

# 基于波恩近似的二维浅海声层析

陈德铭<sup>1,2</sup>, 李风华<sup>1</sup>

(1.中国科学院声学研究所声场声信息国家重点实验室, 北京 100190; 2.中国科学院大学, 北京 100190)

**摘要:** 目前的海洋声层析方法主要针对深海环境或水平不变浅海环境, 对于水平剧变的二维浅海声层析问题仍未提出实用有效的方法。提出一种二维浅海声层析方法并讨论其理论可行性。其主要的思路是将一个水平变化的浅海环境等效为一个水平不变的背景环境叠加微弱的扰动, 由波动方程推导出声速扰动与格林函数扰动之间的关系式, 引用波恩近似解决两者之间的非线性问题, 将反演过程简化为线性方程组的求解过程; 后期针对该方法的局限性做进一步改进, 包括引入迭代思路及使用一定的先验知识并提取经验正交函数(Empirical Orthogonal Function, EOF)。数值仿真实验说明该方法对局部的小幅度扰动甚至是孤立子内波的反演结果都具有较高的分辨率, 初步验证了该方法的理论可行性。

**关键词:** 反演; 二维浅海声层析; 波恩近似; 声速剖面; 经验正交函数

中图分类号: TB556

文献标识码: A

文章编号: 1000-3630(2014)-04-0292-07

DOI 编码: 10.3969/j.issn1000-3630.2014.04.002

## Two dimensional shallow ocean acoustic tomography using Born approximation

CHEN De-ming<sup>1,2</sup>, LI Feng-hua<sup>1</sup>

(1. State Key Laboratory of Acoustics in Institute of Acoustics, Beijing 100190, China; 2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

**Abstract:** Currently most of developed ocean tomography methods aim to solve the inversion problem in Deep Ocean or the range-independent shallow water. There is still a lack of practicable methods for the strong range-dependent ocean tomography. In this paper, a two-dimensional shallow ocean acoustic tomography method is developed and the theoretic feasibility discussed. The main idea is: a range-dependent environment can be regarded as a range-independent environment with disturbance, and then the convertible formula between the sound speed profile (SSP) disturbance and Green function disturbance can be deduced from the wave equation. The nonlinear problem is solved by Born approximation so that inversion problem is transformed to a solving process of linear equations. Then the iterative way or EOF by means of observation data is introduced to improve the availability of the proposed method. Numerical simulations show that the method is capable of inverting the small amplitude disturbance of the SSP, even like soliton, with reasonable precision, and the results indicate the preliminary validation of the proposed method.

**Key words:** inversion; two-dimensional shallow ocean tomography; Born Approximation; Sound Speed Profile (SSP); Empirical Orthogonal Function (EOF)

## 0 引言

海洋声学层析由 Munk 与 Wunsch 于 1979 年提出<sup>[1]</sup>。与传统观测方法相比, 该方法只需在观测海域外围布放少量传感器就能对大尺度海域进行同步观测; 更重要的是声层析利用了声传播的积累效应, 使得它能够得到空间大尺度的参数估计。以传播时间差反演为例, 该方法是通过声速剖面扰动与声线到达时间偏差两者之间的关系, 间接反演声速

剖面<sup>[2,3]</sup>。传播时间差反演理论已应用于海洋声层析领域, 特别是深海环境<sup>[4]</sup>。在浅海环境中由于存在着观测尺度较小、海底的影响大、声线难以分离等困难, 使传播时间差反演方法难以在浅海环境中应用<sup>[5]</sup>。同时又发展了基于简正波分离理论的简正波层析法, 如简正波相位反演及简正波波数层析<sup>[6-8]</sup>。此外还发展了基于匹配场理论的浅海声层析方法, 匹配场理论是由 Tolstoy 等人提出的。匹配场声层析主要通过特定的搜索算法不断调整水文参数, 使匹配函数达到最优其参数作为声层析的最终结果<sup>[9,10]</sup>, 但基于匹配场理论的反演时间长且容易出现多解的问题<sup>[11]</sup>。上述的几种方法针对的是深海环境或水平不变的浅海环境, 然而对于水平剧变等模态耦合较强的浅海反演问题仍未提出一种能够反演

收稿日期: 2014-04-07; 修回日期: 2014-07-10

作者简介: 陈德铭(1988—), 男, 福建泉州人, 硕士研究生, 研究方向为水声物理。

通讯作者: 陈德铭, E-mail: chendeming10@mails.ucas.ac.cn

二维声速剖面的有效方法。

本文提出一种二维浅海声层析方法并讨论其理论可行性。主要思路是由波动方程推导出声速剖面扰动与格林函数扰动之间的关系式，然后引用波恩近似解决两者之间的非线性问题，将反演过程简化为求解线性方程组的过程，再利用 Tikhonov 正则化与共轭梯度算法(Conjugate Gradient, CG)求得最终结果。

