

# 水下小体积阵的二维宽带目标被动定位

谢磊, 孙超, 郭祺丽

(西北工业大学声学工程研究所, 陕西西安 710072)

**摘要:** 传统的宽带聚焦波达方向估计算法需要预估方位信息, 不准确的前期预估将使最终估计结果出现较大误差。研究了一种基于无噪相关矩阵的二维宽带聚焦算法, 利用各频点的频域无噪相关矩阵构造聚焦矩阵, 不需要进行前期预估, 避免了前期预估对最终估计结果的影响, 且适用于任意结构阵列。该算法计算复杂度低, 分辨率高, 估计误差小。当基阵布放的深度已知时, 可实现目标定位。基于9元体积阵的目标被动定位, 对该算法进行了验证。

**关键词:** 宽带聚焦; 相关矩阵; 体积阵; 被动定位

中图分类号: TB556

文献标识码: A

文章编号: 1000-3630(2014)-05-0408-04

DOI 编码: 10.3969/j.issn1000-3630.2014.05.005

## 2D passive localization of broadband sources with a small volume array

XIE Lei, SUN Chao, GUO Qi-li

(Institute of Acoustic Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, Shaanxi, China)

**Abstract:** The conventional wideband focusing DOA estimation methods need pre-estimated directions of the targets, and the inaccurate direction pre-estimation results in the final estimated result with a large error. A wideband focusing method based on the noise-free correlation matrix in the frequency domain is studied in this paper. This method does not require pre-estimated directions and is suitable for arbitrary arrays. Two-dimension localization can be achieved when the depth of the array is known. The simulation results of a small volume array with nine elements show the effectiveness of this method.

**Key words:** wideband focusing; noise-free correlation matrix; volumetric array; passive localization

## 0 引言

波达方向(Direction of Arrival, DOA)估计是阵列信号处理的一个重要研究方向。在实际海洋环境中, 尤其是对于被动声呐而言, 基阵接收到的主要是宽带信号。随着信号处理技术的发展, 宽带信号的高分辨方位估计已经成为一个新的研究热点。

宽带目标DOA估计的经典算法可分为两大类: 非相干信号子空间法(Incoherent Signal Subspace, ISS)和相干信号子空间法(Coherent Signal Subspace, CSS)。ISS方法要对每个频带的互谱矩阵进行特征分解, 运算量较大, 在低信噪比环境中, 该算法的分辨率不高, 且该方法不能用于宽带相干源的估计。CSS方法通过聚焦变换将各频点数据变成同一参考频率点的数据, 根据聚焦后形成的相关矩阵, 采用窄带信号处理方法得到宽带信号的方位信息。

该方法还可以对宽带相干信号进行DOA估计, 且运算量小, 估计精度高。CSS方法最早是由Wang在1984年提出的<sup>[1]</sup>, 其核心内容是构造聚焦矩阵, 目前已有多种构造聚焦矩阵的方法, 如双边相关变换法(Two-side Correlation Transform, TCT)<sup>[2]</sup>、旋转信号子空间法(Rotation Signal Subspace, RSS)<sup>[3]</sup>和信号子空间变换的方法(Signal Subspace Transforming, SST)<sup>[4]</sup>。这些构造聚焦矩阵的方法都需要预估方位信息, 如果前期预估不准确, 将致使最终估计结果出现较大的误差。为了克服预估信息误差对DOA估计的影响, 之后出现了多种无需方位预估的聚焦矩阵构造方法, 如波束空间算法<sup>[5]</sup>、阵列流形插值法<sup>[6]</sup>、正交投影子空间法(Test of Orthogonality of Project Subspaces, TOPS)<sup>[7]</sup>、频域子空间正交性测试法(Test of Orthogonality of Frequency Subspaces, TOFS)<sup>[8]</sup>等, 这四种算法虽然不需要前期预估信息, 但算法复杂度急剧加大。文献[9]参照RSS方法, 设置一个角度集合作为预估方位信息, 提出了一致聚焦算法, 该算法运算量较小, 但在二维方位谱估计时, 很难找到合适的角度集合。文献

