

含泥沙的流固层状介质界面波传播特性研究

毛志斌¹, 韩庆邦^{1,2}, 范洪辉³, 殷澄¹, 李建², 朱昌平¹

(1. 河海大学物联网学院, 江苏常州 213022; 2. 河海大学淮安研究院, 江苏淮安 223001;

3. 江苏理工学院计算机工程学院, 江苏常州 213001)

摘要: 在弹性波传播理论的基础上, 结合边界条件, 导出了流固层状介质导波特征方程, 计算特征方程的频散曲线; 然后结合 Urick、Urick-Ament 和 Harker-Temple 这三种悬浊液模型, 计算流体层中的泥沙含量和颗粒粒径与界面波波速的关系; 分析比较不同模型下泥沙含量及颗粒粒径与波速的关系图, 讨论不同参数对波速的影响, 得出了三种模型下波速随泥沙含量和颗粒粒径的变化趋势, 最后发现 Urick-Ament 模型同时适用于检测悬浊液的泥沙含量和泥沙颗粒粒径, 且在三种模型中有相对较好的可靠性和实用性。

关键词: 层状介质; 界面波; 频散曲线; 悬浊液模型; 泥沙含量; 颗粒粒径

中图分类号: TB551

文献标识码: A

文章编号: 1000-3630(2015)-03-0198-05

DOI 编码: 10.3969/j.issn1000-3630.2015.03.002

Research on the characteristics of fluid-solid interface wave propagation in layered sediment medium

MAO Zhi-bin¹, HAN Qing-bang^{1,2}, FAN Hong-hui³, YIN Cheng¹, LI Jian², ZHU Chang-ping¹

(1. Internet of Things Engineering College of Hohai University, College of IOT Engineering Changzhou, Changzhou 213022, Jiangsu, China;

2. Huaian Research Institute of Hohai University, Huai'an 223001, Jiangsu, China;

3. School of Computer Engineering, Jiangsu University of Technology, Changzhou 213001, Jiangsu, China)

Abstract: Based on the theory of elastic wave propagation and boundary conditions, the characteristic equation of fluid-solid interface waves propagation in layered sediment medium is derived; three suspended fluid models of Urick, Urick-Ament and Harker-Temple are used to investigate the relations between velocity and sediment concentration as well as particle size. By the discussion of the impact of different parameters on the velocity, the velocity variation trends under three models with the change of sediment concentration and particle size are obtained. As a result, it is found that Urick-Ament model is more applicable to the detection of sediment concentration and sediment suspension particle size for the fluid-solid interface wave.

Key words: layered medium; interface waves; dispersion curve; suspension models; sediment concentration; particle size

0 引言

对于河流泥沙含量和颗粒粒径^[1]的检测一直是世界范围的难题, 在实际测量中会遇到精度不高、测量周期过长、测量范围不大等问题。为解决这些问题, 之前有人利用声学方法进行测量, 取得了一定的效果, 但是利用界面波^[2]检测的方法还比较少, 本文将着重研究利用界面波检测悬浊液泥沙含量和颗粒粒径的方法。

界面波是指沿着介质间交界面传播的波, 其能

量主要集中在离界面一个波长的范围内, 且对两侧介质属性敏感。早在 1924 年 Scholte 就建立了沿流固介质交界面传播的界面波理论, 我们称之为 Scholte 波^[3,4]。目前对 Scholte 波的应用基本集中在固体侧介质的属性研究(如无损检测), 而利用界面波反演流体侧介质属性的研究还很少。

关于泥沙悬浊液模型的研究, 在 1948 年, Urick 便提出了第一个理想状态下的模型——Urlick 模型^[5]; 之后 Ament 等人考虑了入射波、折射波、反射波以及散射的复杂情况, 提出了一个关系到真实流体传播波数的 Urick-Ament 模型^[6]; 随后 Harker 和 Temple 从水动力学的观点推导了相间相互作用的粘滞阻力方程, 提出了耦合相概念的 Harker-Temple 模型^[7]。

