

基于凸优化方法的期望主瓣幅度响应波束图设计

余文权, 王华奎

(广东湛江 91388 部队, 广东湛江 524022)

摘要: 将发射阵的期望主瓣幅度响应波束设计转化为凸优化问题, 并利用 *cvx* 工具箱求解最优加权。首先, 根据期望波束的主瓣范围, 将空间区域分为主瓣区域和旁瓣区域, 再在主瓣区域内将设计波束和期望波束之差的 2-范数最小化, 并将设计波束图旁瓣级控制在期望值之下。最后, 利用 *cvx* 工具箱对该凸优化问题进行求解, 获得满足要求的设计波束图。通过计算机仿真对所提波束图设计方法的有效性进行了验证。

关键词: 发射波束; 凸优化; CVX 工具箱设计

中图分类号: TB556

文献标识码: A

文章编号: 1000-3630(2014)-04-0376-04

DOI 编码: 10.3969/j.issn1000-3630.2014.04.019

Synthesizing transmitting beampattern with desired mainlobe amplitude responses via convex optimization

YU Wen-quan, WANG Hua-kui

(Unit 91388, Zhanjiang 524022, Guangdong, China)

Abstract: The synthesis of transmitting beam-pattern of a uniform linear array with a desired mainlobe amplitude response is considered as a convex optimization problem in this paper. Firstly, the whole spatial zone is divided into the mainlobe zone and sidelobe zone. Then, in the mainlobe zone, the 2-norm of the difference between the desired beampattern and the designed beampattern is minimized. In the sidelobe zone, the sidelobe peak is set to be not bigger than the desired value. Finally, the convex box is used to calculate the complex weights of sensors in the uniform linear array. Some numerical simulations are provided for demonstrating the effectiveness of the proposed beampattern synthesis method.

Key words: transmitting beam; convex optimization; convex box

0 引言

在主动声呐信号处理领域, 为了对感兴趣区域进行探测, 往往需要对发射波束图进行设计。发射波束图设计的目的可描述为利用各种方法和算法获得宽主瓣和低旁瓣的发射波束图, 而这类问题可以归纳到期望响应波束设计的范畴。

早期的期望响应波束设计一般采用二次规划方法。使用二次规划方法的目的在于通过计算一组阵元加权值, 使得设计波束图与期望波束图在整体空间区域(包括主瓣区域和旁瓣区域)内差值向量的 2-范数最小^[1-3]。但是, 二次规划方法同时主瓣区域和旁瓣区域对波束进行设计, 在主瓣区域获得期望响应的同时在旁瓣区域增加了多余约束, 容易造成主瓣区域的波束拟合误差较大, 导致设计结果不

理想^[4]。鄢社锋等人提出了旁瓣控制期望主瓣响应波束设计方法, 将此类问题归类于凸优化(convex optimization^[5])问题并采用二阶锥规划(Second-Order Cone Programming, SOCP)方法进行求解^[4, 6-7]; 该方法采用混合范数逼近, 去掉了对旁瓣区域的冗余约束, 使得主瓣区域的响应设计精度更高, 且适用于任意几何阵型的阵列系统并考虑了阵元指向性。然而, 该方法在求解各阵元加权系数时, 采用的 SOCP 方法需要使用 SeDuMi 工具箱。SeDuMi 工具箱只能对固定格式(该格式必须满足 SeDuMi 工具箱的特殊要求)的程序进行运算, 利用其进行优化求解时面临着繁杂的目标函数和约束条件的形式转换。因此, 使用 SeDuMi 工具箱会使得求解阵元系数最优解的过程变得繁琐而复杂^[8]。近年来, 为了避免使用 SeDuMi 工具箱求解凸优化问题, *cvx* 工具箱应运而生^[9]。*cvx* 工具箱所需要的目标函数与约束条件均不需要进行形式转换, 具有简单明了的特点。本文利用 *cvx* 工具箱进行期望响应波束优化设计, 在主瓣区域内将设计波束图和期望波束图差值的