收稿日期: 2014-03-14; 修回日期: 2014-06-20

基金项目: 西北工业大学基础研究基金项目(JC20110208)。

作者简介: 谢磊(1988-), 男, 安徽阜阳人, 博士研究生, 研究方向为水声信号处理。

通讯作者: 谢磊, E-mail: 15891429939@163.com

[10]通过对阵列流形进行 Jacobi-Anger 展开, 在求解信号协方差矩阵时消去含有角度信息的分量, 该算法虽然能进行二维的角度估计, 但只适用于特殊结构阵列, 如文献[11]中提出的“Y”形阵列和文献[12]中提出的“L”形阵列。

本文根据 CSS 宽带聚焦的思想, 提出了一种基于频域无噪相关矩阵的聚焦算法, 适用于任意结构阵列。该算法利用各频点的频域无噪相关矩阵构造聚焦矩阵, 避免了前期预估对最终估计结果的影响; 该算法无需设置聚焦角集, 不对阵列流形进行展开, 对任意形状的基阵都适用; 当基阵布放深度已知时, 可以进行二维的目标定位。对于频带较宽的信号, 算法选取合适的聚焦频率, 可提高分辨率。

## 1 任意阵列结构的接收信号模型

设  $M$  个传感器阵元构成的任意结构阵列, 坐标系的原点位于基阵中心处, 阵元位置坐标矩阵为  $\mathbf{p}_a$ 。具有相同带宽  $B$  和中心频率  $f$  的  $K$  ( $K < M$ ) 个宽带信号源, 处于海面不同位置, 且距离基阵足够远, 满足远场假设条件, 阵列接收噪声假设为高斯白噪声。设基阵在水下布放的深度为  $z$ , 信号源坐标矩阵为  $\mathbf{p}_s$ , 则第  $i$  个信号源的坐标  $\mathbf{p}_{si} = (x_i, y_i, z)^H$ , 其中  $i=1, 2, \dots, K$ 。第  $m$  个阵元接收信号可表示为

$$\mathbf{x}_m(t) = \sum_{i=1}^K s_i(t - \tau_{mi}) + N_m(t) \quad (m=1, 2, \dots, M) \quad (1)$$

式中:  $N_m(t)$  为第  $m$  个阵元上的噪声;  $\tau_{mi}$  为第  $i$  个信号到达第  $m$  个阵元时, 相对于参考阵元的时延。

设海水中声速为  $c$ ,  $\mathbf{p}_a(m)$  为第  $m$  个阵元的位置坐标, 则:

$$\tau_{mi} = \frac{\mathbf{p}_a(m) \cdot \mathbf{p}_{si}}{c \cdot \|\mathbf{p}_{si}\|} \quad (2)$$

对  $\mathbf{x}_m(t)$  进行傅里叶变换, 可得

$$\mathbf{X}_m(f) = \sum_{i=1}^K \mathbf{S}_i(f) e^{-j2\pi f \tau_{mi}} + N_m(f) \quad (3)$$

将参考阵元接收到的第  $i$  个信号源的信号表示为  $\mathbf{S}_{i1}$ , 则阵列接收信号在频域可以表示为:

$$\mathbf{X}(f) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ e^{-j2\pi f \tau_{21}} & e^{-j2\pi f \tau_{22}} & \dots & e^{-j2\pi f \tau_{2K}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ e^{-j2\pi f \tau_{M1}} & e^{-j2\pi f \tau_{M2}} & \dots & e^{-j2\pi f \tau_{MK}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{11} \\ \mathbf{S}_{12} \\ \vdots \\ \mathbf{S}_{1K} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} N_1(f) \\ N_2(f) \\ \vdots \\ N_M(f) \end{bmatrix} = \mathbf{A}(f, \mathbf{p}_a, \mathbf{p}_s) \mathbf{S}(f) + \mathbf{N}(f) \quad (4)$$

