

单向水听器及其在波束形成中的应用

魏志强, 王英民, 苟艳妮, 郭拓

(西北工业大学, 陕西西安 710072)

摘要: 提出常规反向波束形成技术, 构建了单向水听器, 并探讨其应用于阵列波束形成的可能性。系统地构建单向水听器模型, 导出常规反向波束形成技术, 证明得到其空间响应单指向性的存在条件, 其指向性指数在 3~4.8 dB 范围内。以单向水听器为基元构建标准线列阵进行常规波束形成, 并与全向水听器比较, 理论证明了使用单向水听器能够为线列阵提高 3~4.8 dB 的指向性指数。仿真实验结果验证了单向水听器自身具有心脏形空间响应、3~4.8 dB 的指向性指数和空间响应的宽带一致性等三种特性, 使用单向水听器能够在主瓣宽度不变的同时降低旁瓣级、提高指向性指数、保持良好的稳健性。因此, 提出的常规反向波束形成技术是一种构建单向水听器的有效方法, 在阵列波束形成中使用单向水听器是可行的、有利的。

关键词: 单向水听器; 常规反向波束形成; 空间响应

中图分类号: TB565

文献标识码: A

文章编号: 1000-3630(2014)-06-0572-05

DOI 编码: 10.3969/j.issn1000-3630.2014.06.018

Unidirectional hydrophone and its application in beamforming

WEI Zhi-qiang, WANG Ying-min, GOU Yan-ni, GUO Tuo

(Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, Shaanxi, China)

Abstract: A unidirectional hydrophone is constructed by a novel approach named as conventional reverse beamforming (CRBF), and its possibility of application in array beamforming is discussed further. This paper builds the model of unidirectional hydrophone systematically, and proposes CRBF from the model. The existence condition of the spatial response unidirectionality is achieved by a simple mathematical proof, and the directivity index of unidirectional response ranges from 3dB to 4.8dB. A standard linear array, which is built up with the unidirectional hydrophones as elements, is compared with omnidirectional hydrophones array by utilizing conventional beamforming. Theoretical analysis proves the added 3~4.8dB directivity index with using unidirectional hydrophones in linear array. Simulation results verify that the unidirectional hydrophone itself has spatial response of cardioid type, its directivity index would be close to 4.8dB conditionally, and it has the broadband consistency of spatial response. Also the simulation results show that unidirectional hydrophones in array can reduce the sidelobe level with almost the same mainlobe width, improve the directivity index of array, and keep a good robustness. Therefore, CRBF is an effective way to construct unidirectional hydrophone. And it is feasible and beneficial to introduce the unidirectional hydrophones into array beamforming.

Key words: unidirectional hydrophone; conventional reverse beamforming; spatial response

0 引言

单向水听器是指空间响应具有单指向性特点的水听器, 其前向波束响应远大于后向波束响应, 自身能够抑制背向声信号。

本文所述单向水听器基于波束形成技术构建, 而以往所研究的单向换能器主要利用换能器材料及其特殊结构进行构建^[1-3]。两者具有相同构建目标, 但是单向水听器只关心接收响应的单指向性特

点, 而单向换能器可能同时关注辐射和接收问题。

目前, 有关单向水听器构建与应用的文献较少。传统的单向水听器多使用声障板构建, 但在低频声呐中, 由于声障板遮挡效果的降低而难以有效形成单指向性的空间响应。张天伟^[4]和李书光^[5]等使用相移方法构造了单向水听器, 并研究了其指向性的影响因素。但是, 两作者仅指出二元阵波束形成存在单指向性的现象, 并未深入探究单向水听器的形成原因及其应用于阵列波束形成的可能性。

因此, 本文系统地构建了单向水听器模型, 提出了常规反向波束形成技术(Conventional Reverse Beamforming, CRBF), 并探讨单向水听器应用与阵列波束形成的可能性。针对小尺寸二元阵, 以单指向性水平作为优化目标, 建立单向水听器模型, 提