收稿日期: 2013-02-27; 修回日期: 2013-05-17

作者简介: 余文权(1977-), 男, 浙江淳安人, 硕士研究生, 研究方向为信号与信号处理。

通讯作者: 余文权, E-mail: yuwenquan@gmail.com

2-范数最小化，并对设计波束图旁瓣级进行控制，获得了令人满意的发射波束图设计结果。

1 问题描述

考虑一个主动声呐系统，假定发射阵为 N 元均匀直线阵(Uniform Linear Array, ULA)。此处只考虑主动声呐的发射波束图，即对 N 元 ULA 的发射波束图进行优化设计，使得该发射波束图具有宽主瓣和低旁瓣的特点。不失一般性，采用二维坐标系统来表征 N 元 ULA 的发射波束图。据此，发射阵(N 元 ULA)的二维坐标系统如图 1 所示，其中实心圆代表发射阵元， θ 为方位角。

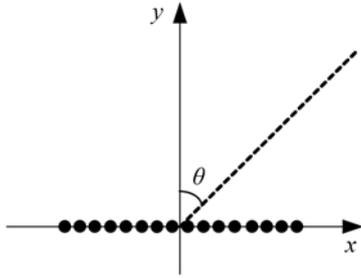


图 1 主动声呐发射阵的二维坐标系统
Fig.1 Two-dimensional coordinates of sonar transmitting array

图 1 中，第 $n(n=1, 2, \dots, N)$ 个发射阵元的坐标 \mathbf{x}_n 可表示为

$$\mathbf{x}_n = \left(n-1 - \frac{N-1}{2} \right) \frac{\lambda}{2} \quad (1)$$

其中， λ 为窄带发射信号中心频率对应的波长。根据阵元坐标和图 1 中的二维坐标系统， N 元 ULA 的发射波束图可表示为

$$B(\theta_0, \theta) = \sum_{n=1}^N w_n^* \exp \left[-j2\pi f_0 \left(n-1 - \frac{N-1}{2} \right) \frac{\lambda}{2} (\sin \theta - \sin \theta_0) / c \right] \quad (2)$$

其中， w_n 为第 n 个阵元的复加权系数， $[]^*$ 代表求共轭， θ_0 为发射波束主瓣的中心角度。

针对图 1 中的 N 元发射 ULA，期望的发射波束图可以描述为：在感兴趣的区域(即主瓣区域)内具有平坦的幅度响应，在其它区域(即旁瓣区域)具有极低的幅度响应。为了直观说明问题，以某个发射波束图为例，其主瓣区域和旁瓣区域的幅度响应如图 2 所示。

图 2 中， $\theta \in [-30^\circ, 30^\circ]$ 为感兴趣区域，也是发射波束图的主瓣区域，其间的幅度响应平坦，理想值为为 0 dB。 $\theta \in [-90^\circ, -30^\circ]$ 和 $[30^\circ, 90^\circ]$ 为发射波束图的旁瓣区域，将期望旁瓣的最大值控制在 -40 dB。由图 2 可知，此时发射波束图主瓣的中心角度

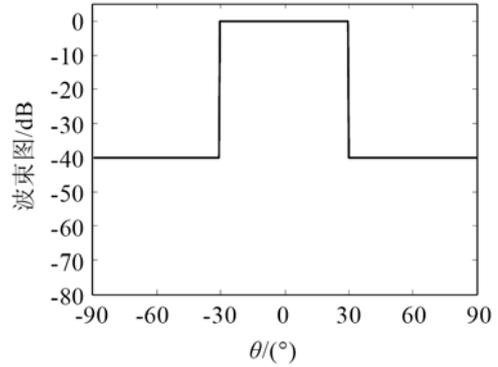


图 2 N 元发射 ULA 的期望波束图
Fig.2 The expected beam-pattern of N elements UTA

为 $\theta_0=0^\circ$ 。图 2 中的发射波束图可以在获得感兴趣区域(即目标区域)回波的同时抑制其他区域的回波。如此，既保证了一定的探测范围，又滤除了其他区域的回波干扰。一般而言，利用传统的方法，只能获得低旁瓣的发射波束图，但无法获得图 2 中的具有宽照射范围和平坦的主瓣幅度响应的发射波束图。要获得图 2 中的发射波束图，需要对 N 元 ULA 上的阵元加权系数 w_n 进行优化，在期望的主瓣区域内对发射波束图进行逼近拟合。本文采用简单灵活的 cvx 工具箱求解 N 元 ULA 上的阵元加权系数。