式中,  $\mathbf{A}(f, \mathbf{p}_a, \mathbf{p}_s)$  是与阵元位置和信号源位置有关的矩阵。

## 2 二维目标定位聚焦算法

宽带聚焦类算法的思想是, 首先将阵列输出数据在时域上分成不重叠的若干段, 分别对每段进行离散傅里叶变换, 得到信号带宽内的多个频率点分量; 然后寻求一个聚焦矩阵, 通过聚焦变换将带宽内各个频率点下的信号子空间变换到参考频点下的同一个信号子空间, 再利用窄带信号的子空间处理方法进行高分辨估计。

### 2.1 CSS 聚焦算法

传统的 CSS 聚焦算法先根据预估信息, 构造一个随频率变化的矩阵  $\mathbf{T}(f_j)$ , 将不同频率段的阵列流形向量聚焦到同一参考频率  $f_0$  上, 得到一个频率点的阵列流形向量, 即

$$\mathbf{T}(f_j) \mathbf{A}(f_j, \mathbf{p}_a, \mathbf{p}_s) = \mathbf{A}(f_0, \mathbf{p}_a, \mathbf{p}_s) \quad (5)$$

式中,  $f_0$  称为聚焦频率。聚焦矩阵  $\mathbf{T}(f_j)$  将信号带宽内不同频率的阵列流型或信号子空间变换映射到同一参考频率  $f_0$  上, 使得宽带目标信号具有同一信号子空间。用聚焦矩阵对频域宽带信号  $\mathbf{X}(f_j)$  进行线性变换, 可得到聚焦后的输出信号为

$$\mathbf{T}(f_j) \mathbf{X}(f_j) = \mathbf{T}(f_j) \mathbf{A}(f_j, \mathbf{p}_a, \mathbf{p}_s) \mathbf{S}(f_j) + \mathbf{T}(f_j) \mathbf{N}(f_j) = \mathbf{A}(f_0, \mathbf{p}_a, \mathbf{p}_s) \mathbf{S}(f_j) + \mathbf{T}(f_j) \mathbf{N}(f_j) \quad (6)$$

可以看出, 相干信号子空间算法的原理是引入一个聚焦矩阵对阵列信号  $\mathbf{X}(f_j)$  进行线性变换, 使变换后的阵列流型  $\mathbf{A}(f_0, \theta)$  不再随频率变化, 起到了对信号子空间的聚焦作用。假设变换后的阵列接收信号为  $\mathbf{Y}(f_j)$ , 则变换后阵列信号协方差矩阵为:

$$\mathbf{R}_Y(f_j) = E[\mathbf{Y}(f_j) \mathbf{Y}^H(f_j)] = \mathbf{A}(f_0, \theta) \mathbf{R}_S(f_j) \mathbf{A}^H(f_0, \theta) + \sigma^2 \mathbf{T}(f_j) \mathbf{T}^H(f_j) \quad (7)$$

通过式(7)可以得到变换后各频点的频域相关矩阵; 然后将每个子带的频域相关矩阵相加得到阵列信号相关矩阵; 最后采用窄带处理的方法进行目标方位的估计。

### 2.2 基于频域无噪相关矩阵的聚焦算法

本文根据信号频域无噪相关矩阵构造聚焦矩阵, 给出了一种适用于任意阵列结构的二维目标定位聚焦算法。假设各阵元位置已知, 将宽带信号分为  $J$  个窄带, 经过 FFT 变换后的第  $j$  个频率点的阵列信号为  $\mathbf{Y}(f_j)$ , 则变换后的阵列信号相关矩阵为

$$\begin{aligned} \mathbf{R}(f_j) &= \mathbf{E}[\mathbf{Y}(f_j)\mathbf{Y}^H(f_j)] = \\ & \mathbf{A}(f_j, \mathbf{p}_s)\mathbf{R}_s(f_j)\mathbf{A}^H(f_j, \mathbf{p}_s) + \sigma_j^2\mathbf{I} \end{aligned} \quad (8)$$

