

畸变直线阵阵增益计算及仿真研究

杜鹏, 李玲, 刘彦森, 杨学猛

(水下测控技术重点实验室, 辽宁大连 116013)

摘要: 阵增益是直线阵最重要的技术指标之一, 理想直线阵以半波长布阵, 阵增益为阵元数的函数。阵形畸变导致阵元间距发生改变, 使直线阵增益显著下降, 一方面由于各阵元接收信号的相位差发生变化, 另一方面因为各阵元接收信号的相关性改变。从理想阵形情况直线阵的增益出发, 并假设阵形畸变不改变各阵元接收信号的相关性, 给出了畸变直线阵信号增益、噪声增益和阵增益的计算方法。仿真了直线阵畸变为圆弧形, 阵增益随畸变参数的变化情况, 分析给出了信号从不同方向入射、阵形未知/已知时, 阵增益与信号增益、噪声增益变化的关系。

关键词: 阵增益; 阵形畸变; 信号增益; 噪声增益; 圆弧形畸变

中图分类号: TB533

文献标识码: A

文章编号: 1000-3630(2015)-04-0312-05

DOI 编码: 10.16300/j.cnki.1000-3630.2015.04.004

Calculation and simulation of the gain of distorted line array

DU Peng, LI Ling, LIU Yan-sen, YANG Xue-meng

(Science and Technology on Underwater Test and Control Laboratory, Dalian 116013, Liaoning, China)

Abstract: Array gain is one of the most important technical indicators for a line array. An ideal line array is with a half-wavelength between the elements, and there is a functional relationship between array gain and array element number. When the shape of an array is changed, the array gain reduces dramatically due to the fact that the phase of the signal received by each element and the correlation between these signals are changed. Based on the gain of an ideal line array, the calculation methods of signal gain, noise gain and array gain of a distorted line array are deduced on the assumption that the variation of the array shape doesn't have an impact on the correlation. Simulations are made to analyze the effects on the array gain as a line array is distorted into a circle array. Finally the relationships between signal gain, noise gain and array gain in different directions of signal arrival are given in the case of the real array shape known or unknown.

Key words: array gain; array distorting; signal gain; noise gain; circle shape distortion

0 引言

目前, 声学换能器基阵在水声探测领域已得到广泛应用。按基阵的阵形可以把它分为直线阵、圆弧阵、平面阵、圆柱阵等, 其中以直线阵的应用最为广泛。利用直线阵接收目标水下辐射噪声数据, 其主要优势是可以通过阵处理技术使接收信号同相相加, 从而抑制背景噪声干扰。理想直线阵以半波长布阵, 阵增益为 $10\log N^{[1-3]}$ 。为了提高直线阵的空间增益, 可增加阵元数 N , 即增大直线阵的孔径。国外使用的拖曳直线阵, 其孔径已经达到上百米(美国的 TB-29 孔径为 634 m、TB-29A 孔径为 825 m), 甚至数千米(美国的战略型拖线阵 SURTASS 孔径为

2614 m)。我国的直线阵也朝着大孔径的方向发展。

大孔径的直线阵拖曳或悬浮式布放于海洋中, 阵形通常偏离理想直线阵形, 阵元间距发生改变, 使直线阵增益显著下降, 影响最终的分析结果。分析其原因: 一方面, 阵元间距变化, 各阵元接收到的信号的相位发生改变; 另一方面, 由于距离变化, 不同阵元接收信号的相关性改变。本文研究了阵形畸变时各阵元接收信号相位改变所导致的阵增益变化情况。从理想阵形情况直线阵的增益出发, 并假设阵形畸变不改变各阵元接收信号的相关性, 推导给出了畸变直线阵信号增益、噪声增益和阵增益的计算方法。仿真了直线阵畸变为圆弧形, 阵增益随畸变参数的变化曲线, 分析给出了阵增益与信号增益、噪声增益变化的关系。