2 波束优化

为了获得较好的发射波束图优化结果，将整个空间区域分为主瓣区域和旁瓣区域两大块。在建立优化过程时，只需对主瓣区域进行拟合逼近，对旁瓣区域仅约束其最大峰值，使得该峰值低于某固定值即可。设发射波束图的主瓣区域为 Θ_{ML} ，将其表示成集合形式为

$$\Theta_{ML} = \{ \theta | \theta \in [\theta_{ML}^L, \theta_{ML}^R] \} \quad (3)$$

设发射波束图的旁瓣区域为 Θ_{SL} ，将其表示成集合形式为

$$\Theta_{SL} = \{ \theta | \theta \in [-90^\circ, \theta_{ML}^L] \text{ or } \theta \in [\theta_{ML}^R, 90^\circ] \} \quad (4)$$

设期望波束响应为 $B_0(\theta_0, \theta)$ ，利用 cvx 工具箱获得的波束响应为 $B(\theta_0, \theta)$ 。此时发射波束的优化问题可以描述为：在主瓣区域 Θ_{ML} 内将期望波束 $B_0(\theta_0, \theta; \theta \in \Theta_{ML})$ 和设计波束 $B(\theta_0, \theta; \theta \in \Theta_{ML})$ 之差的向量 2-范数最小化，并将设计波束图旁瓣级控制在某个期望值之下(即对设计波束图在旁瓣区域内的向量 ∞ -范数进行约束)。使用与 cvx 工具箱的目标函数和约束条件可表示为：

$$\begin{aligned} & \min_w \|B_0(\theta_0, \theta; \theta \in \Theta_{ML}) - B(\theta_0, \theta; \theta \in \Theta_{ML})\|_2 \\ & \text{s.t. } \|B(\theta_0, \theta; \theta \in \Theta_{SL})\|_\infty \leq 10^{-(SLP/20)} \\ & \|w\|_2 \leq \delta \end{aligned} \quad (5)$$

其中： $\|\cdot\|_2$ 为向量 2-范数； $\|\cdot\|_\infty$ 为向量 ∞ -范数； SLP 为旁瓣峰值； δ 为加权系数的约束值，用以控制加权系数的稳健性和阵增益损失。式(5)中的目标函数和约束条件可直接代入 *cvx* 工具箱进行求解，具有形式简洁和操作简单的效果。

3 计算机仿真

仿真中，采用 41 元 ULA 为主动声呐的发射阵列，阵元间距为 $\lambda/2$ 。假设发射信号为窄带信号，因此仅需要考虑与窄带信号中心频率对应的波束图。设期望的发射波束图共分为 3 种，每一种波束图具有相同的主瓣宽度但是不同的主瓣中心指向。3 种发射波束图的具体参数，如主瓣中心角指向 θ_0 、主瓣区域 Θ_{ML} 、旁瓣区域 Θ_{SL} 、旁瓣峰值 SLP 和加权系数约束值 δ 等，如表 1 所示。

