

# 一种均匀线阵互耦校正算法

周晓飞<sup>1</sup>, 冯海泓<sup>1</sup>, 黄敏燕<sup>1</sup>, 宋君才<sup>2</sup>

(1. 中国科学院声学研究所东海研究站, 上海 200032; 2. 海军驻上海地区水声导航系统军事代表室, 上海 201108)

**摘要:** 旋转不变子空间(Estimating Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques, ESPRIT)算法是空间谱估计中的典型算法, 但是阵列互耦会严重影响 ESPRIT 算法的测向性能。将均匀线阵划分为冗余阵元和有效中心阵元, 对有效中心阵元利用 ESPRIT 算法估计出校正源方位角, 结合冗余阵元信息估计出互耦系数阵。计算机仿真显示该算法在互耦自由度为 2 或 3 时均有效, 算法还从仿真角度研究了幅度和相位误差对算法性能的影响。该算法校正时只需单个未知方位校正源, 是一种操作简单的均匀线阵互耦校正算法。

**关键词:** 旋转不变子空间; 均匀线阵; 互耦

中图分类号: TB533

文献标识码: A

文章编号: 1000-3630(2016)-03-0270-06

DOI 编码: 10.16300/j.cnki.1000-3630.2016.03.017

## A mutual coupling calibration algorithm for uniform linear array

ZHOU Xiao-fei, FENG Hai-hong, HUANG Min-yan, SONG Jan-cai

(1. Shanghai Acoustics Lab, Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200032, China;

2. Office of Naval Deputation Shanghai, Shanghai 201108, China)

**Abstract:** Estimating signal parameters via rotational invariance techniques (ESPRIT) is a typical spatial spectrum estimation algorithm, but an array of mutual coupling can seriously affect the performance of direction finding of ESPRIT algorithm. The mutual coupling matrix of uniform linear arrays is modeled with a symmetric Toeplitz matrix. According to the freedom of mutual coupling matrix, part of the array elements at the two sides is neglected. DOA is estimated by using ESPRIT algorithm with the remained ones. The algorithm calculates the mutual coupling coefficient matrix with estimated DOA and redundant array elements. A single calibration source is needed in the algorithm. In the end, computer simulations demonstrate the effectiveness of the proposed method and study the performance of algorithm under both amplitude error and phase error existing.

**Key words:** Estimating Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques(ESPRIT); uniform linear array; mutual coupling

## 0 引言

高分辨阵列测向技术由于具有高测向精度、高分辨率等优点得到迅速发展, 已成为国内外广泛关注的前沿课题之一, 在声呐应用中也初见成效<sup>[1-3]</sup>。然而, 在实际工程应用中, 阵列互耦会导致通常的波达方向(Direction Of Arrival, DOA)估计性能严重恶化甚至失效<sup>[4]</sup>。

通过设置方位已知的校正源来估计阵列误差参数是一种常用的方法, 该类方法的阵列误差受校正源方位估计精度的影响较大<sup>[6-7]</sup>。Fabrizio Sellon 和 Albert Serra 提出了一种阵列互耦补偿方法, 该算法对多维搜索过程进行了优化<sup>[8]</sup>。文献[9]提出的多子阵子空间波达方向估计(Multi-subarray Coupling Least Square -Estimating Signal Parameters via

Rotational Invariance Technique, MCLS-ESPRIT)算法, 论证了在去除冗余阵元后的有耦合存在的阵列仍然可以使用 ESPRIT 算法进行 DOA 估计, 该算法能够抑制均匀线阵的互耦影响, 算法受到了许多研究人员的关注<sup>[10-11]</sup>, 文献[12]将此类算法演化为互耦和通道不一致的联合抑制算法, 文献[13]将算法推广为去互耦和解相干同时进行, 文献[14]将算法推广到基于多重信号分类算法(MUltiple SIgnal Classification, MUSIC)的抑制均匀线阵的互耦效应的算法。但该类抑制互耦影响的算法在后续的 DOA 估计中舍弃了冗余阵元数据, 损失了阵列孔径。

本文在文献[9]的基础上结合冗余阵元数据求出耦合系数矩阵从而进行校正, 在 DOA 估计阶段, 对冗余阵元数据加以利用, 提高了测向精度。

## 1 阵列信号模型及问题

### 1.1 理想条件下阵列信号模型和 ESPRIT 算法<sup>[15]</sup>

考虑空间有  $N$  个相互独立的远场窄带信源, 中

收稿日期: 2015-08-16; 修回日期: 2015-10-25

作者简介: 周晓飞(1989—), 男, 江苏南通人, 硕士研究生, 研究方向为水声信号处理。

通讯作者: 冯海泓, E-mail: fhh@mail.ioa.ac.cn

心波长为 $\lambda$ , 波达方向分别为 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N$ , 入射到由 $M$ 个阵元组成的均匀线阵上。阵列相邻阵元间距为 $d$ 并取 $d=\lambda/2$ , 阵列接收到的噪声为独立同分布的加性高斯白噪声。阵列的输出写成矢量形式为

$$\mathbf{X}(t)=\mathbf{A}(\theta)\mathbf{S}(t)+\mathbf{N}(t) \quad (1)$$

其中:  $\mathbf{X}(t)$  为  $M \times 1$  维的阵列输出向量;  $\mathbf{A}(\theta)$  为  $M \times N$  维阵列流型;  $\mathbf{S}(t)$  为  $N \times 1$  维入射信号矢量,  $\mathbf{N}(t)$  为  $M \times 1$  维噪声矢量。