本文在流固界面波理论^[8]的基础上, 结合三种泥沙悬浊液模型^[9,10], 研究及分析在不同模型下泥

收稿日期: 2014-03-05; 修回日期: 2014-06-05

基金项目: 国家自然科学基金(11274091、61302124、11274092), 河海大学中央高校基金项目(2011B11014), 淮安河海研究生院开放基金资助项目。

作者简介: 毛志斌(1989—), 男, 江苏苏州人, 硕士, 研究方向为通信电路与声学技术。

通讯作者: 韩庆邦, E-mail: hqb0092@163.com

沙含量及颗粒粒径对界面波波速的影响，从而可以在实际应用中通过实测波速和理论关系曲线来反推悬浊液中的泥沙含量及颗粒粒径。

1 界面波特征方程的建立

图 1 为层状介质理论模型。以三层介质为例，分别为流体层、固体层和半无限固体层。 $z=H_1$ 表示流体层与固体层的交界面，界面波在 $z=H_1$ 处沿 $+x$ 方向传播。

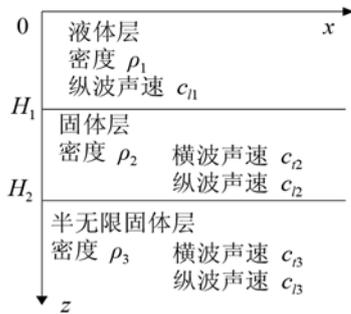


图 1 层状介质理论模型
Fig.1 Theoretical model of layered medium

关于此模型的位移势函数可表示为

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= (A_1 e^{-ka_1 z} + A_2 e^{ka_1 z}) e^{i(kx - \omega t)} \\ \varphi_2 &= (B_1 e^{-ka_2 z} + B_2 e^{ka_2 z}) e^{i(kx - \omega t)} \\ \psi_2 &= (C_1 e^{-kb_2 z} + C_2 e^{kb_2 z}) e^{i(kx - \omega t)} \\ \varphi_3 &= (D_1 e^{-ka_3 z} + D_2 e^{ka_3 z}) e^{i(kx - \omega t)} \\ \psi_3 &= (E_1 e^{-kb_3 z} + E_2 e^{kb_3 z}) e^{i(kx - \omega t)} \end{aligned} \quad (1)$$

其中： $k = \frac{\omega}{c}$ ，表示波数；

ω 为角频率；

$$a_1 = \sqrt{1 - c^2 / c_{11}^2};$$

$$a_2 = \sqrt{1 - c^2 / c_{12}^2};$$

$$b_2 = \sqrt{1 - c^2 / c_{12}^2};$$

$$a_3 = \sqrt{1 - c^2 / c_{13}^2};$$

$$b_3 = \sqrt{1 - c^2 / c_{13}^2};$$

φ_n 表示第 n 层介质的纵波势函数 ($n=1,2,3$);

ψ_n 表示第 n 层介质横波势函数 ($n=2,3$);

A_1 、 A_2 、 B_1 、 B_2 、 C_1 、 C_2 、 D_1 、 D_2 、 E_1 、 E_2 为待定系数。

水面 $z=0$ 的边界条件为压力释放条件，即 $\varphi_1|_{z=0} = 0$ ，因此：

$$\varphi_1|_{z=0} = A_1 + A_2 = 0,$$

$$\text{即 } A_1 = A_2 = -A_2 \quad (2)$$

半无限固体介质层满足无穷远处辐射条件，因此：

$$D_2 = E_2 = 0 \quad (3)$$

液-固界面 ($z=H_1$) 和固-固界面 ($z=H_2$) 处，分别满足流-固边界条件和固-固边界条件。

介质中位移及应力用位移势函数表示为

$$\mu_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial z};$$

$$\mu_z = \frac{\partial \varphi}{\partial z} - \frac{\partial \psi}{\partial x};$$

$$\sigma_{xz} = \mu \left(2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial z} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right);$$

$$\sigma_z = (\lambda + 2\mu) \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \right) - 2\mu \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} \right); \quad (4)$$