### 1 理论推导

海洋水体是一种非均匀介质，水体中的声速与密度都是空间与时间上的函数。但由于海洋水体的起伏通常比较连续，而且相对声传播的时间尺度，海洋水体可视为静态。因此假设介质中的声速与密度都不随时间变化，则相应声波方程为

$$\rho_0(x)\nabla\cdot(\nabla P/\rho_0(x))+\omega^2/c^2(x)\cdot P=-\delta(x-x_s) \quad (1)$$

经过归一化及忽略密度在空间上的变化，式(1)成为：

$$(\nabla^2+\omega^2/c^2(x))P(x_s,x;\omega;c)=-\delta(x-x_s) \quad (2)$$

其中： $x$  为空间向量； $c(x)$ 表示  $x$  位置的声速剖面， $\omega$  为角频率； $P(x_s,x;\omega;c)$  表示声源在  $x_s$ 、接收器位于  $x$  处接收的稳态声压，下面将简写为  $P(x_s,x)$ 。

假设介质的声速存在一个平均值  $c_0(x)$ ，则存在扰动的声速剖面可表示为  $c(x)=c_0(x)+\Delta c(x)$ ，扰动引起的声场变化即散射声场表示为  $\Delta P(x_s,x)$ ， $P_0(x_s,x)$  代表声速剖面无扰动的声场，则式(2)可转化为

$$\left[\nabla^2+\omega^2/(c_0(x)+\Delta c(x))^2\right](P_0(x_s,x)+\Delta P(x_s,x))=-\delta(x-x_s) \quad (3)$$

方程(3)结合无扰动的 Helmholtz 方程可得：

$$(\nabla^2+\omega^2/c_0^2(x))\Delta P(x_s,x)=\delta k^2(P_0(x_s,x)+\Delta P(x_s,x)) \quad (4)$$

其中， $\delta k^2=\omega^2/c_0^2(x)-\omega^2/[c_0(x)+\Delta c(x)]^2$ ，求解式(4)得：

$$\Delta P(x_s,x_r)=\iiint [P_0(x_s,x')+\Delta P(x_s,x')]\delta k^2 G_0(x',x_r)dV(x') \quad (5)$$

由式(5)可知，散射声场不仅与扰动场分布有关，还与总声场有关。因此该问题具有较强的非线性，直接求解比较困难，若在散射体较小或散射体所引起的参数起伏相对较小的情况下引入波恩近似，则声场可用级数展开表示<sup>[12,13]</sup>：

$$P(\mathbf{r})=P_0(\mathbf{r})+P_1(\mathbf{r})+P_2(\mathbf{r})+\dots \quad (6)$$

式(6)中的第一项为入射声场，即无扰动情况下

的声场，其余项为散射声场，同时各阶声场存在如下关系：

$$P_n(\mathbf{r})=\iiint \delta k^2(\mathbf{r})P_{n-1}(\mathbf{r})G_0(\mathbf{r},\mathbf{r}';\omega)d\mathbf{r}' \quad (7)$$

即入射声场  $P_0(\mathbf{r})$  经过式(7)的积分得到  $P_1(\mathbf{r})$ ，而  $P_1(\mathbf{r})$  经过同样的积分可得到更高阶的  $P_2(\mathbf{r})$ ，依此关系式可得到各阶的声场。若这样的展开关系收敛，则各阶声场叠加之和为最终的声场分布。而在弱散射体的情况下散射声场将远小于入射声场，忽略高阶散射声场对散射声场进行一级近似的方法称为波恩近似，则相应方程(5)可转化为

$$\Delta P(x_s,x_r)\approx P_1(x_s,x_r)=\iiint P_0(x_s,x')\delta k^2 G_0(x',x_r)dV(x') \quad (8)$$

由式(8)可知，波恩近似简化了求解过程，使原来的非线性问题转化为线性问题。利用 Tikhonov 正则化再结合共轭梯度算法(CG)进行求解即可得到未知量  $\delta k^2$ 。反演过程需要给定的初始条件为接收阵的数据  $P_0(x_s,x_r)$  及无扰动时的背景场声速剖面  $c_0(x)$ 。

下面将进行相关的仿真实验，对上述理论框架的理论可行性进行分析与验证。首先对方程(8)进行离散化，则相应的方程表示为

$$\Delta P(x_{s,l},x_{r,m})=\sum_{n=1}^N \delta k^2(x_n)P_0(x_{s,l},x_n)\cdot G_0(x_n,x_{r,m})\Delta V_n \quad (9)$$

其中  $\Delta P(x_{s,l},x_{r,m})$  为第  $l$  号声源对应的第  $m$  号接收器的声压扰动量， $N$  为扰动区划分的网格数。整个反演过程等效为求解矩阵方程  $\Delta P=D\cdot\delta k^2$ ，其中  $\Delta P$  为  $M\times L$  的矩阵， $D=P_0\cdot G_0$  是  $[M\times L,N]$  矩阵，未知量  $\delta k^2$  为一个  $N$  维向量。以下是相应的反演结果：首先假设海洋环境为 100 m 水深的浅海，存在深度范围为 20~40 m 的负跃层，跃层的声速由 1520 m/s 变为 1500 m/s，海底参数等见图 1。声源深度为 60 m，声源频率为 50~250 Hz 的低频宽带信号，反演