考虑阵列信号模型中的均匀直线阵, 将其划分为两个子阵, 子阵1由前 $M-1$ 个接收阵元组成, 子阵2由后 $M-1$ 个阵元组成, 两个子阵对应的信号导向矢量分别为 $\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2$ , 阵列对应的信号空间 $\mathbf{U}_s$ 的前 $M-1$ 行和后 $M-1$ 行组成信号子空间分别为 $\mathbf{U}_{s1}, \mathbf{U}_{s2}$ , 此时存在一个唯一的非奇异矢量 $\mathbf{T}$ , 得

$$\mathbf{U}_{s1}=\mathbf{A}\mathbf{T} \quad (2)$$

$$\mathbf{U}_{s2}=\mathbf{A}_2\mathbf{T}=\mathbf{A}_1\Phi\mathbf{T} \quad (3)$$

其中

$$\Phi=\text{diag}(e^{j\frac{2\pi d}{\lambda}\sin\theta_1}, e^{j\frac{2\pi d}{\lambda}\sin\theta_2}, \dots, e^{j\frac{2\pi d}{\lambda}\sin\theta_N}) \quad (4)$$

由式(2)、(3)可得

$$\mathbf{U}_{s2}=\mathbf{U}_{s1}\mathbf{T}^{-1}\Phi\mathbf{T} \quad (5)$$

$$\text{令 } \Psi=\mathbf{T}^{-1}\Phi\mathbf{T} \quad (6)$$

式(6)中 $\Psi$ 的特征值组成的对角阵一定是 $\Phi$ , 利用最小二乘法可得

$$\hat{\Psi}=(\mathbf{U}_{s1}^H\mathbf{U}_{s1})^{-1}\mathbf{U}_{s1}^H\mathbf{U}_{s2} \quad (7)$$

利用式(6)、(7)求得 $\hat{\Psi}$ 特征值对角阵即为 $\hat{\Phi}$ , 结合式(4)可以得到信源角度估计。

## 1.2 存在互耦条件下阵列信号模型

在接收阵列存在互耦误差条件下, 设互耦矩阵为 $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{B}$ 与入射角无关, 则接收数据可写为

$$\mathbf{X}(t)=\mathbf{B}\mathbf{A}(\theta)\mathbf{S}(t)+\mathbf{N}(t) \quad (8)$$

对于均匀线阵, 通常可以用一个带状、对称 Toeplitz 矩阵对其互耦矩阵进行建模<sup>[16]</sup>, 并将互耦矩阵用 $\mathbf{B}_{\text{kl}}$ 归一化后得到式(9)。

$$\begin{cases} \mathbf{B}_{q,f}=\mathbf{B}_{l,|q-f|+1}, \\ \mathbf{B}_{l,f}=0, f > h, \\ \mathbf{B}_{1,1}=1 \end{cases} \quad . \quad (9)$$

其中:  $h$  为互耦矩阵的自由度, 它表征均匀线阵互耦矩阵第一行非 0 元素的个数。因此均匀线阵的互耦可以由互耦矩阵 $\mathbf{B}$ 第一行的 $h$ 维矢量唯一表示 $\mathbf{b}=[1, b_1, b_2, \dots, b_{h-1}]$ , 其中 $b_1, b_2, \dots, b_{h-1}$ 称为互耦系数。

重写互耦矩阵 $\mathbf{B}$ , 可得

$$\mathbf{B}=\begin{bmatrix} 1 & b_1 & b_2 & \cdots & b_{h-1} & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ b_1 & 1 & b_1 & \cdots & \cdots & b_{h-1} & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ b_2 & b_1 & 1 & \cdots & \cdots & \cdots & b_{h-1} & 0 & \cdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \cdots & \cdots & \cdots & \ddots & \ddots & \cdots & \cdots & \vdots \\ b_{h-1} & \cdots & b_1 & 1 & b_1 & \cdots & \cdots & b_{h-1} & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & b_{h-1} & \cdots & \cdots & b_1 & 1 & b_1 & \cdots & b_{h-1} & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \cdots & \cdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & 0 & b_{h-1} & \cdots & \cdots & 1 & b_1 & b_2 & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \cdots & 0 & b_{h-1} & \cdots & \cdots & b_1 & 1 & b_1 & \cdots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & b_{h-1} & \cdots & b_2 & b_1 & 1 & b_1 & \cdots & \vdots \end{bmatrix} \quad (10)$$