收稿日期: 2013-10-08; 修回日期: 2014-01-05

基金项目: 国家自然科学基金青年科学基金项目(51309191)。

作者简介: 魏志强(1990—), 男, 安徽淮北人, 博士研究生, 研究方向为水声信号处理。

通讯作者: 魏志强, E-mail: qiangzi1990924@126.com

出 CRBF 技术。该方法将二元阵端射反方向的信号相移匹配后反相叠加，使得端射反方向波束响应始终为零。通过简单的数学证明得到了上述加权条件下端射方向波束响应最大的条件，即单指向性存在的条件。针对单向水听器及其阵列波束形成，进行理论推导和仿真实验，验证了单向水听器的性质以及在阵列波束形成中的优势。最后，利用蒙特卡洛实验验证了单向水听器阵列波束形成的稳健性。

1 单向水听器的构建

1.1 数学模型

考虑使用小尺寸二元阵构建单向水听器，如图 1 所示。由于直线阵的对称性，只有在波束指向端射方向时，才能形成单向水听器。规定 (θ_e, ϕ_e) 为端射方向， (θ_{re}, ϕ_{re}) 为端射反方向，显然满足关系： $\theta_e + \theta_{re} = \pi$ ， $\phi_e = \phi_{re} \pm \pi$ 。图 1 中， λ 为单向水听器设计频点对应的波长， ε 为阵元间距波长比， d 为两阵元间距。

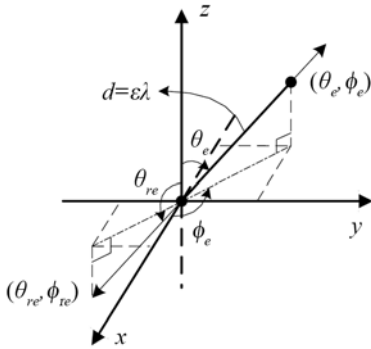


图 1 小尺寸二元阵
Fig.1 Small-size binary array

单向水听器的空间响应指向端射方向，用端射方向响应功率与端射反方向响应功率的比值 μ 作为衡量水听器单指向性水平的参数。以此参数的最大化为目标函数，建立单向水听器模型：

$$\max \mu = \frac{p(\mathbf{w}, \varepsilon, \theta_e, \phi_e)}{p(\mathbf{w}, \varepsilon, \theta_{re}, \phi_{re})} \quad (1)$$

$$s.t. \quad \mathbf{w} \in \mathbb{C}^{2 \times 1}$$

$$p(\mathbf{w}, \varepsilon, \theta, \phi) = \mathbf{w}^H \mathbf{R}(\varepsilon, \theta, \phi) \mathbf{w} \quad (2)$$

$$\mathbf{R}(\varepsilon, \theta, \phi) = \mathbf{V}(\varepsilon, \theta, \phi) \mathbf{V}^H(\varepsilon, \theta, \phi) \quad (3)$$

其中： \mathbf{w} 为待求的加权向量；阵元间距波长比 ε 为参变量； $p(\mathbf{w}, \varepsilon, \theta, \phi)$ 为 (θ, ϕ) 方向入射信号时单向水听器的响应功率； $\mathbf{R}(\varepsilon, \theta, \phi)$ 为 (θ, ϕ) 方向入射信号时二元阵接收数据的自相关矩阵，在无噪声时满足式(3)； $\mathbf{V}(\varepsilon, \theta, \phi)$ 为 (θ, ϕ) 方向的阵列流形向量。

上述最优化问题求解是典型的，求解得：

$$\mathbf{w}_o = \mathbf{R}^{-1}(\varepsilon, \theta_{re}, \phi_{re}) \mathbf{V}(\varepsilon, \theta_e, \phi_e) \quad (4)$$

$$\mu_{\max} = \mathbf{V}^H(\varepsilon, \theta_e, \phi_e) \mathbf{R}^{-1}(\varepsilon, \theta_{re}, \phi_{re}) \mathbf{V}(\varepsilon, \theta_e, \phi_e) \quad (5)$$

上述解形式与超指向性加权向量^[6]近似。该最优加权 \mathbf{w}_o 为非均匀加权，且在信噪比较高时 $\mathbf{R}(\varepsilon, \theta_{re}, \phi_{re})$ 是病态矩阵。因此，使用上述解构建的单向水听器稳健性较差，下文提出的常规反向波束形成技术是一种简单且稳健的构建方法。

1.2 常规反向波束形成

反向思考常规波束形成问题，将端射反方向 (θ_{re}, ϕ_{re}) 的入射信号相移匹配后反相叠加，使得式(1)中 $p(\mathbf{w}, \varepsilon, \theta_{re}, \phi_{re}) = 0$ ，从而 $\mu \rightarrow \infty$ 。显然，这种反相抵消仅在阵元数量为偶数时成立。本文称这种波束形成方法为常规反向波束形成，易得其加权向量为式(6)：

$$\mathbf{w}_{\text{CRBF}} = \text{diag}(-1, 1) \mathbf{V}(\varepsilon, \theta_{re}, \phi_{re}) \quad (6)$$