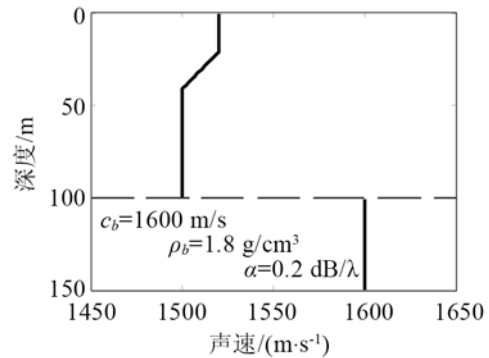


图 1 声速剖面及海底参数图  
Fig.1 Sound speed profile and bottom parameters

的水平及深度空间采样间隔分别为 100 m、2 m，接收器为 20 阵元的垂直阵。

因为海洋内波是一种海洋中普遍存在的波动现象，而且它对海洋声场的时空相关、声传播与匹配场处理等方面有着重要的影响<sup>[14]</sup>，所以本文仿真实验中假设存在的扰动为孤立子内波。相对声传播的时间尺度，孤立子内波的移动速度可忽略不计，于是假设孤立子内波造成温跃层波动的幅度表达式为  $10\sin[(r-3000)*\pi/500]$ ， $3000 < r < 3500$ ，即分布的水平范围为 3~3.5 km。收发距离设定为 5 km，则实际的水文环境及实际的扰动量如图 2 所示(以下各仿真实验的真实扰动峰值均默认为 9)。代入公式(9)进行反演，结果如图 3 所示。

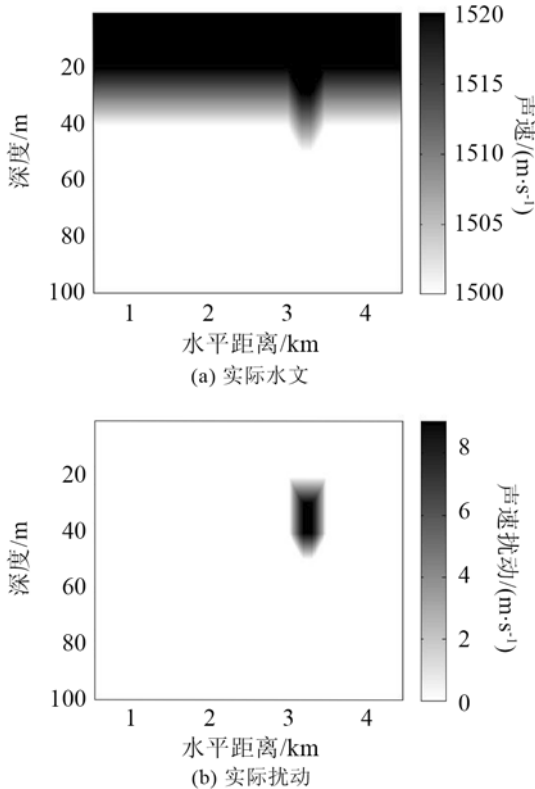


图 2 水平距离为 5km 的实际水文与实际扰动  
Fig.2 The true hydrologic environment and the true disturbance at 5km range

图 3 的反演结果直观表明：扰动区域的水平及深度位置反演具有较高的精度，但反演得到的扰动峰值与真实峰值还存在着较大的误差，同时反演结果还存在峰值较大的旁瓣。

## 2 波恩迭代

下面采用波恩迭代的方法对上述理论进行改进，波恩迭代方法在反演的过程中不仅使用波恩近似，还采用了迭代的处理方式。具体的流程：将波

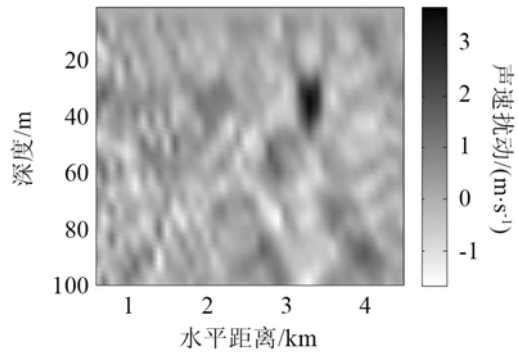


图 3 反演的结果  
Fig.3 The result of inversion

恩近似得到的初步结果作为已知参数，在迭代之前更新相应的背景声速剖面；利用更新后的背景场计算格林函数，再代入逆算子中求解。依此每一次将会利用前一次得到的结果，迭代求得的解将不断逼近精确场<sup>[15,16]</sup>。相应的数学形式描述如下：

$$\Delta P_n(x_s, x_r) = P(x_s, x_r) - P(x_s, x_r, k_{n-1}) = \iiint D(k_{n-1}) \delta k_n^2 dV(x') \tag{10}$$