存在阵列误差时

$$\mathbf{U}_{s1}=\mathbf{B}_1\mathbf{A}_1\mathbf{T} \quad (11)$$

$$\mathbf{U}_{s2}=\mathbf{B}_2\mathbf{A}_2\mathbf{T}=\mathbf{B}_2\mathbf{A}_1\Phi\mathbf{T} \quad (12)$$

$\mathbf{B}_1$ 不恒等于 $\mathbf{B}_2$ , 因此式(5)难以成立, 普通的 ESPRIT 算法失效。

## 2 算法介绍

### 2.1 在互耦条件下估计校正源的方位

设单个远场校正源 $s(t)$ 入射到由 $M$ 个阵元组成的均匀线阵上, 互耦自由度为 $h$ , 设阵元的指向性 $g(\theta)$ 相同, 入射信号表示为

$$s_i(t)=g(\theta)s(t)e^{j(i-1)\phi}, \quad i=1, 2, \dots, M \quad (13)$$

其中

$$\phi=kd \sin \theta \quad (14)$$

式(14)中:  $k$  是波数;  $d$  是相邻阵元的间距;  $\theta$  是声波入射角;  $\phi$  代表相邻阵元数据之间的相位差。

阵列输出矢量写成 $\mathbf{X}=[x_1, x_2, \dots, x_M]$ , 将阵列的首尾各 $h-1$ 个阵元作为冗余阵元, 并记前 $h-1$ 个冗余阵元输出为 $\mathbf{X}_{\text{first}}$ , 后 $h-1$ 个冗余阵元输出为 $\mathbf{X}_{\text{last}}$ , 中间的 $M-2h+2$ 个阵元称为中间有效阵元, 中间有效阵元输出记为 $\mathbf{X}_{\text{middle}}$ , 则

$$\mathbf{X}_{\text{first}}=[x_1, x_2, \dots, x_{h-1}]^T \quad (15)$$

$$\mathbf{X}_{\text{middle}}=[x_h, x_{h+1}, \dots, x_{M-h+2}]^T \quad (16)$$

$$\mathbf{X}_{\text{last}}=[x_{M-h+2}, x_2, \dots, x_M]^T \quad (17)$$

而

$$\mathbf{B}_{\text{middle}}=\begin{bmatrix} b_{h-1} & \cdots & \cdots & b_1 & 1 & b_1 & \cdots & \cdots & b_{h-1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & b_{h-1} & \cdots & \cdots & b_1 & 1 & b_1 & \cdots & \cdots & b_{h-1} \end{bmatrix} \quad (18)$$

此时有

$$\mathbf{X}_{\text{middle}}=\mathbf{B}_{\text{middle}}\mathbf{A}(\theta)\mathbf{S}+\mathbf{N}_{\text{middle}} \quad (19)$$

此时, 中间有效阵元中取前 $M-2h+1$ 个阵元组成子阵3, 后 $M-2h+1$ 个阵元组成子阵4,  $\mathbf{N}_{\text{middle}}$ 代

表中间有效阵元对应的噪声，维度是  $M-2h+2$ ， $\mathbf{B}_{\text{middle}}$  是互耦矩阵的中间部分，其维度是  $(M-2h+2) \times M$ 。子阵 3 和子阵 4 形成的信号子空间分别记为  $\mathbf{U}_{S_3}$  和  $\mathbf{U}_{S_4}$ ，则式(11)和式(12)可表示为

$$\mathbf{U}_{S_3} = \mathbf{B}_{\text{middle}} \mathbf{A}_3 \mathbf{T} \quad (20)$$

$$\mathbf{U}_{S_4} = \mathbf{B}_{\text{middle}} \mathbf{A}_4 \mathbf{T} = \mathbf{B}_{\text{middle}} \mathbf{A}_3 \boldsymbol{\Phi} \mathbf{T} \quad (21)$$

此时，类似没有耦合情况下的式(2)和式(3)，子阵 3 和子阵 4 形成的信号子空间  $\mathbf{U}_{S_3}$  和  $\mathbf{U}_{S_4}$  相差一个旋转因子，因此，在有耦合情况下，中间有效阵元数据  $\mathbf{X}_{\text{middle}}$  可以运用 ESPRIT 算法得到

$$\hat{\boldsymbol{\Psi}}_{\text{middle}} = (\mathbf{U}_{S_3}^H \mathbf{U}_{S_3})^{-1} \mathbf{U}_{S_3}^H \mathbf{U}_{S_4} \quad (22)$$

由式(22)求得  $\hat{\boldsymbol{\Psi}}_{\text{middle}}$  特征值对角阵即为  $\hat{\boldsymbol{\Phi}}_{\text{middle}}$ ，

结合式(4)可以得到校正源的角度估计为  $\hat{\theta}$ 。

## 2.2 耦合系数的估计

暂不考虑噪声的情况下，式(8)可表示为

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{B}(\theta) \mathbf{S}(t) \quad (23)$$

