, 1995: 307-340.
XU Shufang. Theory and method of matrix computation[M]. Beijing: Mathematics Series of Beijing College. 1995: 307-340.