式中的积分核  $D(k_{n-1}) = P(x_s, x', k_{n-1}) G(x', x_r, k_{n-1})$ ，其中： $P(x_s, x', k_{n-1})$ 、 $G(x', x_r, k_{n-1})$  分别是前  $n-1$  次迭代得到的声速剖面作为第  $n$  次迭代的背景场，计算得到的前向声场与后向声场； $k_{n-1}$  表示前  $n-1$  次迭代得到声速剖面后的背景场， $\Delta P_n(x_s, x_r)$  为第  $n$  次迭代的散射声场。每一次迭代前都会更新相应的声速剖面及格林函数，各次迭代得到扰动量的叠加就是求解的扰动量结果，即  $\delta k = \delta k_0 + \delta k_1 + \dots + \delta k_n$ 。

若海洋环境与图 1 相同、内波扰动分布如图 2 所示，未使用波恩迭代与使用波恩迭代的反演结果对比如图 4 所示，同时定义反演声速扰动量与真实声速扰动量间的均方误差  $ERRC$  为

$$Errc = \|c^{true}(r, z) - c^{inverted}(r, z)\|$$

$Errc$  随迭代的变化曲线如图 5 所示。

图 4 表明，基于波恩近似的二维浅海声层析方法经过波恩迭代的改进之后，不仅使反演结果具有更高的分辨率，还在一定程度上抑制了旁瓣，同时由图 5 中曲线可知，这样的迭代方法具有比较好的收敛性。

## 3 带约束条件的声层析

由上述讨论可知，波恩迭代对本文理论的改进在一定程度上提高了反演精度，但反演峰值与真实峰值仍然存在一定的误差。特别是对于大水平距离的反演问题，应用波恩迭代方法无法得到令人满意的结果。二维海洋声层析一直以来存在的主要困难

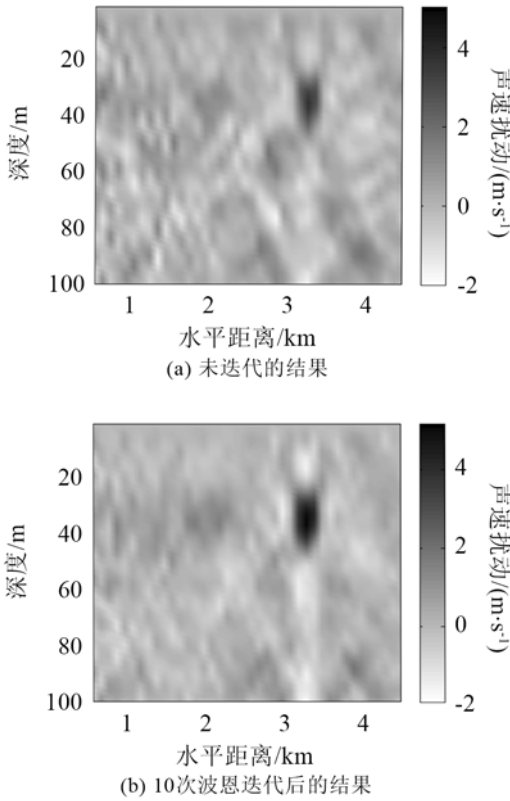


图 4 未经迭代与经过迭代的反演结果对比  
Fig.4 Comparison between the inversion results obtained by the 10 times of Born iteration and without iteration

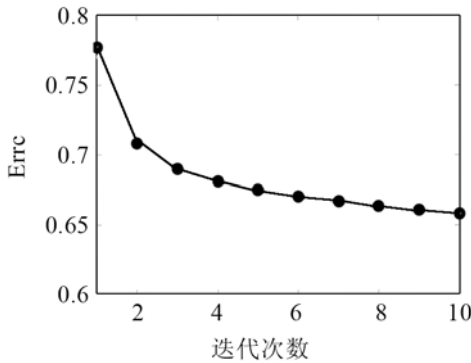


图 5 Errc 随迭代的变化情况  
Fig.5 The convergence curve of Errc .vs. Iteration

是待反演参数数量较大，因此二维海洋声层析容易产生由信息量不足而引起的发散问题。这是求解非正定方程常遇到的问题，不能简单地通过正则化或迭代解决，恢复问题的正定性尤其是稳定性，只有通过增加信息量、改变问题的拓扑度量来解决。本节在波恩迭代改进的基础上，将已知的海洋介质内部运动规律或观测数据作为二维声层析问题的约束条件，以此思路对本文上述的理论做进一步的优化，称之为带约束条件的海洋声层析。