其中， $\mathbf{V}(\varepsilon, \theta_{re}, \phi_{re})$ 将端射反方向入射信号相位匹配， $\text{diag}(\cdot)$ 为对角化运算，将匹配后的信号进行反相叠加。

下面证明式(6)在 CRBF 加权条件下，单指向性存在的条件为阵元间距波长比 $\varepsilon \leq 0.25$ 。

由图 1 可知，存在下面三式关系：

$$\mathbf{V}(\varepsilon, \theta_e, \phi_e) = [1, e^{j2\pi\varepsilon}]^T \quad (7)$$

$$\mathbf{V}(\varepsilon, \theta_{re}, \phi_{re}) = [1, e^{-j2\pi\varepsilon}]^T \quad (8)$$

$$\mathbf{V}(\varepsilon, \theta, \phi) = [1, e^{j2\pi\varepsilon[\sin\theta\sin\theta_e\cos(\phi-\phi_e) + \cos\theta\cos\theta_e]}]^T \quad (9)$$

其中端射方向 (θ_e, ϕ_e) 及其反方向 (θ_{re}, ϕ_{re}) 阵列流形向量分别为式(7)和(8)，任意方向阵列流形向量为式(9)，显然存在共轭关系 $\mathbf{V}(\varepsilon, \theta_e, \phi_e) = \mathbf{V}^*(\varepsilon, \theta_{re}, \phi_{re})$ 。

上述三式结合式(2)、(3)和(6)得任意方向入射信号时 CRBF 的波束响应为式(10)：

$$p_{\text{CRBF}}(\varepsilon, \theta, \phi) = 2 - 2 \cos\{2\pi\varepsilon[\sin\theta\sin\theta_e \times \cos(\phi - \phi_e) + \cos\theta\cos\theta_e + 1]\} = 2 - 2 \cos[\varphi(\theta, \phi)] \quad (10)$$

其中， $\theta \in [0, \pi]$ ， $\phi \in [0, 2\pi]$ 。定义相位项 $\varphi(\theta, \phi)$ 为式(10)中大括号内表达式。当且仅当 $\varepsilon \in [0, 0.25]$ 时， $\varphi(\theta, \phi) \in [0, \pi]$ ，相位项 $\varphi(\theta, \phi)$ 位于 p_{CRBF} 的单调递增区间内。 $\varphi(\theta, \phi)$ 的二阶偏导数仅在端射方向和端射反方向满足式(11)，在两个特殊方向的极值满足式(12)：

$$\left. \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta \partial \phi} \right|_{\theta_e, \phi_e} = \left. \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta \partial \phi} \right|_{\theta_{re}, \phi_{re}} = 0 \quad (11)$$

$$\varphi(\theta_e, \phi_e) > \varphi(\theta_{re}, \phi_{re}) \quad (12)$$

因此，相位项 φ 在 (θ_{re}, ϕ_{re}) 向 (θ_e, ϕ_e) 变化过程中单调递增，故波束响应 p_{CRBF} 在上述角度变化过程

中也单调递增,即满足: $p_{\max}(\theta, \phi) = p_{\text{CRBF}}(\theta_e, \phi_e)$ 。至此,证明了在 $\varepsilon \leq 0.25$ 时,单向水听器空间响应始终指向端射方向。

2 单向水听器的特性

2.1 空间响应和指向性指数

假设第 1 节构建的单向水听器设计频点为 1.0 kHz, 两阵元距离 $d=0.03 \text{ m}$, 阵元间距波长比 $\varepsilon=0.02$ 。当端射方向 $(\theta_e, \phi_e)=(\pi/2, \pi/2)$ 时, 单向水听器在方位域内二维空间响应如图 2 所示。可见, 其空间响应呈心脏形, 能够有效抑制背向声信号。