式中,  $\mathbf{R}_s(f_j)$  为第  $j$  个频率点的信源相关矩阵, 有

$$\mathbf{R}_s(f_j) = \mathbf{E}[\mathbf{S}(f_j)\mathbf{S}^H(f_j)] \quad (9)$$

对  $\mathbf{R}(f_j)$  进行特征分解, 估计噪声的特征值  $\lambda(\mathbf{R}(f_j))$ , 由此可以得到噪声功率为

$$\sigma_j^2 = \frac{1}{M-K} \sum_{i=K+1}^M \lambda_i(\mathbf{R}(f_j)) \quad (10)$$

则第  $j$  个频点上的无噪相关矩阵  $\mathbf{P}(f_j)$  为

$$\mathbf{P}(f_j) = \mathbf{R}(f_j) - \sigma_j^2\mathbf{I} \quad (11)$$

根据  $\mathbf{P}(f_j)$  构造各频点的聚焦矩阵  $\mathbf{T}(f_j)$ , 构造准则为:

$$\begin{cases} \min \sum_{j=1}^J \|\mathbf{P}(f_0) - \mathbf{T}(f_j)\mathbf{P}(f_j)\mathbf{T}^H(f_j)\|_F^2 \\ \text{s.t. } \mathbf{T}^H(f_j)\mathbf{T}(f_j) = \mathbf{I} \\ j=1, 2, \dots, J \end{cases} \quad (12)$$

式中,  $F$  表示 Frobenius 范数。根据文献[2]可以推出上式的一个近似解为:

$$\mathbf{T}(f_j) = \mathbf{U}(f_0)\mathbf{U}^H(f_j) \quad (13)$$

$\mathbf{U}(f_0)$  和  $\mathbf{U}(f_j)$  可通过对协方差矩阵  $\mathbf{P}(f_0)$  和  $\mathbf{P}(f_j)$  进行 Schur 分解获得, 即:

$$\mathbf{P}(f_0) = \mathbf{U}(f_0)\mathbf{\Lambda}_0\mathbf{U}^H(f_0) \quad (14)$$

$$\mathbf{P}(f_j) = \mathbf{U}(f_j)\mathbf{\Lambda}_j\mathbf{U}^H(f_j) \quad (15)$$

式中,  $\mathbf{\Lambda}$  为上三角矩阵, 其主对角线元素为相关矩阵  $\mathbf{P}$  的特征值。选择宽带信号的最高频率为聚焦频率, 通过式(13)、(14)和(15)可以很方便地得到各个频点的聚焦矩阵。

利用聚焦矩阵对各子带的频域无噪相关矩阵进行变换, 经过聚焦变换的阵列信号输出相关矩阵为

$$\mathbf{R}_s = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \mathbf{T}(f_j)\mathbf{P}(f_j)\mathbf{T}^H(f_j) \quad (16)$$

使用窄带信号估计算法进行高分辨估计(如常用的 MUSIC 算法)对矩阵  $\mathbf{R}_s$  进行特征分解得到特征值  $\lambda_i$  和特征向量  $\mathbf{e}_i (i=1, \dots, M)$ 。将  $\lambda_i$  按降序排列, 前  $K$  个较大的特征值对应的特征向量张成信号子空间, 后  $M-K$  个较小的特征值对应的特征向量张成噪声子空间, 即:

$$\mathbf{E}_s = [\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_K] \quad (17)$$

$$\mathbf{E}_N = [\mathbf{e}_{K+1}, \mathbf{e}_{K+2}, \dots, \mathbf{e}_M] \quad (18)$$