1 理想阵增益计算

假设均匀直线阵阵元间距为 d , 阵元数为 N , 假设直线阵只在水平面内发生阵形畸变, 则第 i 个

收稿日期: 2014-05-15; 修回日期: 2014-08-19

基金项目: 预研项目(51303030301-1)

作者简介: 杜鹏(1981-), 男, 河北迁安人, 硕士研究生, 研究方向为水声信号处理和水声测试。

通讯作者: 杜鹏, E-mail: dupeng0113@sina.cn

阵元畸变前位置为 (X_i, Y_i) ，畸变后位置 (x_i, y_i) ，估计的阵元位置为 (x'_i, y'_i) ，如图 1 所示。理想阵形时，阵元位置可表示为：

$$\begin{cases} X_i = (i-1)d \\ Y_i = 0 \end{cases} \quad (1)$$

假设信号入射方向与 x 轴正向夹角为 θ_0 。

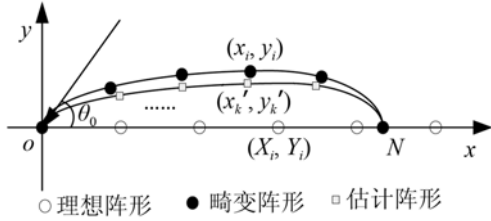


图 1 畸变直线阵阵元位置示意图

Fig.1 Element locations of a distorted line array

1.1 直线阵的信号增益

在阵形为理想直线时，第 k 个阵元接收的信号

$$S_k = a_k \cos(\omega t + \delta_k + b_k) \quad (2)$$

式中： a_k 为第 k 个阵元的幅度响应，服从均值为 a 、均方差为 A 的正态分布，假设不同阵元间信号的幅度响应相互独立； δ_k 为第 k 个阵元的相位响应，它由阵元的位置和信号入射方向决定； b_k 为第 k 个阵元的相位起伏，服从均值为零、均方差为 B 的正态分布。假设不同阵元间相位起伏的相关系数为 ρ_{kl} ，且相位起伏和幅度响应之间相互独立。利用以上假设，推导直线阵信号增益的表达式 G_{signal} 。

(1) 直线阵输出信号的功率

假设直线阵的输出为 Y ，则直线阵输出信号的平均功率^[2]为

$$\begin{aligned} E\left(\frac{1}{T} \int_0^T Y^2 dt\right) &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N (a^2 + A^2) + \\ &\frac{1}{2} \sum_{k \neq l}^N \sum_{l=1}^N a^2 \cos(\delta_k - \delta_l) e^{-\frac{1}{2}(B_k^2 - 2\rho_{kl}B_kB_l + B_l^2)} \end{aligned} \quad (3)$$

当相位起伏均方差 B 相等，且不同阵元相位起伏相关系数 ρ_{kl} ($k \neq l$) 相等时，有

$$\begin{aligned} E\left(\frac{1}{T} \int_0^T Y^2 dt\right) &= \frac{N}{2} (a^2 + A^2) + \\ &\frac{a^2}{2} e^{-B^2(1-\rho)} \sum_{k \neq l}^N \sum_{l=1}^N \cos(\delta_k - \delta_l) \end{aligned} \quad (4)$$

(2) 单水听器输出信号的功率为

$$E\left(\frac{1}{T} \int_0^T S_k^2 dt\right) = \frac{a^2 + A^2}{2} \quad (5)$$

(3) 由式(4)和式(5)得直线阵的信号增益为

$$G_{\text{signal}} = 10 \lg \left[N + \frac{a^2}{a^2 + A^2} e^{-B^2(1-\rho)} \sum_{k \neq l}^N \sum_{l=1}^N \cos(\delta_k - \delta_l) \right] \quad (6)$$

理想情况下，直线阵阵元接收的信号不存在起

伏，即幅度响应均方差 $A=0$ ，相位起伏均方差 $B=0$ ，理想情况的信号增益为

$$G_{\text{signal}} = 10 \lg \left[N + \sum_{k \neq l}^N \sum_{l=1}^N \cos(\delta_k - \delta_l) \right] \quad (7)$$