式中， λ 和 μ 表示材料的 Lamé 常数 ($\lambda = c_1^2 \rho - 2c_1^2 \rho$ ， $\mu = c_2^2 \rho$)。对于流体情况，则将 μ 和 ψ 视为 0。

结合位移势函数和边界条件，可得到关于 A 、 B_1 、 B_2 、 C_1 、 C_2 、 D_1 、 E_1 七个未知数构成的七阶方程组。此方程组有非零解的必要条件是方程组的系数行列式为零，由此得到界面波的特征方程见式 (5)。

2 界面波频散计算

对于上述含液层的三层介质的情况，各层的物理参数的取值如表 1 所示。

将表 1 的参数代入界面波特征方程，整理计算得到如图 2 所示的图形。由图中波速和频率的关系，表明界面波具有频散特性。在声源频率小于 30

$$\det \begin{vmatrix} (e^{-a_1 k H_1} + e^{a_1 k H_1}) a_1 & -a_2 e^{-a_2 k H_1} & a_2 e^{a_2 k H_1} & -i e^{-b_2 k H_1} & -i e^{b_2 k H_1} & 0 & 0 \\ ((a_1^2 - 1) e^{-a_1 k H_1} + (1 - a_1^2) e^{a_1 k H_1}) \lambda_1 & (\lambda_2 - \lambda_2 a_2^2 - 2\mu_2 a_2^2) e^{-a_2 k H_1} & (\lambda_2 - \lambda_2 a_2^2 - 2\mu_2 a_2^2) e^{a_2 k H_1} & -2\mu_2 b_2 i e^{-b_2 k H_1} & 2\mu_2 b_2 i e^{b_2 k H_1} & 0 & 0 \\ 0 & -2a_2 i e^{-a_2 k H_1} & 2a_2 i e^{a_2 k H_1} & (1 + b_2^2) e^{-b_2 k H_1} & (1 + b_2^2) e^{b_2 k H_1} & 0 & 0 \\ 0 & -a_2 e^{-a_2 k H_2} & a_2 e^{a_2 k H_2} & -i e^{-b_2 k H_2} & -i e^{b_2 k H_2} & a_3 e^{-a_3 k H_2} & i e^{-b_3 k H_2} \\ 0 & i e^{-a_2 k H_2} & i e^{a_2 k H_2} & -b_2 e^{-b_2 k H_2} & b_2 e^{b_2 k H_2} & -i e^{-a_3 k H_2} & b_3 e^{-b_3 k H_2} \\ 0 & (-\lambda_2 + \lambda_2 a_2^2 + 2\mu_2 a_2^2) e^{-a_2 k H_2} & (-\lambda_2 + \lambda_2 a_2^2 + 2\mu_2 a_2^2) e^{a_2 k H_2} & 2\mu_2 b_2 i e^{-b_2 k H_2} & -2\mu_2 b_2 i e^{b_2 k H_2} & (\lambda_3 - \lambda_3 a_3^2 - 2\mu_3 a_3^2) e^{-a_3 k H_2} & -2\mu_3 b_3 i e^{-b_3 k H_2} \\ 0 & -2\mu_2 a_2 i e^{-a_2 k H_2} & 2\mu_2 a_2 i e^{a_2 k H_2} & (1 + b_2^2) \mu_2 e^{-b_2 k H_2} & (1 + b_2^2) \mu_2 e^{b_2 k H_2} & 2\mu_3 a_3 i e^{-a_3 k H_2} & -(1 + b_3^2) e^{-b_3 k H_2} \end{vmatrix} = 0 \quad (5)$$