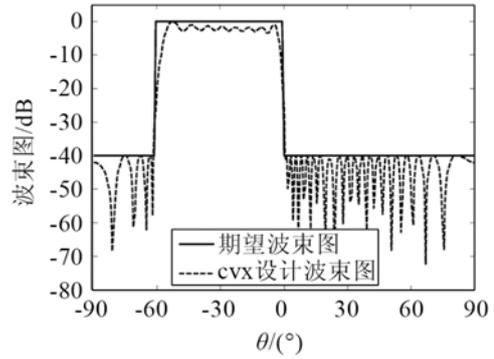
表 1 3 种期望波束图的参数

Table 1 The parameters of three kinds of expected beam-patterns

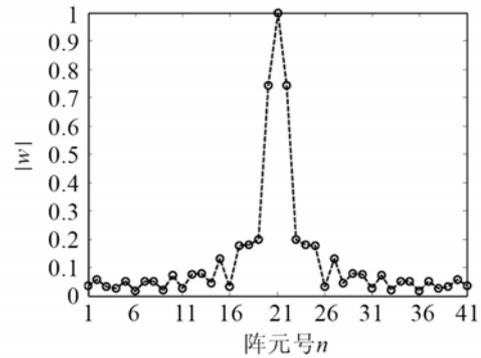
	主瓣中心角 θ_0	主瓣区域 Θ_{ML}	旁瓣区域 Θ_{SL}	SLP/dB	δ
第 1 种波束图	-30°	$[-60^\circ, 0^\circ]$	$[-90^\circ, -60^\circ]$ & $[0^\circ, 90^\circ]$	-40	0.5
第 2 种波束图	0°	$[-30^\circ, 30^\circ]$	$[-90^\circ, -30^\circ]$ & $[30^\circ, 90^\circ]$		
第 3 种波束图	30°	$[0^\circ, 60^\circ]$	$[-90^\circ, 0^\circ]$ & $[60^\circ, 90^\circ]$		

根据表 1 中的 3 种期望发射波束图的具体参数，结合式(5)中的目标函数和约束条件，利用 *cvx* 工具箱对 41 元 ULA 的发射波束图进行优化设计。与每种期望波束图对应的设计波束图分别如图 3(a)、图 4(a)和图 5(a)所示。此外，与每个设计波束图对应的加权系数的归一化绝对值如图 3(b)、图 4(b)和图 5(b)所示。

由图 3 可知，期望波束图的主瓣中心角为 -30° ，主瓣区域为 $[-60^\circ, 0^\circ]$ 。利用 *cvx* 工具箱进行优化设计后，所获得的波束图主瓣基本与期望波束图主瓣重合，旁瓣也严格控制在 -40 dB 以下。图 4 中，期望波束图的主瓣中心角为 0° ，主瓣区域为 $[-30^\circ, 30^\circ]$ ，优化后获得的波束图主瓣基本与期望波束图主瓣重合，其旁瓣为 -40 dB。由图 5 可知，期望波束图的主瓣中心角为 30° ，主瓣区域为 $[0^\circ, 60^\circ]$ ，优化后获得的波束图主瓣基本与期望波束图主瓣重合，其旁瓣为 -40 dB。根据图 3、图 4 和图 5 的设

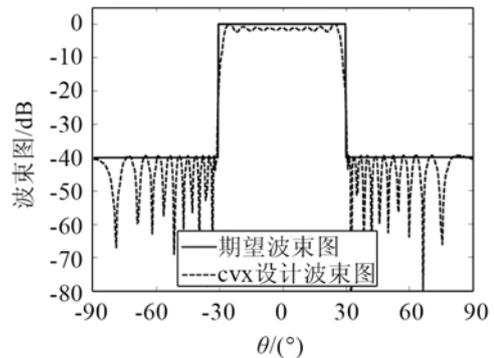


(a) 第 1 种波束图的期望波束图和设计波束图

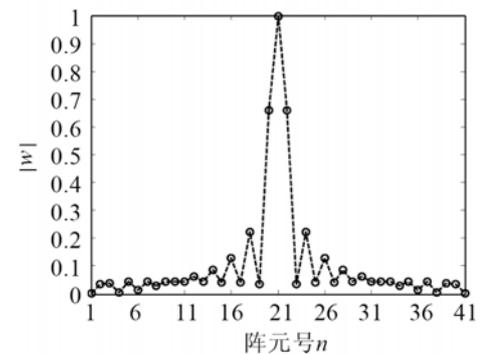


(b) 阵元加权系数的归一化绝对值

图 3 第 1 种波束图的优化设计结果及对应的阵元加权系数
Fig.3 The optimized design results and array element weighting coefficients of the first kind of beam-pattern