为了书写方便，变量  $t$  均省去。

当  $h=2$  时，由式(13)可得

$$x_1 = s_1 + b_1 s_2 \quad (24)$$

$$x_2 = s_2 + b_1 s_1 + b_1 s_3 \quad (25)$$

由式(14)可得

$$s_2 = s_1 e^{j\varphi} \quad (26)$$

$$s_3 = s_1 e^{j2\varphi} \quad (27)$$

由式(24)、(25)、(26)、(27)可得

$$b_1 = \frac{x_2 - x_1 e^{j\varphi}}{x_1 + x_1 e^{j2\varphi} - x_2 e^{j\varphi}} \quad (28)$$

由式(14)和校正源方位角估计值  $\hat{\theta}$ ，可得

$$\hat{\phi} = kd \sin \hat{\theta} \quad (29)$$

则由式(28)、式(29)可得

$$\hat{b}_1 = \frac{x_2 - x_1 e^{jkd \sin \hat{\theta}}}{x_1 + x_1 e^{j2kd \sin \hat{\theta}} - x_2 e^{jkd \sin \hat{\theta}}} \quad (30)$$

上面只考虑了互耦自由度为 2 时的情形，下面将算法推广到自由度大于 2 的情况。

当  $h>2$  时，前面  $h-1$  个冗余阵元输出可表示为

$$\mathbf{X}_{\text{first}} = \mathbf{B}_{\text{first}} \mathbf{A}(\theta) \mathbf{S} \quad (31)$$

与  $\mathbf{B}_{\text{middle}}$  类似， $\mathbf{B}_{\text{first}}$  代表  $\mathbf{B}$  的前  $h-1$  行形成的矩阵。第  $h$  个阵元输出可表示为

$$\begin{aligned} x_h &= b_{h-1} s_1 + b_{h-2} s_2 + \cdots + b_1 s_{h-1} + \\ &\quad s_h + b_1 s_{h+1} + b_2 s_{h+2} + \cdots + b_{h-1} s_{2h-1} \end{aligned} \quad (32)$$

同时，由式(13)可得

$$s_k = s_1 e^{j(k+1)\varphi}, k=2, 3, \dots, 2h-1 \quad (33)$$

将式(14)、(31)、(32)、(33)组成方程组  $G$ 。

由于方程组  $G$  中含有  $3h-2$  个方程，这些方程

都是线性的，且任意一个方程不能由其他方程表示，未知变量有  $s_1, s_2, \dots, s_{2h-1}, b_1, b_2, \dots, b_{h-1}$ ，即未知变量有  $3h-2$  个，所以方程  $G$  有唯一解。

因此  $\mathbf{b} = [1, b_1, b_2, \dots, b_{h-1}]$  可以由  $\hat{\theta}$  唯一表示。

由于上面讨论都没有考虑噪声的影响，因此是不符合实际的。假设噪声为零均值高斯白噪声，因此可以对系数估计值进行  $K$  次测量取平均值，则

$$\bar{b}_f = 1/K \sum_{i=1}^K \hat{b}_{fi}, \quad f=1, 2, \dots, h-1 \quad (34)$$

$K$  称为测量次数，其取值根据实际工程要求，使得存在某个阈值  $T$ ，对任意正整数  $Z$  存在

$$\bar{b}_f(K+Z) - \bar{b}_f(K) \leq T \quad (35)$$

其中  $\bar{b}_f(K+Z)$  代表进行  $(K+Z)$  次测量取平均值， $\bar{b}_f(K)$  代表进行  $K$  次测量取平均值。

## 2.3 利用 ESPRIT 算法结合耦合系数矩阵估计目标方位

用 2.2 中得到的  $\bar{b}_f$  代替式(10)中的  $b_f$ ，则可得  $\hat{\mathbf{B}}$  如式(36)所示，对获得的接收阵包括冗余阵元数据左乘  $\hat{\mathbf{B}}^{-1}$  后，整体运用 ESPRIT 算法可以得到目标方位最终的入射角估计值。

$$\hat{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} 1 & \bar{b}_1 & \bar{b}_2 & \cdots & \bar{b}_{h-1} & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ \bar{b}_1 & 1 & \bar{b}_1 & \cdots & \cdots & \bar{b}_{h-1} & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ \bar{b}_2 & \bar{b}_1 & 1 & \cdots & \cdots & \cdots & \bar{b}_{h-1} & 0 & \cdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{b}_{h-1} & \cdots & \cdots & \bar{b}_1 & 1 & \bar{b}_1 & \cdots & \cdots & \bar{b}_{h-1} & \cdots & \vdots \\ 0 & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \bar{b}_{h-1} & \cdots & \cdots & \bar{b}_1 & 1 & \bar{b}_1 & \cdots & \bar{b}_{h-1} & \cdots \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \cdots & 0 & \bar{b}_{h-1} & \cdots & \cdots & \cdots & 1 & \bar{b}_1 & \bar{b}_2 \\ \vdots & \cdots & \cdots & 0 & \bar{b}_{h-1} & \cdots & \cdots & \bar{b}_1 & 1 & \bar{b}_1 \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & \bar{b}_{h-1} & \cdots & \bar{b}_2 & \bar{b}_1 & 1 & \end{bmatrix} \quad (36)$$