表 1 三层介质的基本物理参数

Table 1 The basic physical parameters of the three layers of media

层数	密度 $\rho/(\text{kg}/\text{m}^3)$	纵波速度 $c_l/(\text{m}/\text{s})$	横波速度 $c_t/(\text{m}/\text{s})$	厚度 H/m
第一层	1000	1500		0.05
第二层	1500	3800	1800	0.02
第三层	1800	4000	2000	∞

kHz 时只有第一阶模式存在, 大于 30 kHz 后会出现多阶模式。对于第一阶模式界面波, 当声源频率接近 0 Hz 时, 界面波波速接近于第二层介质的 Rayleigh 表面波波速, 随着频率增加波速慢慢减小且趋于稳定, 当频率高于 50 kHz 时, 第一阶界面波速度与频率关系不大。

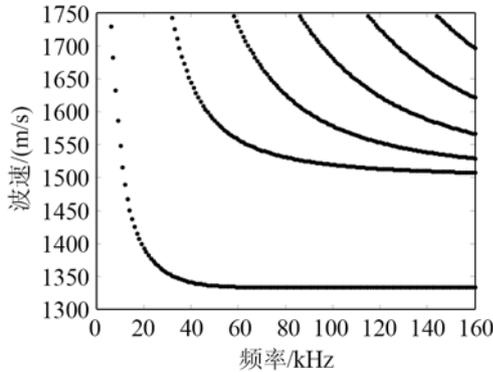


图 2 三层介质界面波频散曲线

Fig.2 Interface wave dispersion curves for the three layers of media

为了比较不同层数的层状介质界面波频散特性, 这里加入一组两层介质的模型作为比较对象, 其中两层介质的各层物理参数如表 2 所示。

图 3 给出了两层层状介质界面波波速与频率的

表 2 两层介质的基本物理参数

Table 2 The basic physical parameters of the two layers of media

层数	密度 $\rho/(\text{kg}/\text{m}^3)$	纵波速度 $c_l/(\text{m}/\text{s})$	横波速度 $c_t/(\text{m}/\text{s})$	厚度 H/m
第一层	1000	1500		0.05
第二层	1800	4000	2000	∞

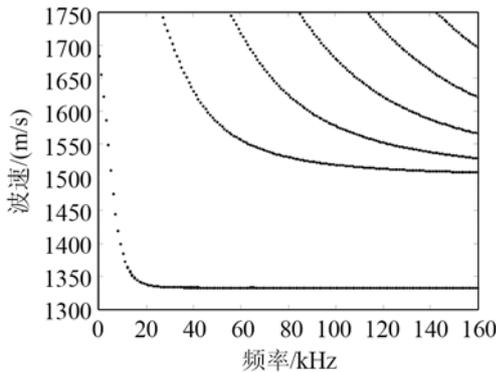


图 3 两层介质界面波频散曲线

Fig.3 Interface wave dispersion curves for the two layers of media

关系, 从图中可以看出两层层状介质的界面波同样具有频散特性。为了更好地比较两层和三层层状介质的界面波频散特性, 将两种情况的第一阶界面波绘于同一幅图中, 如图 4 所示。这两种情况下第一阶界面波均是在接近 0 Hz 时波速接近 Rayleigh 波波速, 随着频率的增加波速逐渐减小且取向稳定。同时, 发现三层介质下界面波的频散截止频率高于两层介质下界面波的频散截止频率。

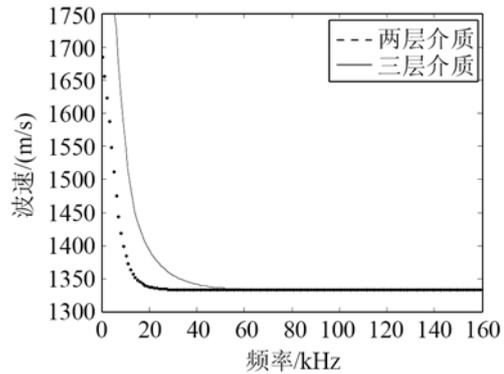


图 4 界面波频散对比图

Fig.4 Comparison of the two interface wave dispersion curves

3 悬浊液理论模型的选择

界面波方法测量层状介质流体侧泥沙体含量和颗粒粒径是通过测量界面波波速随流体侧介质参数的变化趋势, 这一过程中, 如何通过数学模型准确、快速地建立界面波波速和物理参数的关系尤为重要。为了研究悬浊液中的声学特性, 研究者已先后提出了一系列数学模型^[5-7]。