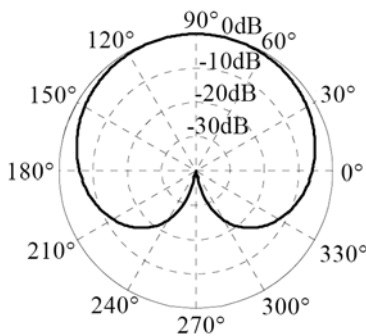


图 2 单向水听器空间响应
Fig.2 Spatial response of unidirectional hydrophone

单向水听器的指向性指数定义为式(13)。为便于推导, 将单向水听器 CRBF 波束响应式(10)重写为复指数形式式(14):

$$DI(\varepsilon) = 10 \lg \frac{p_{\text{CRBF}}(\varepsilon, \theta_e, \phi_e)}{\frac{1}{4\pi} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} p_{\text{CRBF}}(\varepsilon, \theta, \phi) \sin \theta d\phi d\theta} \quad (13)$$

$$p_{\text{CRBF}}(\varepsilon, \theta, \phi) = 2 - e^{-j2\pi\varepsilon\phi(\theta, \phi)} - e^{j2\pi\varepsilon\phi(\theta, \phi)} \quad (14)$$

某一个单向水听器的端射方向指向任意方向时, 其抑制噪声的能力是不变的, 即其式(13)中分母的积分结果不会随 (θ_e, ϕ_e) 的改变而改变。为求解方便, 不妨设 $(\theta_e, \phi_e)=(0, \pi/2)$, 即图 1 中指向 z 轴方向, 此时 $\phi(\theta, \phi) = \cos \theta + 1$ 。将式(14)代入式(13)中得指向性指数解析表达式为式(15):

$$DI(\varepsilon) = 10 \lg \frac{4\pi\varepsilon - 4\pi\varepsilon \cos(4\pi\varepsilon)}{4\pi\varepsilon - \sin(4\pi\varepsilon)} \quad (15)$$

在满足单指向性存在条件 $\varepsilon \in [0, 0.25]$ 时, 利用洛必达法则得到指向性指数 $DI \in [3 \text{ dB}, 4.8 \text{ dB}]$ 。

将 p_{CRBF} 按照式(13)进行数值积分, 得到指向性指数随阵元间距波长比的变化曲线如图 3 所示。可见, 单向水听器在 $\varepsilon \rightarrow 0$ 时指向性指数趋近于 4.8 dB, 一阶超指向性阵列的指向性指数同样为 4.8 dB^[6], 即两者具有相同的噪声抑制能力。

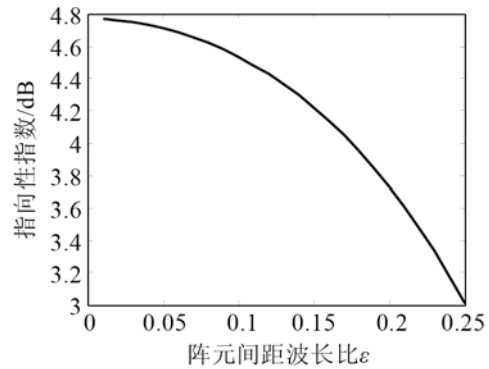


图 3 单向水听器的指向性指数
Fig.3 Directivity Index of unidirectional hydrophone

2.2 空间响应的宽带一致性

舰船和潜艇消声技术的不断进步, 要求声呐设备向频率更低、带宽更宽的方向发展^[7]。单向水听器能够应用在宽带波束形成中的先决条件是拥有一定带宽, 即在设计频点附近一定带宽内具有平坦的空间响应。本文称之为空间响应的宽带一致性。

假设图 2 所示单向水听器阵元间距保持不变, 端射方向 $(\theta_e, \phi_e)=(\pi/2, \pi)$, 宽带信号频率范围取 0~5 kHz, 使得阵元间距波长比依然满足 $\varepsilon \leq 0.25$ 。单向水听器在不同频率的空间响应如图 4 所示。可见, 其在 0~5 kHz 频率范围内具有平坦的空间响应, 即能够一致性地抑制背向噪声和干扰信号。

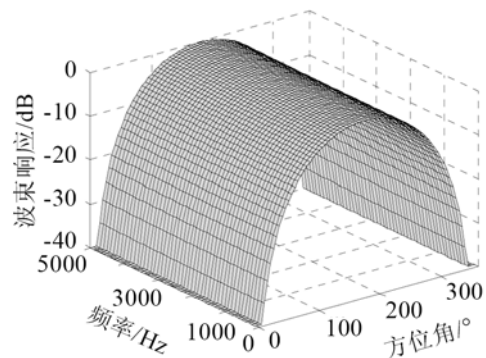


图 4 单向水听器空间响应的宽带一致性
Fig.4 Broadband consistency in spatial response of unidirectional hydrophone