可以得到对应的 MUSIC 方位谱为

$$\mathbf{P}_{\text{MUSIC}}(\mathbf{p}_s) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(f_0, \mathbf{p}_s)\mathbf{E}_N^H\mathbf{E}_N\mathbf{a}(f_0, \mathbf{p}_s)} \quad (19)$$

式中,  $f_0$  为聚焦频率,  $\mathbf{a}(f_0, \mathbf{p}_s)$  为扫描向量, 有:

$$\mathbf{a}(f_0, \mathbf{p}_s) = [e^{-j2\pi f_0 \tau_1(\mathbf{p}_s)}, \dots, e^{-j2\pi f_0 \tau_M(\mathbf{p}_s)}]^T \quad (20)$$

### 3 仿真和讨论

仿真采用 9 个阵元组成的一个“三棱柱”形状的体积阵, 三维坐标系的原点位于基阵几何中心处, 基阵的形状、尺寸和相对于水面舰船的位置如图 1 所示。水面舰船辐射噪声主要分布在主机、辅机和螺旋桨等三个位置处。假设这三个部位的辐射噪声均是带宽为 40~3000 Hz 的高斯白噪声, 采用三个坐标分别为 (-130, 20, 150) m、(-85, 60, 150) m 和 (-40, 115, 150) m 的亮点模拟水面舰船辐射噪声的位置, 三个亮点的信噪比分别为 11、8 和 5 dB。仿真中使用的采样频率为 10240 Hz, FFT 点数为 256, 搜索范围是边长为 300 m 的正方形区域 ( $X: -150 \sim 150$  m,  $Y: -150 \sim 150$  m), 扫描步长为 1 m, 海水中的声速设为 1500 m/s。

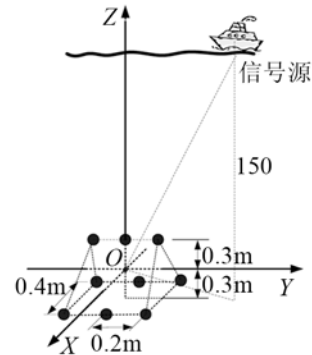


图 1 阵列接收信号模型  
Fig.1 The geometry of the array and target

采用此 9 元体积阵的目标定位的仿真结果如图 2 所示。其中, 图 2(a)、2(b)、2(c)和 2(d)分别是亮

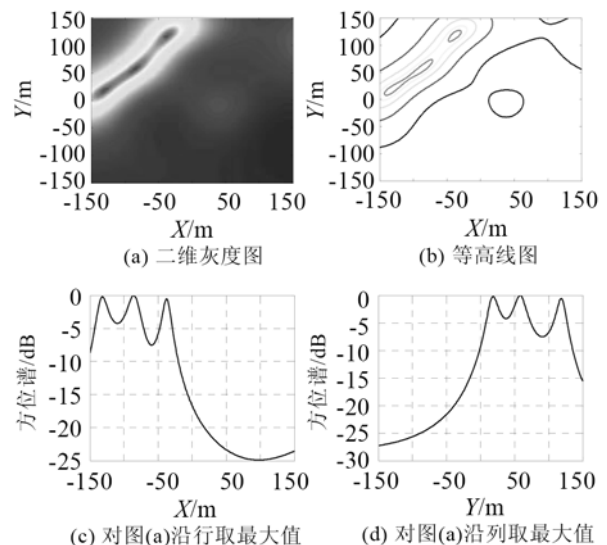


图 2 9 元体积阵被动目标定位仿真图  
Fig.2 Localization results with 9 element volume array

点目标估计的二维灰度图、等高线图、对图(a)沿行取最大值和对图(a)沿列取最大值。可以看出，图2(a)和图2(b)中三个亮点目标与假定的水面舰船三个噪声源的位置是一一对应的。