3.1 Urick 模型^[5]

Urick 模型是最早期的关于超声波在悬浮液中的传播波速的模型。在悬浮流体中, 将超声传播速度 c_{fl} 以等效密度 ρ_{eff} 和等效体积压缩系数 β_{eff} 来表示:

$$c_{fl} = (\rho_{eff} \beta_{eff})^{-1/2} \quad (6)$$

其中: $\rho_{eff} = \rho(1-\varphi) + \rho'\varphi$, $\beta_{eff} = \beta_c(1-\varphi) + \beta'_c\varphi$; φ 是表示悬浮流体中固体悬浮粒子的体含量; ρ 、 β_c 分别表示水的密度、体积压缩系数; ρ' 、 β'_c 分别表示悬浮粒子的密度、体积压缩系数。Urick 模型的假设条件包括传播速度无频散, 无粘滞散射, 粒子比波长小, 理想的悬浮液, 无热交换。

对于此模型, 只需将特征方程的液体密度用等效密度表达式代替即可得出悬浊液泥沙含量和波速的关系式。

3.2 Urick-Ament 模型^[6]

Urick-Ament 模型是一个关系到真实流体传播

波数的复传播方程，其中考虑到了入射波、折射波、反射波以及散射的复杂情况，其方程表达式为

$$k_s^2 = k^2 \frac{\beta_{\text{eff}}}{\beta_c} \times \left[1 + \frac{3\varphi\xi(bR(2bR+3)+3i(bR+1))}{bR(4\xi bR+6bR+9)+9i(bR+1)} \right] \quad (7)$$

其中： $b = \left(\frac{\omega\rho}{2\alpha}\right)^{1/2}$ ， $\xi = \frac{\rho' - \rho}{\rho}$ ； α 为水的粘滞系数；

R 为悬浮粒子的半径； k_s 的实部表示实波数，虚部与衰减相关。由 $k_s = \omega/c_{11}$ 可以得到某一频率下的超声在悬浮液中的传播速度 c_{11} ，代入特征方程，得出悬浊液泥沙含量和颗粒粒径与波速的关系式。

3.3 Harker-Temple 模型^[8]

Harker 和 Temple 从水动力学的观点考虑悬浊液中的生波动现象，推导出了相同相互作用的黏性阻力方程，以及每一相独立的动量和质量守恒方程。对这些微分方程同时求解可以得出复波数方程，即

$$k_l^2 = \beta_{\text{eff}} \omega^2 \left[\frac{\rho\{\rho' + (\varphi\rho' + (1-\varphi)\rho)S(\omega)\}}{(\varphi\rho + (1-\varphi)\rho') + \rho S(\omega)} \right] \quad (8)$$

其中，参数 $S(\omega)$ 称为耦合系数，其表达式如下：

$$S(\omega) = \frac{1+2\varphi}{2(1-\varphi)^2} + \frac{1}{1-\varphi} \frac{9\varepsilon_v}{4} \left[1 + \left(1 + \frac{\varepsilon_v}{R}\right) i \right] \quad (9)$$

式中： ρ 为连续相介质密度； ρ' 为颗粒相密度； φ 为体积含量； β_{eff} 为等效体积压缩系数； R 表示颗粒半径； $\varepsilon_v = \sqrt{2\eta/\omega\rho}$ 称为粘性集肤深度； η 为粘滞度。

所得复波数 $k_l = \omega/c_{11}$ ，通过计算得到 c_{11} ，将此处得到的 c_{11} 作为流体层纵波速度代入界面波特征方程，即可得到悬浊液泥沙含量和颗粒粒径与波速的关系式。