## 3 仿真性能分析

假设接收阵列为 12 元均匀线阵，阵元间距为半波长，噪声为零均值高斯白噪声，现有一个远场校正源。由于文献[9]中的 MCLS-ESPRIT 算法是经典的抑制互耦影响的算法，因此仿真中将本文算法、有互耦未校正的 ESPRIT 算法和 MCLS-ESPRIT 算法进行比较，其中 MCLS-ESPRIT 算法取子阵数目为 2。

初始仿真条件为：信号中心频率  $f=150$  kHz，采样率  $f_s=900$  kHz，快拍数为 100，信噪比为 10 dB，测量次数  $K$  取 500，校正源入射角为 30°，

互耦自由度初始值为3，互耦系数初始值 $b_1$ 、 $b_2$ 为 $b_1=0.8+0.3i$ , $b_2=0.5+0.5i$ 。

仿真一：对比有耦合存在没有校正情况下使用ESPRIT算法、MCLS-ESPRIT算法和本文算法测角精度的统计结果，同时比较互耦自由度不同时算法的有效性。

当互耦自由度为2，互耦系数 $b_1=0.3464+0.2000i$ 时，其它参数沿用初始仿真条件，图1反映了此种情况下三种不同算法入射角估计的均方根误差。当互耦自由度为3，互耦系数 $b_1=0.3464+0.2000i$ 、 $b_2=0.0405+0.0294i$ 时，其它仿真条件与初始仿真条件相同，图2反映了此种情况下，三种不同算法入射角估计均方根误差。表1和表2展示了互耦自由度为2和3时互耦系数的估计值和理论值。

从图1和图2可以看出，MCLS-ESPRIT算法和本文文中提出的算法在均方根误差方面明显优于

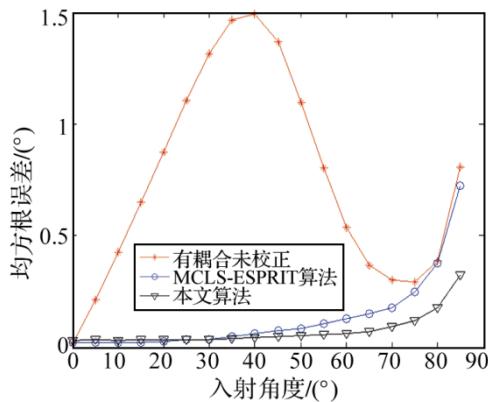


图1 互相耦合自由度为2时三种不同算法入射角估计均方根误差  
Fig.1 RMSE of the DOA estimates obtained by three different methods versus incident angle. The coupling coefficient between any two adjacent sensors is  $0.3464+0.2000i$ . The coupling coefficient for any nonadjacent sensors is assumed to be zero

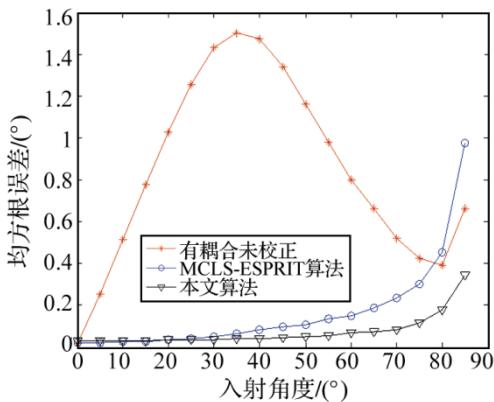


图2 互相耦合自由度为3时三种不同算法入射角估计均方根误差  
Fig.2 RMSE of the DOA estimates obtained by three different methods versus incident angle. The coupling coefficient between any two adjacent sensors is  $0.3464+0.2000i$ , and it is assumed to be equal to  $0.0405+0.0294i$  for sensors that are two apart

没有校正直接使用ESPRIT算法的原始算法，同时，当入射角大于 $30^\circ$ 后，本文算法的均方根误差小于MCLS-ESPRIT算法，表明了本文算法的有效性。

表1 互耦自由度为2时互耦系数估计值和理论值  
Table 1 Assumed coupling coefficients compared with estimated one when  $h$  equals to 2

| 互耦系数 | $b_1$ 实部 | $b_1$ 虚部 |
|------|----------|----------|
| 真实值  | 0.3464   | 0.2000   |
| 估计值  | 0.3463   | 0.2002   |

表2 互耦自由度为3时互耦系数估计值和理论值  
Table 2 Assumed coupling coefficients compared with estimated one when  $h$  equals to 3

| 互耦系数 | $b_1$ 实部 | $b_1$ 虚部 | $B_2$ 实部 | $B_2$ 虚部 |
|------|----------|----------|----------|----------|
| 真实值  | 0.3464   | 0.2000   | 0.0405   | 0.0294   |
| 估计值  | 0.3463   | 0.2000   | 0.0398   | 0.0292   |