由于浅海中温跃层以下出现扰动的概率较小，基本是稳定的声速剖面，因而跃层以下区域可不进

入反演的考虑范围<sup>[5]</sup>。下例将借助这样的先验知识缩小反演区域以减少待反演参数量，若海洋环境如图 1、内波扰动分布如图 2 所示，则相应的仿真实验结果如下所示：图 6 为减少反演区域与全深度反演的结果对比，其中图 6(a)是只反演 0~80 m 深度区域的结果，而图 6(b)则是未缩小反演区域的反演结果。图 7 为均方误差对比。图 6 的结果对比与图 7 的均方误差曲线说明，借助一定先验知识以缩小反演区域的改进思路不仅进一步提高了反演结果的分辨率，还使波恩迭代具有更好的收敛性；图 6(a)中的反演峰值已比较接近实际的峰值。

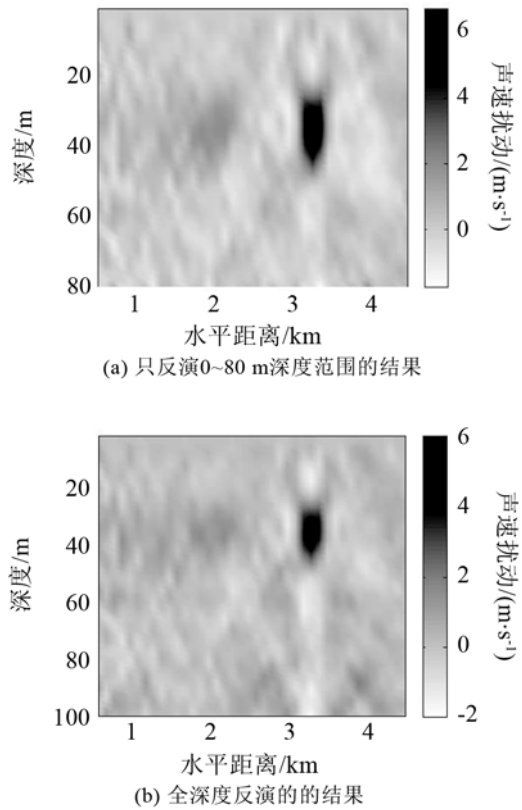


图 6 减少反演区域与全深度反演的结果对比  
Comparison of the inversion results for 0-80m and 0-100m depths

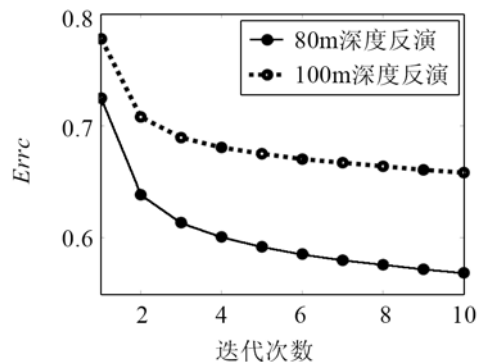


图 7 均方误差对比  
Fig.7 Comparison of the MSEs for 0-80 m and 0-100 m depths

但若增大反演的水平距离，结果如图 8 所示，其中海洋环境如图 1 所示，内波扰动分布于 3~3.5 km 的水平范围，收发距离为 10 km。

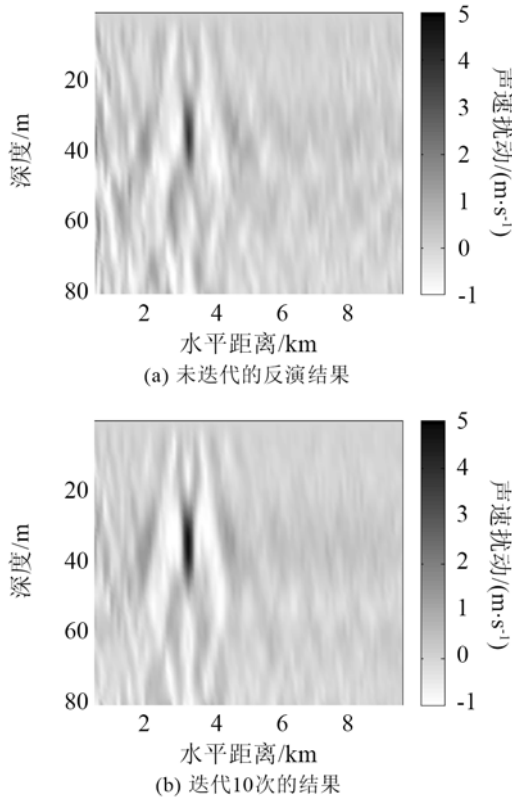


图 8 水平距离 10km 并减小反演区域，未迭代与迭代 10 次的结果对比  
Fig.8 Comparison between the inversion results obtained by the 10 times of Born iteration and without iteration for 0-80m depths at 10 km range