4 结果分析与比较

采用上述三层介质中的硬河底，第二层和第三层介质的物理参数如表 1 所示。流体层(第一层介质)为泥沙悬浊液，不考虑泥沙的沉积作用，认为泥沙颗粒大小一致且分布均匀，表 3 为泥沙悬浊液相关介质的参数表。

表 3 泥沙悬浊液的相关介质参数表

Table 3 Parameters related to suspended sediment medium

介质	密度 kg/m ³	纵波 速度 c _l /(m/s)	横波 速度 c _t /(m/s)	粒子 半径 R/mm	体积压 缩系数 (10 ¹⁰ Pa)	粘滞系数 α/(Pa*s)
水	1000	1500			10 ⁻⁹ /2.25	1.308*103
泥沙	2640	6600	2750	0.06	10 ⁻⁹ /88.378	

图 5 是上述条件时，三种模型下悬浊液泥沙含量与界面波波速的关系曲线对比图。本组计算中，

数值仿真了频率为 50 kHz、粒径为 60 μm、悬浊液泥沙含量从 0% 增加到 20% 时各模型对应界面波波速的变化趋势。从图中可以清楚地看出，对于 Urick 模型，随着悬浊液泥沙体积分量的增加，界面波波速呈现逐渐减小的趋势；而对于 Urick-Ament 模型和 Harker-Temple 模型，随着泥沙体积分量的增加，界面波波速都呈现增大的趋势，且 Urick-Ament 模型的增大趋势比 Harker-Temple 模型更加明显，说明它对泥沙浓度更加敏感，在实际应用中使用此模型能得到更好的效果。

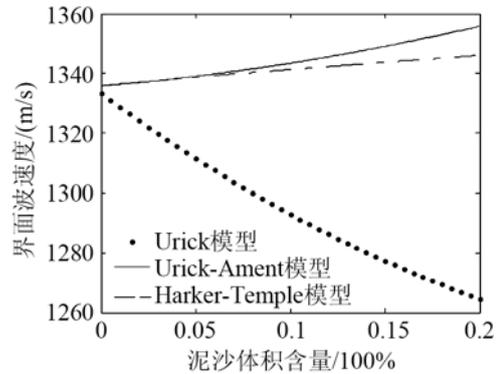


图 5 颗粒相体积分量对界面波波速的影响关系曲线

Fig.5 The relationship between the particle phase volume fraction and the velocity of interface wave

图 6 所示是三种模型下泥沙悬浊液颗粒粒径与界面波波速的关系曲线图。本组计算数值仿真了频率为 50 kHz，泥沙体积浓度为 12%，悬浊液颗粒粒径从 50 μm 增加到 100 μm 时各模型对应界面波波速的变化趋势。从图中可以清晰地看出，Urick 模型和 Harker-Temple 模型所对应的速度并不随颗粒粒径的改变而发生改变，这也与两种模型所对应的方程是一致的。Urick 模型的表达式中并未出现粒径的量，因此速度不随粒径发生改变；而 Harker-Temple 模型的表达式中虽然出现了含粒径的量，但是它出现在了表达式的虚部，根据物理意义可以知

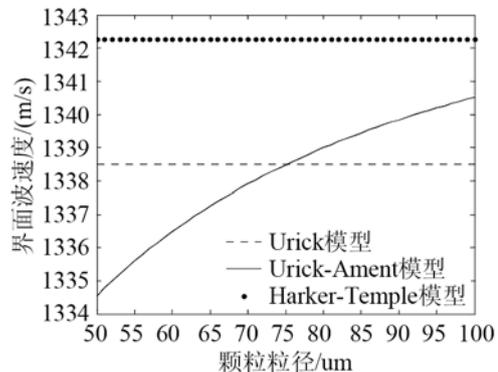


图 6 颗粒粒径对界面波波速的影响关系曲线

Fig.6 The relationship between the particle size and the velocity of interface wave