仿真二：考虑幅度和相位误差对互耦系数估计的影响。仿真条件沿用初始仿真条件，图3为阵元仅存在幅度误差下互耦矩阵系数估计偏差随幅度相对误差变化的曲线，图4为仅存在相位误差下互耦矩阵系数估计偏差随相位误差变化曲线。图5和

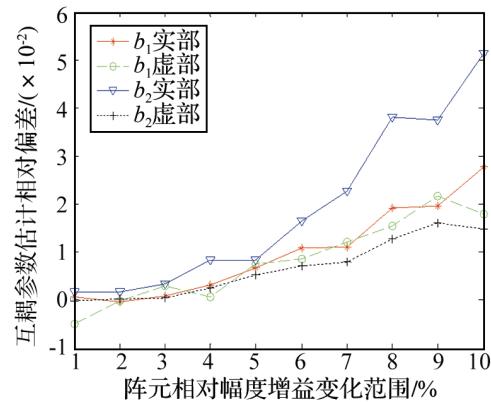


图3 互耦系数估计相对偏差随幅度相对误差变化曲线  
Fig.3 The relative deviations of estimated coupling coefficients versus relative amplitude error

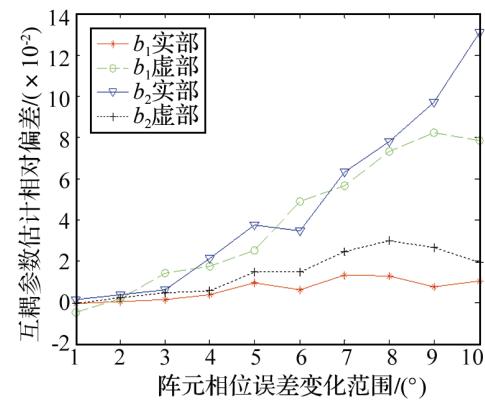


图4 互耦系数估计相对偏差随相位误差变化曲线  
Fig.4 The relative deviations of estimated coupling coefficients versus phase error

图 6 分别是幅度误差 $\pm 5\%$ 下和相位误差 $\pm 5^\circ$ 三种策略下入射角估计均方根误差。

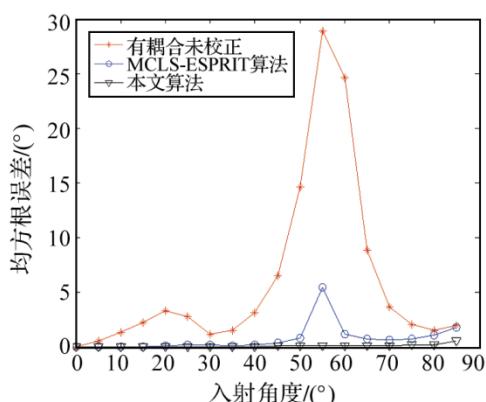


图 5 幅度误差 $\pm 5\%$ 时，三种不同算法入射角估计均方根误差  
Fig.5 RMSE of the DOA estimates obtained by three different methods versus incident angle under  $\pm 5\%$  relative amplitude error

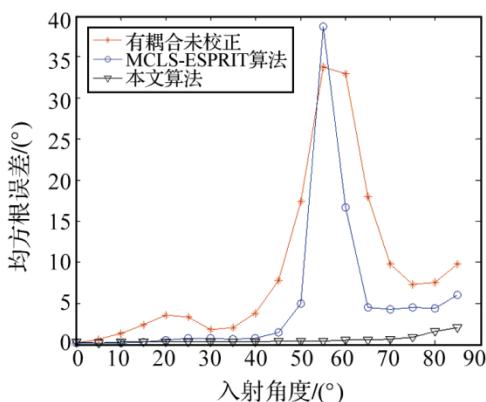


图 6 相位误差 $\pm 5^\circ$ 时，三种不同算法入射角估计均方根误差  
Fig.6 RMSE of the DOA estimates obtained by three different methods versus incident angle under  $\pm 5^\circ$  phase error

从图 3 可以看出，幅度误差在 $\pm 5\%$ 以内可以保证互耦参数估计相对偏差在 5% 以内；从图 4 可以看出，相位误差控制在 $\pm 5^\circ$  以内可以保证互耦参数估计相对偏差在 5% 以内。观察图 5 和图 6 可以发现，幅度误差 $\pm 5\%$ 和相位误差 $\pm 5^\circ$ 下，本文算法入射角估计均方根误差仍然小于 MCLS-ESPRIT 算法，所以在这种情况下，算法仍然有效。