图 8 中的反演结果表明，缩小反演区域这一改进方法无法使反演精度得到有效提高。这是由于简正波存在衰减，增大收发距离将减少简正波的有效号数，从而降低反演的精度。此时仅通过波恩迭代及缩小反演区域的思路是无法得到令人满意的结果，因此本文尝试使用观测数据提取经验正交函数 (Empirical Orthogonal Function, EOF) 的方法。EOF 最早在大气学中提出来，由于其良好的降维效果而逐渐被大气学及水声学采用<sup>[17]</sup>，下面将使用温度链长期观测的历史资料提取 EOF。对声速剖面在深度上进行 EOF 展开，这样可有效减少待反演参数的数量，分析过程如下，若

$$\Delta c(z, t) = c(z, t) - \bar{c}(z) \quad (11)$$

其中： $c(z, t)$  为随时间变化的声速剖面； $\bar{c}(z)$  为时间平均剖面；相应声速剖面的时间起伏为  $\Delta c(z, t)$ ，则声速起伏的协方差矩阵为  $R = \Delta c \cdot \Delta c^T$ 。对该协方差矩阵进行特征值分解得  $R \cdot F = D \cdot F$ ， $D$  为特征值矩阵， $F$  为特征向量  $f_i(z)$  组成的矩阵，其中的特征向量为 EOF 的基函数<sup>[17]</sup>。则深度上的声速剖面可表示为

$$c(z) = \bar{c}(z) + \sum_{i=1}^M a_i f_i(z) \quad (12)$$

用矩阵表示为  $c_{nz \times nr} = F \cdot a$ ，其中

$$F_{nz \times M} = (f_1(z), f_2(z), \dots, f_k(z)) \quad (13)$$

$$a_{M \times nr} = \begin{pmatrix} a_1(r) \\ a_2(r) \\ \vdots \\ a_M(r) \end{pmatrix} \quad (14)$$

其中的  $nr$ 、 $nz$  分别为水平、深度方向上的待反演参数量。若反演过程中的线性方程求解表示为  $A \cdot X_{(nz \times nr) \times 1} = B$ ，引入 EOF 后变形为：

$$A \cdot \begin{pmatrix} F_{nz \times M} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & F_{nz \times M} & \vdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & F_{nz \times M} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{M \times 1}(r_1) \\ a_{M \times 1}(r_2) \\ \vdots \\ a_{M \times 1}(r_M) \end{pmatrix} = B \quad (15)$$

可见，深度维度上待反演参数数量由  $nz$  减少为  $M$ ，总体未知量的数量由原来的  $nr \times nz$  变为  $M \times nr$ 。

下面给出波恩迭代结合 EOF 与只使用波恩迭代的反演结果对比，其中 EOF 取三阶即  $M=3$ ，则相应的待反演参数量减少为原来的 1/20。海洋环境如图 1 所示，内波扰动分布于 3~3.5 km 的水平范围，收发距离分别为 5、10、15 km，相应的反演结果对比分别对应于图 9、10、11。同时假设一海洋环境

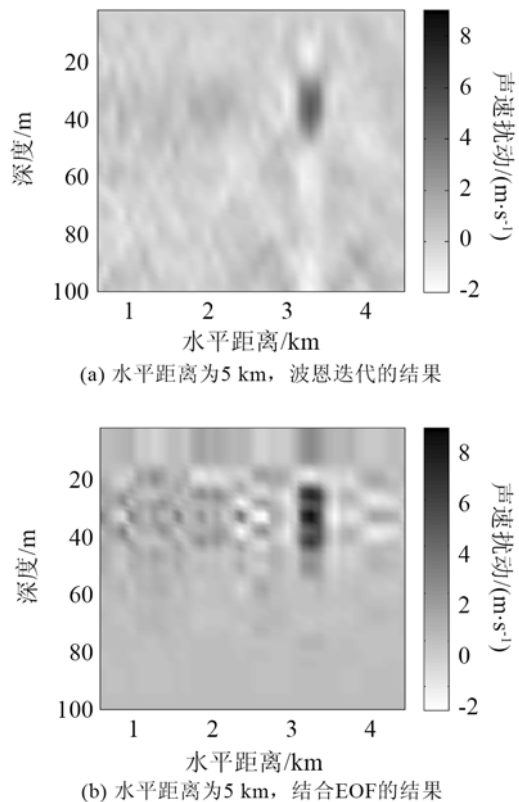


图 9 水平距离为 5 km，波恩迭代与结合 EOF 的结果对比  
Fig.9 Comparison between the inversion results obtained by the Born iteration and the EOF associated at 5 km range