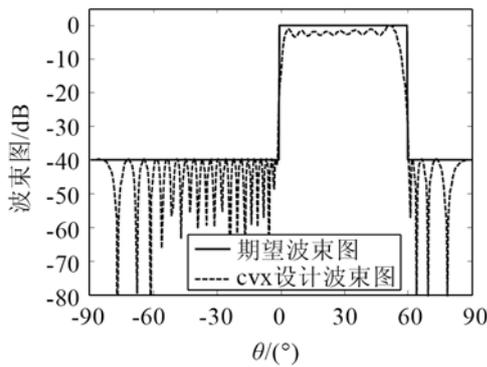


(a) 第 2 种波束图的期望波束图和设计波束图

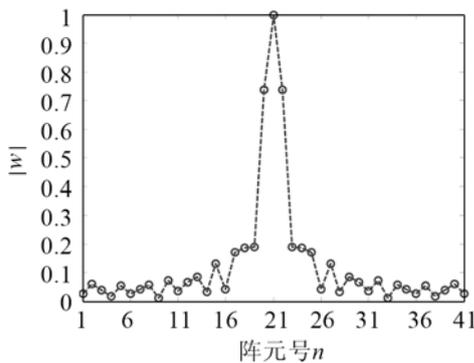


(b) 阵元加权系数的归一化绝对值

图 4 第 2 种波束图的优化设计结果及对应的阵元加权系数
Fig.4 The optimized design results and array element weighting coefficients of the second kind of beam-pattern



(a) 第 3 种波束图的期望波束图和设计波束图



(b) 阵元加权系数的归一化绝对值

图 5 第 3 种波束图的优化设计结果及对应的阵元加权系数
Fig.5 The optimized design results and array element weighting coefficient of the third kind of beam-pattern

计结果可知，利用 *cvx* 工具箱可以设计出与期望波束图较逼近的宽发射波束图。

4 结论

本文研究了发射阵为均匀线列阵的期望主瓣

幅度响应波束图优化设计问题。在将该类问题转化为凸优化问题的基础上，通过在主瓣区域内对期望波束图和设计波束图的 2-范数进行最小化，同时对旁瓣峰值(即设计波束图在旁瓣区域的 ∞ -范数)进行约束，并使用 *cvx* 工具箱求解阵元上的最优复系数加权。仿真结果表明，本文所提出的方法可获得与期望波束图逼近程度较高的设计波束图。

参 考 文 献

- [1] Cheng D K. Optimization techniques for antenna arrays[J]. Proceedings of the IEEE, 1971, **59**(12): 1664-1674.
- [2] Tseng C Y, Griffiths L J. A simple algorithm to achieve desired patterns for arbitrary arrays[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1992, **40**(11): 2737-2746.
- [3] Wu L X, Zielinski A. Equivalent linear array approach to array pattern synthesis[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 1993, **18**(3): 280-286.
- [4] 鄢社锋, 马远良. 传感器阵列波束优化设计及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2009.
YAN Shefeng, MA Yuanliang. The optimum design and application of sensor array beam[M]. Beijing: Science Press, 2009.
- [5] Boyd S, Vandenberghe L. Convex Optimization[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.
- [6] 鄢社锋, 马远良, 孙超. 任意几何形状和阵元指向性的传感器阵列优化波束形成方法[J]. 声学学报, 2005, **30**(3): 264-270.
YAN Shefeng, MA Yuanliang, SUN Chao. Beam pattern optimization for sensor arrays of arbitrary geometry and element directivity[J]. Acta Acustica, 2005, **30**(3): 264-270.
- [7] YAN Shefeng, MA Yuanliang, SUN Chao. Optimal beamforming for arbitrary arrays using second-order cone programming[J]. Chinese Journal of Acoustics, 2005, **24**(1): 1-9.
- [8] Strum J F. Using SeDuMe 1.02, a MATLAB toolbox for optimization over symmetric cones [EB/OL]. [2008 11 10].[http:// sedumi.ie.lehigh.edu/](http://sedumi.ie.lehigh.edu/)
- [9] Grant M, Boyd S. Cvx MATLAB software for disciplined convex programming [EB/OL]. [2008 12 10].<http://www.stanford.edu/~boyd/cvx/>