式中： $\delta_k - \delta_l = \frac{2\pi(X_k - X_l)}{\lambda} (\cos \theta - \cos \theta_0)$ ， λ 为信号波长， θ 为波束指向， θ_0 为信号入射方向。

当波束指向与信号入射方向相同即 $\theta = \theta_0$ 时，由式(7)可得此时信号增益 G_{signal} 为

$$G_{\text{signal}} = 10 \lg N^2 \quad (8)$$

1.2 直线阵的噪声增益

第 k 个阵元接收的三维各向同性噪声为

$$V_k = h_k \cos(\omega t + \delta_k + \phi_k) \quad (9)$$

式中： h_k 为第 k 个阵元的幅度响应，服从均值为 h 、均方差为 H 的正态分布； δ_k 为第 k 个阵元的相位响应； ϕ_k 为第 k 个阵元相位起伏，服从均值为 0、均方差为 ϕ 的正态分布；假设不同阵元间相位起伏的相关系数为 ρ_{kl} ，且幅度响应和相位起伏之间相互独立。下面推导直线阵噪声增益的表达式 G_{noise} 。

(1) 直线阵输出噪声的功率

在某一方向上直线阵输出噪声的平均功率为^[4,5]

$$\begin{aligned} E\left(\frac{1}{T} \int_0^T V^2 dt\right) &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N (h^2 + H^2) + \\ &\frac{1}{2} \sum_{k \neq l}^N \sum_{l=1}^N h^2 \cos(\delta_k - \delta_l) e^{-\frac{1}{2}(\phi_k^2 - 2\rho_{kl}\phi_k\phi_l + \phi_l^2)} \end{aligned} \quad (10)$$

假设不同阵元相位起伏的均方差相同，不同阵元相位起伏相关系数相同，即 $\rho_{kl} = \rho$ 、 $\phi_k = \phi$ ，则有

$$\begin{aligned} E\left(\frac{1}{T} \int_0^T V^2 dt\right) &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N (h^2 + H^2) + \\ &\frac{h^2 e^{-\phi^2(1-\rho)}}{2} \sum_{k \neq l}^N \sum_{l=1}^N \cos(\delta_k - \delta_l) \end{aligned} \quad (11)$$

由于噪声在三维方向各向同性，因此直线阵输出噪声的平均功率为

$$\begin{aligned} \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi E\left(\frac{1}{T} \int_0^T V^2 dt\right) \sin \theta d\theta d\varphi &= \frac{N}{2} (h^2 + H^2) + \\ &\frac{h^2 e^{-\phi^2(1-\rho)}}{2} \sum_{k \neq l}^N \sum_{l=1}^N \cos(\gamma_{kl} \cos \theta_0) \frac{\sin \gamma_{kl}}{\gamma_{kl}} \end{aligned} \quad (12)$$

式中， $\gamma_{kl} = \frac{2\pi(X_k - X_l)}{\lambda}$ 。

(2) 单水听器输出的噪声功率为

$$E\left(\frac{1}{T} \int_0^T V_k^2 dt\right) = \frac{h^2 + H^2}{2} \quad (13)$$

(3) 由式(12)、(13)得，直线阵的噪声增益为

$$\begin{aligned} G_{\text{noise}} &= \\ &10 \lg \left[N + \frac{e^{-\phi^2(1-\rho)}}{1 + H^2/h^2} \sum_{k \neq l}^N \sum_{l=1}^N \cos(\gamma_{kl} \cos \theta_0) \frac{\sin \gamma_{kl}}{\gamma_{kl}} \right] \end{aligned} \quad (14)$$

理想情况下, $\rho=1$ 、 $\phi=0$ 、 $H=0$, 于是有:

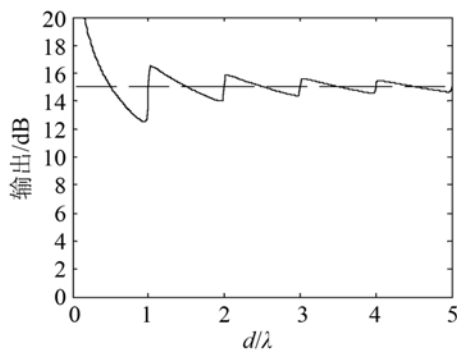
$$G_{\text{noise}} = 10 \lg \left[N + \sum_{k \neq l} \sum_1^N \cos(\gamma_{kl} \cos \theta_0) \frac{\sin \gamma_{kl}}{\gamma_{kl}} \right] \quad (15)$$

当阵元间距为半波长时,

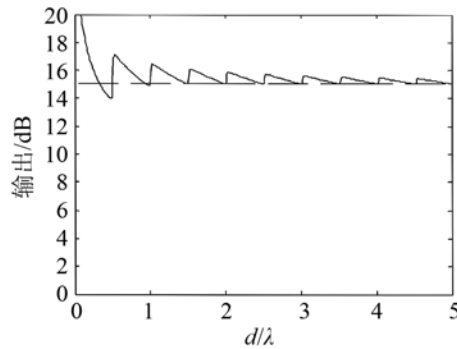
$$G_{\text{noise}} = 10 \lg N \quad (16)$$

图2给出了直线阵噪声增益随 d/λ 变化的曲线。直线阵为 32 元, 信号频率为 100 Hz。其中实线为噪声增益变化情况。

由图2可见, 理想情况直线阵的噪声增益随 d/λ 的增加呈锯齿状起伏变化, 并逐渐趋近于 $10 \lg N$ 。当波束指向 90° 且 $d/\lambda < 0.5$ 时, 噪声增益大于 $10 \lg N$; 当波束指向 10° 且 $0.33 < d/\lambda < 0.5$ 时, 噪声增益小于 $10 \lg N$, 而当 $d/\lambda < 0.33$ 时, 噪声增益大于 $10 \lg N$ 。可以看出噪声增益还与波束指向的角度有关。



(a) 波束指向 90°



(b) 波束指向 10°

图2 直线阵的噪声增益随 d/λ 变化曲线

Fig.2 Noise gain variations with d/λ at the directional angles of 90° and 10°

直线阵的阵增益为信号增益与噪声增益的差, 由式(8)和式(16)可得

$$G_{\text{ideal}} = G_{\text{signal}} - G_{\text{noise}} = 10 \lg N^2 - 10 \lg N = 10 \lg N \quad (17)$$

2 畸变直线阵阵增益计算

直线阵阵形畸变, 一方面使各阵元接收信号的相位差发生变化, 另一方面改变各阵元接收信号的相关性。假设阵元间距改变不影响直线阵接收信号

的相关性, 下面给出了畸变直线阵阵增益的计算方法。

2.1 畸变阵的信号增益

当直线阵阵形处于理想状态时, 阵元坐标精确已知, 有:

$$\delta_k = \frac{2\pi}{\lambda} (X_k \cos \theta - X_k \cos \theta_0),$$

由于阵形畸变, 实际的阵元坐标未知。假设直线阵只在 xoy 平面上发生阵形畸变, 且估计的阵元位置坐标为 (x'_k, y'_k) (如图1所示), 则:

$$\delta_k - \delta'_l = \frac{2\pi}{\lambda} [(x_k - x_l) \cos \theta + (y_k - y_l) \sin \theta] - \frac{2\pi}{\lambda} [(x'_k - x'_l) \cos \theta_0 + (y'_k - y'_l) \sin \theta_0] \quad (18)$$

将式(18)代入式(7), 得畸变直线阵的信号增益为

$$G'_{\text{signal}} = 10 \lg \left\{ N + \sum_{k \neq l} \sum_1^N \cos \left\{ \frac{2\pi}{\lambda} [(x_k - x_l) \cos \theta + (y_k - y_l) \sin \theta - (x'_k - x'_l) \cos \theta_0 - (y'_k - y'_l) \sin \theta_0] \right\} \right\} \quad (19)$$