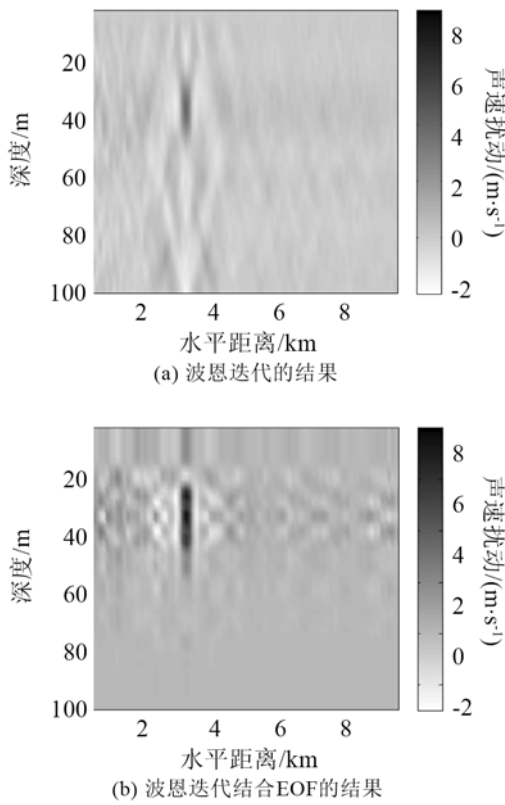


图 10 水平距离为 10 km，波恩迭代与结合 EOF 的结果对比  
 Fig.10 Comparison between the inversion results obtained by the Born iteration and the EOF associated at 10 km range

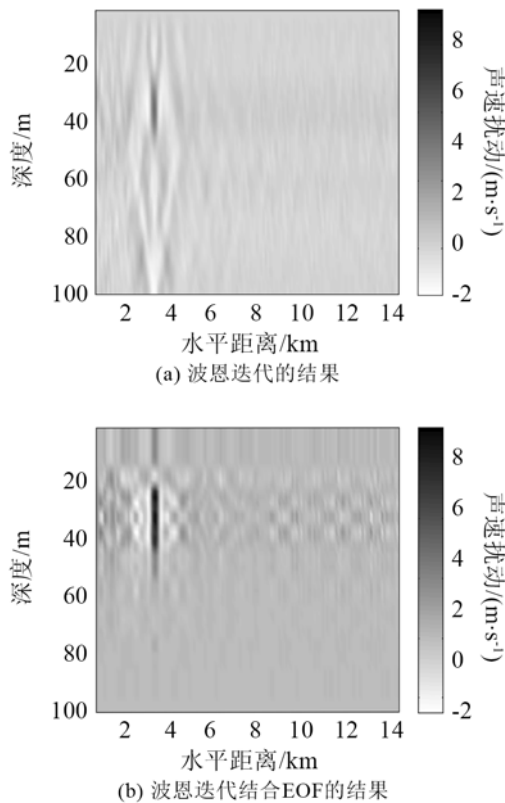


图 11 水平距离为 15 km，波恩迭代与结合 EOF 的结果对比  
 Fig.11 Comparison between the inversion results obtained by the Born iteration and the EOF associated at 15 km range

中存在双内波，分布于 2~2.5 km 与 3~3.5 km 的水平范围，收发距离为 10 km，其他环境参数与图 10 一致，相应的结果对比图如图 12 所示。

由上述对比图可知，波恩迭代结合 EOF 的改进方法针对大水平距离反演问题也能获得精度较高的反演结果。一系列的对比结果说明，带约束条件的声层析方法增强了本文提出的二维浅海声层析方法的有效性及通用性。不仅使反演结果的扰动峰值与真实峰值的误差进一步减少，抑制了干扰旁瓣；对于存在相隔 1 km 的双内波扰动的反演也能够得到精度较高的反演结果，如图 12 所示。

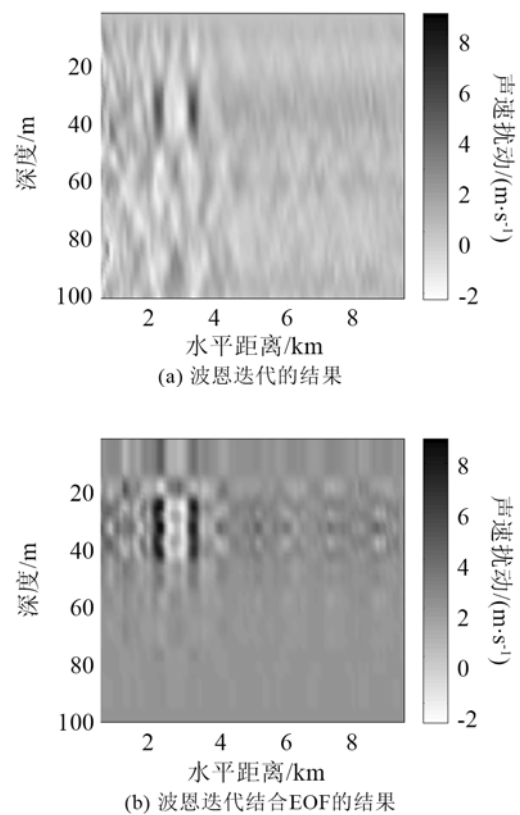


图 12 水平距离为 10 km 并存在相距 1km 的双内波，波恩迭代与 EOF 的结果对比  
 Fig.12 Comparison between the inversion results of two 1km-interval IWs obtained by the Born iteration and the EOF associated at 10 km range