道粒径对声波的衰减影响较大,而对速度的影响非常小,有时可以将其忽略。对于 Urick-Ament 模型,速度随着颗粒粒径的增加呈现增大的趋势,更加符合实际情况。

结合上述两种分析比较,界面波在传播时具有一定规律,它的传播速度和悬浊液的体积浓度及泥沙的颗粒粒径具有一定的对应关系。在讨论上述三种模型时,结合实际我们发现,当检测悬浊液颗粒相体积含量时,Urick-Ament 模型和 Harker-Temple 模型具有较强的实用性;而当检测颗粒粒径时,Urick-Ament 模型的实用性是三种模型中最强的。综上所述,对于上述三种模型,在同时进行体积浓度和颗粒粒径检测时,Urick-Ament 模型更加贴近实际,有更好的实用性。

5 结 语

本文将流固层状介质界面波特征方程与泥沙悬浊液声传播模型相结合,首先对比了两层和三层介质界面波的频散特性,随后基于 Urick 模型、Urlick-Ament 模型和 Harker-Temple 模型这三种悬浊液模型分析了层状介质流体侧介质属性对界面波波速的影响,结果说明在同时适用对泥沙体积含量和颗粒粒径的检测时,Urick-Ament 模型是相对合适的模型。所得结论将为以后用界面波方法对河流中泥沙体积含量和泥沙颗粒相粒径的检测提供理论依据。

参 考 文 献

[1] 侯怀书,张锁怀.基于中低频超声波的纳米颗粒粒径测量[J].机械

工程材料,2011,35(5):80-82.

HOU Huaishu, ZHANG Suohuai. Nanoparticle-based particle size measurement of low-frequency ultrasound[J]. Materials for Mechanical Engineering, 2011, 35(5): 80-82.

[2] 朱哲民,李剑,邹薇.有液层负载时薄板中类 Lamb 波的传播[J].声学学报,1996,21(3):174-181.

ZHU Zhemin, LI Jian, ZOU Wei. The propagation of Lamb waves in sheet with liquid layer[J]. Acta Acustica, 1996, 21(3): 174-181.

[3] M.de Billy, G. Quentin. Experimental study of the Scholte wave propagation on a plane surface partially immersed in a liquid[J]. 1983, 54(8): 4314-4322.

[4] 祝捍皓,朴胜春,张海刚.水平分层弹性海底环境下 Scholte 波特性的研究[J].声学技术,2011,30(3):1576-1588.

ZHU Hanhao, PU Shengchun, ZHANG Haigang. Study on the characteristic of scholte waves in flexible hierarchical level under the seabed environment[J]. Technical Acoustics, 2011, 30(3): 1576-1588.

[5] Urlick R J. A sound velocity method for determining the compressibility of finely divided substances(S0021-8979)[J]. J. Appl. Phys, 1947, 18(11): 983-987.

[6] Urlick R J, W S Ament J. The propagation of sound in composite-media(S0001-4966)[J]. J. Acoust. Soc. Am., 1949, 21(2): 115.

[7] Harker A H, Temple J A G. Velocity and attenuation of ultrasound in suspensions of particles in fluids[J]. J Phys D: Appl Phys, 1988, 21(11): 1576-1588.

[8] 韩庆邦,钱梦騷,朱昌平.激光超声方法研究固-固界面波传播特性[J].物理学报,2001,56(1):313-320.

HAN Qingbang, QIAN Menglu, ZHU Cangping. Study on solid-solid interface waves with laser ultrasonics[J]. Acta Physica Sinica, 2001, 56(1): 313-320.

[9] Tebbutt J S, Challis R E. Ultrasound wave propagation in colloidal suspensions and emulsions: a comparison of four models[J]. Ultrasonics, 1996, 34(2-5): 363-368.

[10] 苏明旭,蔡小舒.超细颗粒悬浊液中声衰减和声速的数值模拟[J].上海理工大学学报,2002,24(1):21-25.

SU Mingxu, CAI Xiaoshu. Numerical simulation of ultrafine particle suspension sound attenuation and speed of sound[J]. J. University of Shanghai for Science and Technology, 2002, 24(1): 21-25.