假设波束指向与信号方向相同, 即 $\theta = \theta_0$, 由式(19)可得:

$$G'_{\text{signal}} = 10 \lg \left\{ N + \sum_{k \neq l} \sum_1^N \cos \left\{ \frac{2\pi}{\lambda} [(x_k - x'_k) - (x_l - x'_l)] \cos \theta_0 + [(y_k - y'_k) - (y_l - y'_l)] \sin \theta_0 \right\} \right\} \quad (20)$$

2.2 畸变阵的噪声增益

与 2.1 节相同, 将式(18)代入式(11), 得畸变直线阵的噪声增益为

$$G'_{\text{noise}} = 10 \lg \left\{ N + \frac{h^2 e^{-\phi^2(1-\rho)}}{2(h^2 + H^2)} \sum_{k \neq l} \sum_1^N \int_0^\pi \cos \left\{ \frac{2\pi}{\lambda} [(x_k - x_l) \cos \theta + (y_k - y_l) \sin \theta - (x'_k - x'_l) \cos \theta_0 - (y'_k - y'_l) \sin \theta_0] \right\} \sin \theta d\theta \right\} \quad (21)$$

当 $\rho=1$ 、 $\phi=0$ 、 $H=0$ 时,

$$G'_{\text{noise}} = 10 \lg \left\{ N + \frac{1}{2} \sum_{k \neq l} \sum_1^N \int_0^\pi \cos \left\{ \frac{2\pi}{\lambda} [(x_k - x_l) \cos \theta + (y_k - y_l) \sin \theta - (x'_k - x'_l) \cos \theta_0 - (y'_k - y'_l) \sin \theta_0] \right\} \sin \theta d\theta \right\} \quad (22)$$

由式(20)、(22)可得畸变直线阵的阵增益为

$$G' = G'_{\text{signal}} - G'_{\text{noise}} = 10 \lg \left\{ N + \sum_{k \neq l} \sum_1^N \cos \left\{ \frac{2\pi}{\lambda} [(x_k - x'_k) - (x_l - x'_l)] \cos \theta_0 + [(y_k - y'_k) - (y_l - y'_l)] \sin \theta_0 \right\} \right\} - 10 \lg \left\{ N + \frac{1}{2} \sum_{k \neq l} \sum_1^N \int_0^\pi \cos \left\{ \frac{2\pi}{\lambda} [(x_k - x_l) \cos \theta + (y_k - y_l) \sin \theta - (x'_k - x'_l) \cos \theta_0 - (y'_k - y'_l) \sin \theta_0] \right\} \sin \theta d\theta \right\} \quad (23)$$

3 圆弧形畸变直线阵阵增益仿真研究

对圆弧形畸变直线阵增益进行仿真研究，分析不同畸变程度对直线阵增益的影响。

仿真条件为：直线阵为 32 元，信号频率为 100 Hz，阵元间距为半波长；直线阵畸变为圆弧形，信号分别从 90°和 26°入射(与 x 轴正向夹角)。仿真中假设：波束精确指向信号入射方向；信号和噪声的幅度响应均方差为 0、相位起伏均方差为 0。

阵元位置均方根偏差 $MSE^{[6]}$ 为

$$MSE = \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [E(x_i') - x_i]^2 + [E(y_i') - y_i]^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (24)$$

研究圆弧形畸变直线阵信号增益、噪声增益和阵增益随 MSE/λ (λ 为波长) 的变化情况。

图 3~5 分别给出了圆弧形畸变直线阵信号增益、噪声增益和阵增益随 MSE/λ 的变化情况。其中图(a)表示的是阵元位置未知，即仍按照直线处理时的增益变化；图(b)表示的是阵元位置精确已知时的增益变化。