仿真三：考虑校正源方位未知且处在缓慢无规则运动时对互耦参数估计的影响。实际工程中，校正时校正源方位与均匀线阵的相对位置可能受到外部环境的影响而改变，所以有必要对校正源移动给算法带来的影响进行仿真。仿真中只改变校正源方位，其它仿真条件参考初始仿真条件。表 3 列出了仿真的校正源静止和校正源随机运动下得到的互耦系数，图 7 则展示了校正源静止与随机运动下目标源入射角估计均方根误差。

表 3 校正源静止与运动情况下互耦系数估计值  
Table 3 Estimated coupling coefficients obtained in the condition of static calibration source compared with the ones in moving source condition

| 互耦系数  | $b_1$            | $b_2$            |
|-------|------------------|------------------|
| 真实值   | $0.8000+0.3000i$ | $0.5000+0.5000i$ |
| 静止估计值 | $0.7994+0.3006i$ | $0.4996+0.4995i$ |
| 运动估计值 | $0.8002+0.2997i$ | $0.5005+0.5002i$ |

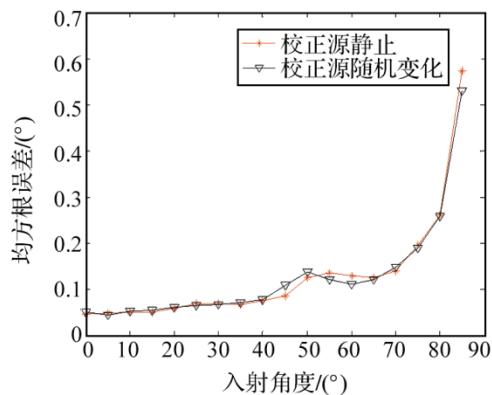


图 7 校正源静止与随机运动下目标源入射角估计均方根误差  
Fig.7 RMSE of the DOA estimates obtained in the condition of static calibration source compared with the one in moving source condition

从表 3 以及图 7 可以看出，校正源方位的移动不会影响算法，因此实际校正时不需考虑校正源的初始方位，也不需要考虑校正源移动给算法带来的影响。

仿真四：考虑信噪比(SNR)<sup>[9]</sup>、快拍数( $K$ )<sup>[9]</sup>和多次测量次数  $N_c$  对互耦系数的影响。改变初始仿真条件中信噪比时，互耦系数估计值与理论值的绝对偏差与信噪比的关系如图 8 所示。多次测量次数  $K$  为 170，并改变快拍数，其它仿真条件与初始仿真条件相同，互耦系数估计值与理论值的绝对偏差与快拍数的关系如图 9 所示。改变初始仿真条件中的多次测量次数，图 10 中是互耦系数估计值与理论值的绝对偏差与多次测量次数  $K$  的关系曲线图。

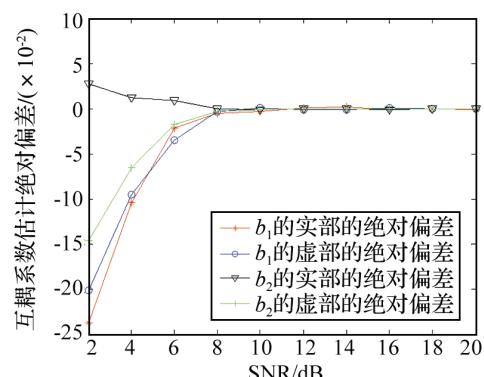


图 8 互耦系数估计绝对偏差与信噪比的关系  
Fig.8 The absolute deviations of estimated coupling coefficients versus SNR

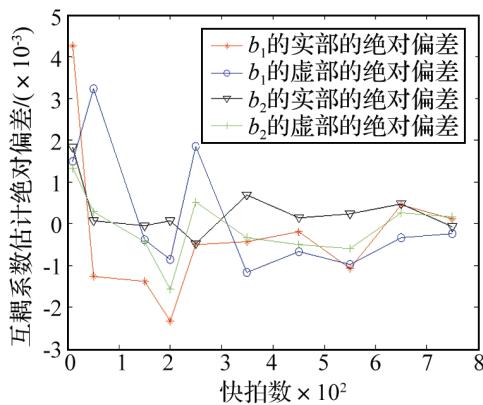


图 9 互耦系数估计绝对偏差与快拍数的关系

Fig.9 The absolute deviations of estimated coupling coefficients versus snapshots

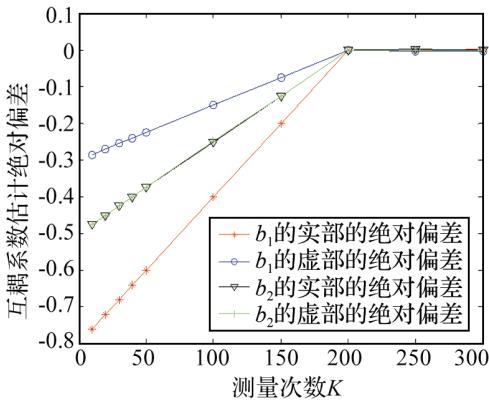


图 10 互耦系数估计绝对偏差与测量次数的关系

Fig.10 The absolute deviations of estimated coupling coefficients versus the number of experiments