由空间响应的宽带一致性可知, 在阵元间距存在误差时, 其空间响应基本保持不变, 即对两阵元间距误差具有较强的宽容度。

3 单向水听器阵列波束形成

以单向水听器为基元构建标准线列阵进行常规波束形成, 并与全向水听器进行比较。从波束图、指向性指数和稳健性三个方面阐明使用单向水听器进行阵列波束形成的可行性和优点。

3.1 波束图

N 元单向水听器标准线列阵如图 5 所示, 即 $2N$ 元双线阵。每一对全向水听器(如 1 和 2 号阵元)构成一个指向 y 轴方向的单向水听器, 相邻单向水听器之间的间距为半波长。利用标准线列阵指向性函数解析表达式^[8], 使用乘积定理, 单向水听器线列阵波束响应表达式为式(16):

$$p_{UL}(\theta, \phi) = p_{CRBF} \left\{ \frac{\text{sinc} \left[\frac{N}{2} \pi (\cos \theta - \cos \theta_r) \right]}{\text{sinc} \left[\frac{1}{2} \pi (\cos \theta - \cos \theta_r) \right]} \right\}^2 \quad (16)$$

其中, 大括号项为标准线列阵指向性函数, θ_r 为线列阵波束形成指向角, p_{CRBF} 为单向水听器波束响应, $p_{UL}(\theta, \phi)$ 为单向水听器线列阵波束响应。

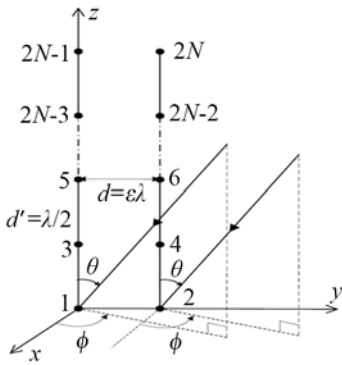


图 5 单向水听器阵列-标准线列阵
Fig.5 Standard linear array with unidirectional hydrophones

在俯仰角域内, 即图 5 中 $yo z$ 平面内, 取定 $\theta_r = 90^\circ$, $N=11$ 。针对图 5 所示的 22 元双线阵, 分别使用单指向性处理和常规处理, 其二维波束图如图 6 所示。可见, 在阵列孔径不变的基础上, 波束的主瓣宽度几乎不变, 而旁瓣级有所下降。此外, 由于单向水听器对背向声信号的抑制作用, 线列阵不再具有左右舷模糊的问题。

需要说明的是, 上述基于孔径意义上公平的比

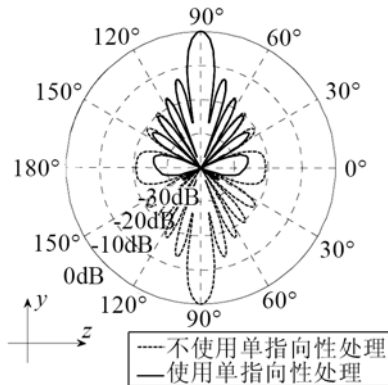


图 6 22 元双线阵(图 5)波束图
Fig.6 Beam patterns of 22-elements double linear array in Fig.5

较原则是有实际价值的。在常规波束形成中, 主瓣宽度和旁瓣级主要与阵列孔径相关。有些场合下(如航空吊放声呐扩展阵中), 阵列的孔径限制和机械复杂度是限制声呐波束形成性能的关键。本文单指向性处理带来的优势是以增加阵元数量为代价的。上述比较方法在阵元数量和阵列孔径意义上是相对公平的, 故作者使用这种比较原则。

3.2 指向性指数

将单向水听器线列阵波束响应式(16)代入式(13)中, 对其双重积分求解析表达式较难。在各向同性噪声场中, 指向性指数与阵增益是等价的^[8]。因此, 本节转向阵增益的计算, 以推导使用单向水听器对线列阵指向性指数的提高程度。