由图 3(a)可以看出，理想的信号增益为 $10\log N^2$ ；随着 MSE/λ 的增加，信号增益呈起伏状下降， $MSE/\lambda=0.1$ 时，信号增益下降 0.33 dB；当 $MSE/\lambda < 0.6$ 时，信号入射角越大，信号增益降低越

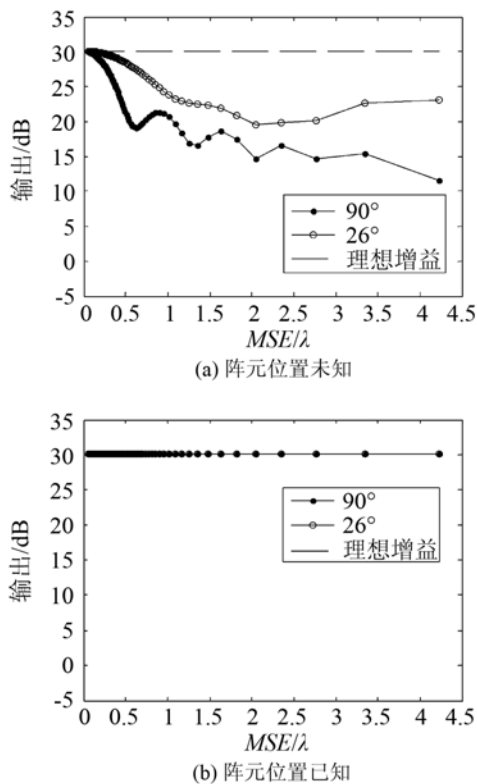


图 3 圆弧形畸变情况直线阵信号增益变化曲线
Fig.3 Signal gain variations as distorting a line array into circle shape

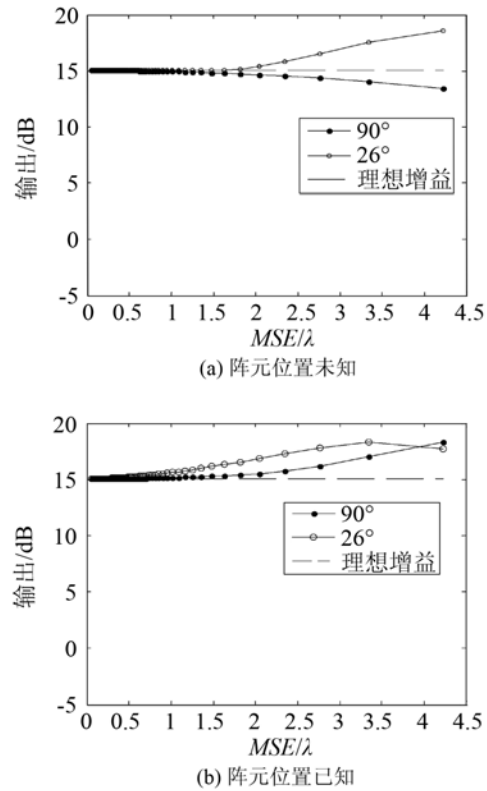


图 4 圆弧形畸变情况直线阵噪声增益变化曲线
Fig.4 Noise gain variations as distorting a line array into circle shape