从仿真结果可知，本文算法互耦系数的估计误差随着信噪比的增加、快拍数的增多和测量次数  $K$  的增加而减小。

## 4 结 论

本文利用冗余阵元估计出耦合系数。将整体阵元(包含冗余阵元)利用耦合系数矩阵校正后，得到最终估计的目标方位角。在本文的仿真条件下，文中的性能要优于文献[9]中 MCLS-ESPRIT 算法的性能。同时，当分别存在幅度误差小于 5% 和相位误差小于 5°时，运用本文算法求出的互耦系数校正后进行 DOA 估计的均方根误差仍然小于运用 MCLS-ESPRIT 算法的均方根误差，所以在这种情况下，算法仍然有效。

## 参 考 文 献

- [1] 李海森, 李珊, 周天. 基于空间平滑的多波束测深声呐相干分布源方位估计[J]. 振动与冲击, 2014, 33(4): 138-142  
LI Haisen, LI Shan, ZHOU Tian. DOA estimation based on spa-

tial smoothing for multi-beam bathymetric sonar coherent distributed sources [J]. Journal of Vibration and Shock, 2014; 33(4): 138-142.

- [2] ZHU Weiqing, ZHU Min, LIU Xiaodong, et al. High resolution bathymetric sidescan sonar[C]//OCEN'S 02, IEEE/MTS, Biloxi, Mississippi, USA, 223-227.
- [3] Kraeutner P H, Bird J S. Principal components array processing for swath acoustic mapping[C]//OCEN'S97, MTS/IEEE, Halifax, Canada, 1246-1255.
- [4] Anthony J. Weiss, Benjamin Friedlander. Mutual coupling effects on phase-only direction finding[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1992, 40(5): 535-541.
- [5] 王莎. 阵列天线去耦合网络的设计[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2013.  
WANG Sha. Design of decoupling network or antenna array[D]. Xi'an: Xidian University, 2013.
- [6] See C M S. Sensor array calibration in the presence of mutual coupling and unknown sensor gains and phases [J]. Electronics Letters, 1994, 30(5):373-374.
- [7] Jaffer A G. Constrained mutual coupling estimation for array calibration[C]//Proceeding of the 35th Asilomar Conference on Signal, Systems and Computers, 2001, 1273-1277.
- [8] Fabrizio Sellon, Albert Serra. A novel mutual coupling compensation algorithm for uniform and linear arrays[J]. IEEE Transaction on Signal Processing, 2007, 55(2): 560-573.
- [9] 朱维庆, 刘晓东, 张东升, 等. 多子阵子空间拟合波达方向估计[J]. 声学学报, 2006, 31(2): 121-125  
ZHU Weiqing, LIU Xiaodong, ZHANG Dongsheng, et al. Estimating the directions of arrival based on multi-subarray subspace fitting[J]. Acta Acustica, 2006, 31(2): 121-125.
- [10] Ye Z, Liu C. 2-D DOA estimation in the presence of coupling[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2008, 56(10): 3150-3158.
- [11] 张旭东, 刘章孟, 黄知涛, 等. 阵列互耦条件下运动目标角度跟踪方法研究[J]. 国防科技大学学报, 2010, 32(5): 86-91.  
ZHANG Xudong, LIU Zhangmeng, HUANG Zhitao, et al. Direction tracking of maneuvering targets with mutually coupled antenna array[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2010, 32(5): 86-91.
- [12] 王凌, 刘坚强, 李国林, 等. 用旋转不变技术实现互耦和通道不一致的联合抑制[J]. 西安电子科技大学学报: 自然科学版, 2014, 41(1): 182-188.  
WANG Ling, LIU Jianqiang, LI Guolin, et al. Joint calibration algorithm in the presence of mutual coupling and channel discord via rotational in variance techniques[J]. Journal of Xidian University: Natural Science, 2014, 41(1): 182-188.
- [13] 李新潮, 沈堤, 郭艺琴. 阵列互耦条件下相干信源 DOA 估计算法研究[J]. 舰船电子对抗, 2010, 33(6): 109-113.  
LI Xinchao, SHEN Di, GUO Yiduo. Research into DOA estimation algorithm of coherent signal source under the condition of array mutual coupling[J]. Shipboard Electronic Countermeasure, 2010, 33(6): 109-113.
- [14] YE Zhongfu, LIU Chao. On the resiliency of MUSIC direction finding against antenna sensor coupling [J]. IEEE Transaction on Antennas and Propagation, 2008, 56(2): 371-380.
- [15] 王永良, 陈辉, 彭应宁, 等. 空间谱估计理论与算法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.  
WANG YongLiang, CHEN Hui, PENG Yingning, et al. Spatial spectrum estimation theory and algorithm[M]. Beijing: Tsinghua University Publishing House, 2004.
- [16] Friedlander B, Weiss A J. Direction finding in the presence of mutual coupling[J], IEEE Transaction on Antennas and Propagation, 1991, 39(3): 273-284.