同样, 利用乘积定理, 给出单向水听器线列阵的常规波束形成器输出的另一种表达式:

$$B(\theta, \phi) = \mathbf{w}_{CRBF}^H \mathbf{V}_U(\theta, \phi) \cdot \mathbf{w}_L^H \mathbf{V}_L(\theta) = \mathbf{w}_{UL}^H \mathbf{V}_{UL}(\theta, \phi) \quad (17)$$

其中: $B(\theta, \phi)$ 为阵列 CBF 输出的信号幅度; $\mathbf{V}_U(\theta, \phi)$ 表示单个单向水听器阵列流形向量; \mathbf{w}_L 为标准线列阵 CBF 加权向量; $\mathbf{V}_L(\theta)$ 为标准线列阵阵列流形向量; \mathbf{w}_{UL} 为单向水听器线列阵加权向量; $\mathbf{V}_{UL}(\theta, \phi)$ 为单向水听器线列阵阵列流形向量。三种加权向量之间的关系如式(18), 三种阵列流形向量之间的关系如式(19), \otimes 表示直积运算, 单向水听器线列阵的阵增益^[9]为式(20), 利用式(18)、(19)对其进行分解, 得到阵增益的分解形式如式(21)。

$$\mathbf{w}_{UL} = \mathbf{w}_{CRBF} \otimes \mathbf{w}_L \quad (18)$$

$$\mathbf{V}_{UL}(\theta, \phi) = \mathbf{V}_U(\theta, \phi) \otimes \mathbf{V}_L(\theta) \quad (19)$$

$$AG_{UL} = 10 \lg \frac{|\mathbf{w}_{UL}^H \mathbf{V}_{UL}(\theta, \phi)|^2}{|\mathbf{w}_{UL}|^2} \quad (20)$$

$$AG_{UL} = 10 \lg \frac{|\mathbf{w}_{CRBF}^H \mathbf{V}_U(\theta, \phi)|^2}{|\mathbf{w}_{CRBF}|^2} + 10 \lg \frac{|\mathbf{w}_L^H \mathbf{V}_L(\theta)|^2}{|\mathbf{w}_L|^2} = AG_U + AG_L \quad (21)$$

因此, 单向水听器线列阵的阵增益为单向水听器自身增益与线列阵阵增益之和, 即使用单向水听器能够为线列阵提高 3~4.8 dB 的指向性指数。

为验证上述结论, 将线列阵波束响应 $p_{UL}(\theta, \phi)$ 按照式(13)进行数值积分, 得到不同阵元间距波长比条件下的指向性指数, 如图 7 所示。可见, 数值积分结果与上述理论推导结果是基本一致的。

3.3 稳健性

以图 5 所示的标准线列阵为例, 使用蒙特卡洛

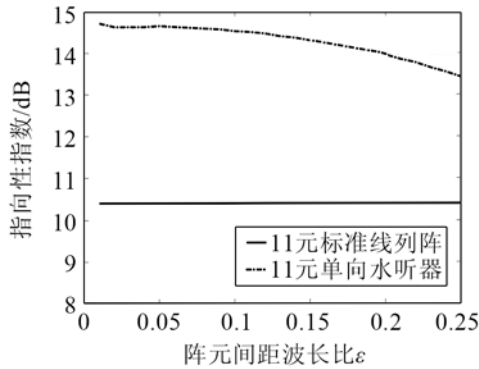


图7 标准线列阵指向性指数

Fig.7 Directivity index of standard linear array

实验方法, 比较单指向性处理和常规处理的稳健性。

阵列中不同水听器的灵敏度误差和相移误差, 波束形成各输入通道的幅度和相位误差, 以及阵元的位置误差是引起波束畸变的主要误差来源。上述误差可以统一建模为理想阵列流形向量 $\mathbf{V}_{\text{ideal}}$ 的幅度和相位扰动。假设各通道添加的幅度和相位扰动分别是独立同分布的随机变量。 A_n 表示第 n 通道的幅度扰动, 且 $A_n \sim N(1, \sigma_A^2)$; ψ_n 表示第 n 通道的相位扰动, 且 $\psi_n \sim N(0, \sigma_\psi^2)$ 。扰动后阵列流形向量 \mathbf{V}_Δ 的第 n 通道如式(22), 定义理想波束响应 $p(\mathbf{V}_{\text{ideal}})$ 和扰动波束响应 $p(\mathbf{V}_\Delta)$ 的均方误差 ξ 如式(23)。

$$(\mathbf{V}_\Delta)_n = (\mathbf{V}_{\text{ideal}})_n A_n e^{j\psi_n} \quad (22)$$

$$\xi = E \{ |p(\mathbf{V}_{\text{ideal}}) - p(\mathbf{V}_\Delta)|^2 \} \quad (23)$$