仿真结果表明，基于无噪相关矩阵的聚焦算法能很好地分辨出三个亮点目标，且不需要前期的预估。表1给出了在仿真条件不变时，通过100次蒙特卡罗实验得到的该聚焦算法的估计精度。

表1 基于无噪相关矩阵的聚焦算法定位精度

Table 1 Localization accuracy of the noise-free correlation matrix focusing method

	X 坐标		Y 坐标	
	均值/m	偏差/m	均值/m	偏差/m
亮点 1	-131.91	1.91	19.02	0.98
亮点 2	-85.74	0.74	58.57	1.43
亮点 3	-40.79	0.79	115.09	0.09

由表1可得，使用图1所示的小型体积阵，运用本文提出的聚焦算法对距离基阵中心大约190 m的水面舰船亮点目标进行估计时，定位偏差小于1.91 m，即不超过两个扫描步长，定位精度较高。

## 4 结论

本文研究了一种基于接收信号频域无噪相关矩阵的二维宽带聚焦算法，可用于水下小基阵对水面目标的探测。当基阵所处的深度已知时，可以对水面目标进行精确定位。与已有的聚焦算法相比，该算法可以实现目标的二维定位，适用于任意阵列结构，而且不需要前期预估信息，分辨率高，定位误差小，算法复杂度低。仿真中采用了小型体积阵，估计出了水面舰船的三个亮点目标，验证了该算法的有效性。

## 参 考 文 献

- [1] Wang H, Kaveh M. Coherent signal-subspace processing for the detection and estimation of angles of arrival of multiple wide-band sources[J]. IEEE Trans. on ASSP, 1985, 33(8): 823-831.
- [2] Valaee S, Kabal P. Wideband array processing using a two-side correlation transform[J]. IEEE Trans. on SP, 1995, 43(1):160-172.
- [3] Hung H, Kaveh M. Focusing matrices for coherent signal-subspace processing[J]. IEEE Trans. on ASSP, 1988, 36(8):1272-1281.
- [4] Doron M A, Weiss A J. On focusing matrices for wide-band array processing[J]. IEEE Trans. on SP, 1992, 40(6): 1295-1302
- [5] Lee Ta-Sung. Efficient wideband source localization using beam-forming invariance technique[J]. IEEE Trans. SP, 1994, 42(6): 1376-1378.
- [6] Doron M A, Doron E, Weiss A J. Coherent Wide-band processing for arbitrary array geometry [J]. IEEE Trans. SP, 1993, 41(1): 414-417.
- [7] Yoon Y S, Kaplan L.M and McClellan J.H. TOPS: New DOA estimator for wideband signals[J]. IEEE Trans. on SP, 2006, 54(6): 1977-1989.
- [8] YU Hongqi, HUANG Zhitao, LU Jian. TOPS: A new DOA estimation for wideband sources[J]. Journal of Astronautics, 2007 28(5): 1303-1308.
- [9] 张进, 叶中付, 王彦龙. 基于一致聚焦的宽带信号 DOA 估计方法[J]. 电路与系统学报, 2011, 16(1): 131-136.  
ZHANG Jin, YE Zhongfu, WANG Yanlong. Direction-of-arrival estimation algorithm for wideband sources based on consistent focusing[J]. Journal of Circuits and Systems, 2011, 16(1): 131-136.
- [10] Abhayapala T D, Bhatta H. Coherent broadband source localization by modal space processing [C]// IEEE.10<sup>th</sup> International Conference on Telecommunications, 23 Feb-1 March, 2003: 1617-1623.
- [11] 李绍滨, 林磊, 胡航. Y 形阵列宽带信号二维来波方向估计[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2012, 44(1): 67-70.  
LI Shaobin, LIN Lei, HU Hang. 2-D direction of arrival estimation for wideband signals based on Y-shaped array[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2012, 44(1): 67-70.
- [12] 黄可生. 宽带信号阵列高分辨处理技术研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2005.  
HUNG Kesheng. High resolution processing technique of wide-band array signals[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2005.