### 4 结论

综上所述，本文提出了一种二维浅海声层析方法。该方法基于波恩近似解决声速扰动与声压扰动之间的非线性问题，将反演过程简化为线性方程组的求解。针对该方法的局限性做进一步的改进，包括引入迭代思路及使用一定的先验知识。相应的仿真实验结果初步验证：

本文提出的二维浅海声层析方法对于重构水

平变化的海洋环境,如存在局部的小幅度扰动甚至是孤立子内波的浅海环境,具有一定的理论可行性,得到的反演结果具有较高的分辨率和稳定性。

下一步的工作重点是对理论进行深入的研究及尝试用实验数据进行检验。

### 参 考 文 献

- [1] Munk W H, Wunsch C. Ocean acoustic tomography: A scheme for large scale monitoring[J]. Deep-Sea Res, 1979, **26**(2): 123-161.
- [2] Munk W H, Worcester P F, Wunsch C. Ocean acoustic tomography[M]. New York: Cambridge University Press, 1995.
- [3] Skaraoulis E K, Cornuelle B D. Travel-time sensitivity kernels in ocean acoustic tomography[J]. J. Acoust. Soc. Am., 2004, **116**(1): 227-238.
- [4] Skaraoulis E K, Send U, Piperakis G S, et al. Acoustic thermometry of the western Mediterranean basin[J]. J. Acoust. Soc. Am., 2004, **116**(2): 790-798.
- [5] 关定华. 用声学方法监测海洋--海洋声层析技术和大洋气候声学测温[J]. 物理学进展, 1996, **16**(3-4): 504-514.  
GUAN Dinghua. Acoustical monitoring of the ocean—ocean acoustical tomography and acoustical thermometry of ocean climate[J]. Progress in Physics, 1996, **16**(3-4): 504-514.
- [6] 廖光洪, 朱小华, 林巨, 等. 海洋声层析应用与观测研究综述[J]. 地球物理学进展, 2008, **23**(6): 1782-1790.  
LIAO Guanghong, ZHU Xiaohua, LIN Ju, et al. Overview of the applications and observations of ocean acoustic tomography[J]. Progress in Geophysics, 2008, **23**(6): 1782-1790.
- [7] 彭临慧, 王宁, 邱晓芳, 等. 黄海冷水团声层析监测数值模拟[J]. 青岛海洋大学学报, 2003, **33**(2): 299-304.  
PENG Linhui, WANG Ning, QIU Xiaofang, et al. Numerical simulation of acoustic tomography for monitoring the yellow sea cold water mass[J]. Journal of Ocean University of Qingdao, 2003, **33**(2): 299-304.
- [8] 朱芸, 吕连港. 海洋声层析的基本原理和应用[J]. 海洋科学进展, 2002, **20**(4): 70-74.  
ZHU Yun, LÜ Liangang. Basic principle and application of Ocean acoustic tomography[J]. Advances in Marine Sciences, 2002, **20**(4): 70-74.
- [9] Taroudakis M I, Maria G M. On the use of matched-field processing and hybrid algorithms for vertical slice tomography[J]. J. Acoust. Soc. Am., 1997, **102**(2): 885-895.
- [10] Tolstoy A, Diachok O, Frazer L N. Acoustic tomography via matched field processing[J]. J. Acoust. Soc. Am., 1991, **89**(3): 1119-1127.
- [11] YU Y X, LI Z L, HE L. Matched-field inversion of sound speed profile in shallow water using a parallel genetic algorithm[J]. Chinese Journal of Oceanology and Limnology, 2010, **28**(5): 1080-1085.
- [12] 张海澜. 理论声学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2007.  
ZHANG Hailan. Theoretical Acoustics[M]. Beijing: High Education Press, 2007.
- [13] Piperakis G S, Skarsoulis E K, Makrakis G N. Rytov approximation of tomographic receptions in weakly range-dependent ocean environments[J]. J. Acoust. Soc. Am., 2006, **120**(1): 120-134.
- [14] Flatte S M, Rovner G. Calculations of internal-wave-induced fluctuations in ocean-acoustic propagation[J]. J. Acoust. Soc. Am., 2000, **108**(2): 526-534.
- [15] LI F H, LIU Q H, SONG L P. Three-dimensional reconstruction of objects buried in layered media using born and distorted born iterative methods[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2004, **1**(2): 107-111.
- [16] Haddadin O S, Ebbini E S. Imaging strongly scattering media using a multiple frequency distorted born iterative method[J]. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, 1998, **45**(6): 1485-1496.
- [17] 何利, 李整林, 彭朝晖, 等. 南海北部海水声速剖面声学反演[J]. 中国科学, 2011, **41**(1): 49-57.  
HE Li, LI Zhenglin, PENG Zhaohui, et al. Inversion for sound speed profiles in the northern of South China Sea[J]. Science China Press, 2011, **41**(1): 49-57.