ξ 值越大, 幅度和相位扰动越容易引起波束畸变, 即波束形成的稳健性越差。在统计意义上, ξ 值可以定量地描述波束形成方法对阵列流形向量失真的稳健性。

取定 $\varepsilon=0.02$, $\sigma_A^2=0.01$, $\sigma_\psi^2=0.01$ 。分别将图5所示阵列看作22元全向水听器双线阵和11元单向水听器线列阵, 进行5000次蒙特卡洛实验, 其均方误差的实验结果分别为式(24)和(25)。可见, 单指向性处理并没有使阵列波束形成的稳健性降低。可能由于其对阵元间距误差的宽容度, 单向水听器阵列波束形成的稳健性反而更好。

$$\xi_{22\text{DL}} = 88.4207 \quad (24)$$

$$\xi_{11\text{UL}} = 4.0122 \quad (25)$$

4 结论

本文系统地构建了单向水听器模型, 提出常规反向波束形成技术。理论上证明了单指向性存在的

条件为阵元间距波长比 $\varepsilon \leq 0.25$ 。此时, 单向水听器指向性指数在 3~4.8 dB 范围内。仿真结果表明: 单向水听器自身具有心脏形空间响应; 在 $\varepsilon \rightarrow 0$ 时, 其指向性指数趋近于 4.8 dB; 其空间响应具有良好的宽带一致性。

同时, 本文将单向水听器应用于阵列波束形成。理论上证明了使用单向水听器能够为线列阵提高 3~4.8 dB 的指向性指数。仿真结果表明, 使用单向水听器能够在主瓣宽度几乎不变的同时降低旁瓣级、提高阵列的指向性指数、保持良好的稳健性。因此, 单向水听器应用于阵列波束形成是可行的、有利的。

此外, 一切不需要全向阵元假设的阵列波束形成方法都可以使用单向水听器代替。这也是作者后续的工作重点。

参 考 文 献

- [1] Butler J L, Butler S C, Clark A E. Unidirectional magnetostrictive/piezoelectric hybrid transducer[J]. J. Acoust. Soc. Am., 1990, **88**(1): 7-11.
- [2] Aronov B, Brown D A, Bachand C L, et al. Analysis of unidirectional broadband piezoelectric spherical shell transducers for underwater acoustics[J]. J. Acoust. Soc. Am., 2012, **131**(3): 2079-2090.
- [3] Morgan D P. Quasi-static analysis of floating electrode unidirectional SAW transducers[J]. IEEE Trans. Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 2001, **48**(5): 1289-1297.
- [4] 张天伟, 陈航, 李志舜. 单向性二元阵[J]. 应用声学, 2006, **25**(4): 217-221.
ZHANG Tianwei, CHEN Hang, LI Zhishun. Two-element array of unilateral directivity[J]. Applied Acoustics, 2006, **25**(4): 217-221.
- [5] 李书光, 张军, 胡松青. 单指向性水听器指向性影响因素的研究[J]. 石油大学学报: 自然科学版, 2003, **27**(2): 132-133.
LI Shuguang, ZHANG Jun, HU Songqing. The study of influence factor of directivity of unidirectional hydrophone[J]. Journal of the University of Petroleum: Edition of Natural Science, 2003, **27**(2): 132-133.
- [6] Ma Y L, Yang Y X, He Z Y, et al. Theoretical and Practical Solutions for High-Order Superdirectivity of Circular Sensor Arrays[J]. IEEE Trans. Industrial Electronics, 2013, **60**(1): 203-209.
- [7] 李启虎. 进入 21 世纪的声呐技术[J]. 信号处理, 2012, **28**(1): 1-11.
LI Qihu. Sonar technology in entering 21 Century[J]. Signal Processing, 2012, **28**(1): 1-11.
- [8] Trees Harry L V. Optimum array processing: part IV of detection, estimation, and modulation theory[M]. New York: John Wiley & Sons, Inc, 2002, 55-56.
- [9] 孙超. 水下多传感器阵列信号处理[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2007, 135-138.
SUN Chao. Signal processing in underwater multi-sensors array [M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 2007. 135-138.