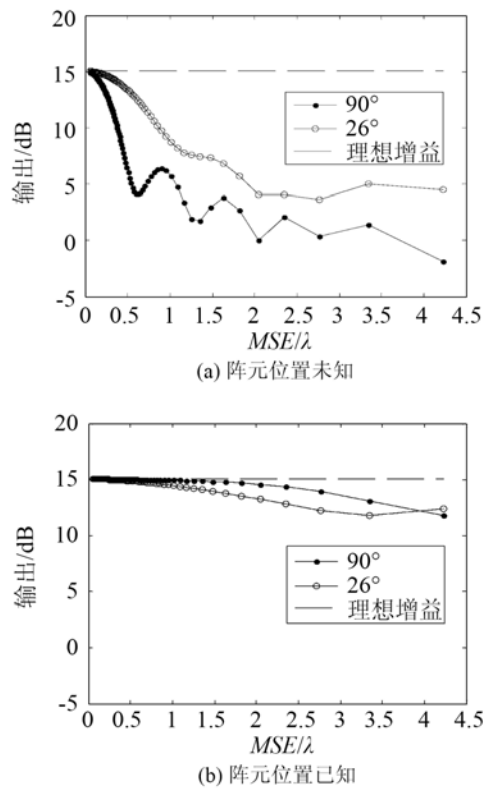


图 5 圆弧形畸变情况直线阵阵增益变化曲线
Fig.5 Array gain variations as distorting a line array into circle shape

多。由图 3(b)可以看出，当阵元位置精确已知时信号增益与入射方向无关，且和理想的信号增益相

同。

由图 4(a)可见,理想的噪声增益为 $10\log N$; 随着 MSE/λ 的增加,不同波束指向的噪声增益变化不同,其中波束指向 90° 时噪声增益减小,小于理想的噪声增益;波束指向 26° 时噪声增益增加,大于理想的噪声增益。由图 4(b)可知,当阵元位置精确已知时,噪声增益随 MSE/λ 的增加呈起伏状变化,且所给出波束指向下噪声增益均大于理想的噪声增益。

由图 5(a)可以看出,理想的阵增益为 $10\log N$; 随着 MSE/λ 的增加,阵增益变化趋势与信号增益变化趋势基本相同,当 $MSE/\lambda=0.1$ 时,阵增益下降约 0.33 dB。由图 5(b)可以看出,阵元位置已知时,由于噪声增益的增加,阵增益随 MSE/λ 的增加而下降,且阵增益下降的大小与波束指向有关。

4 结 论

阵形畸变导致阵元间距发生改变,使直线阵增益显著下降,一方面由于各阵元接收信号的相位差发生变化,另一方面因为各阵元接收信号的相关性改变。本文针对该问题,假设阵形畸变不改变各阵元接收信号的相关性,给出了畸变直线阵信号增益、噪声增益和阵增益的计算方法。仿真分析了直线阵畸变为圆弧形,阵元位置已知/未知、信号入射方向不同时增益的变化情况,得出了以下结论:

(1) 阵元位置未知时,随着 MSE/λ 的增加,信

号增益呈起伏状下降;噪声增益变化与波束指向方向有关;阵增益变化趋势基本与信号增益变化趋势相同。

(2) 阵元位置精确已知时信号增益与入射方向无关,且和理想的信号增益相同;噪声增益随 MSE/λ 的增加呈起伏状变化;阵增益变化趋势与噪声增益变化趋势相反。

本文对阵增益的计算只考虑了直线阵在水平面内发生形变的情况,未考虑垂直面阵形畸变对其的影响。垂直面和三维阵形畸变情况阵增益计算有待进一步开展深入研究。

参 考 文 献

- [1] Harry L Van Trees. Optimum array processing, Part IV of detection, estimation, and modulation theory[M]. A John Wiley & Sons, INC., Publication. 2002.
- [2] 孙超. 水下多传感器阵列信号处理[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2007.
SUN Chao. Underwater multi-sensors array signal processing[M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 2007.
- [3] Kleinberg L I. Array gain for signals and noise having amplitude and phase fluctuations[J]. J. Acoust. Soc. Am, 1980, 67(2): 572-577.
- [4] Richard J Nielsen. Array gain, correlation coefficients, and patch size[J]. J. Acoust. Soc. Am, 1977, 61(1): 60-64.
- [5] Wang H S C. Amplitude shading of sonar transducer arrays[J]. J. Acoust. Soc. Am., 1975, 57(5): 1076-1084.
- [6] 饶伟. 水听器拖曳阵阵形估计方法研究[D]. 西安: 西北工业大学硕士论文, 2007: 28-30.
RAO Wei. Research of estimation methods of hydrophone towed array[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Master Degree Thesis, 2007: 28-30.