

一种采用相位补偿的线谱相干检测器

张文杰, 彭承彦, 孟洲

(国防科学技术大学海洋科学与工程研究院, 湖南长沙 410073)

摘要: 分析了加窗和实信号情况下相干线谱检测器的检测性能。从频谱泄漏现象出发, 通过对实信号做加窗处理, 有效地降低了信号傅里叶变换后频谱泄漏的旁瓣级, 提升了弱信号的探测能力; 针对分段处理时同一频率不同数据段出现的相位差, 采用相位补偿的方法, 实现了各段数据的相干叠加。理论分析和计算机仿真表明, 相比于平均功率谱检测器(Average Power Processor, AVGPR), 加窗相位补偿检测器(Window Phase-Compensated Processor, WPCPR)有 $10 \lg L$ (L 为分段数)信噪比的提高, 从而拓宽了相干线谱检测的适用范围。此外, 还从频域波束形成的角度, 给出了 WPCPR 能提高信噪比的一种物理解释, 并指出了仿真中信噪比增益与理论值存在差异的原因。

关键词: 频谱泄漏; 平均功率谱检测器; 加窗相位补偿检测器; 信噪比增益

中图分类号: B845.2 Q62

文献标识码: A

文章编号: 1000-3630(2016)-05-0458-05

DOI 编码: 10.16300/j.cnki.1000-3630.2016.05.013

A coherent tonal detector using phase compensation

ZHANG Wen-jie, PENG Cheng-yan, MENG Zhou

(Marine Science and Engineering Research Institute, National University of Defense Technology, Changsha 410073, Hu'nan, China)

Abstract: This paper analyzes the detection performance of the coherent line-spectrum detector when the input data is real and windowed. Starting with spectral leakage, the method proposed in this paper effectively reduces the sidelobe level of leakage and hence improves the detection performance of weak real signals through windowing. Phase difference between segments of data at the same frequency is correspondingly compensated, which results in the coherent integration of data. Considering the situation of windowing and real-data, theoretical analysis and simulation show that the Window Phase-Compensated Processor (WPCPR) of this paper can gain $10 \lg L$ (L is the number of segments) more signal-to-noise ratio (SNR) when compared with the Average Power Processor (AVGPR), thus widening the scope of coherent line-spectrum detection. Furthermore, this paper gives a physical interpretation of the new method from the perspective of frequency domain beamforming and points out the reason why the SNR improvement is not good as predicted.

Key words: spectrum leakage; Average Power Processor (AVGPR); Window Phase-Compensated Processor (WPCPR); Signal Noise Ratio (SNR) gain

0 引言

在复杂多变的海洋环境噪声中检测出目标信号是衡量声呐效能的一个重要指标, 该领域的研究受到了国内外学者持续而广泛的关注。对水面、水下舰船, 其机械振动或螺旋桨旋转产生的噪声在频谱图上表现为“线”状的谱线, 这些谱线不仅传播距离远, 而且表征了诸如航速、螺旋桨叶片数等一系列的目标特征, 是被动目标检测领域的一个重要的关注点^[1]。平均功率谱检测器(Average Power

Processor, AVGPR)通过对接收数据的功率谱信息进行平均, 降低了目标信号的波动, 提高了信噪比, 是一种广泛应用的信号检测方法。

基于该原理的 LOFAR(Low Frequency Analysis and Recording)处理技术, 是被动声呐信号处理中的首要方法^[2]。有限长度的傅里叶变换可能会引起频谱泄漏, 使得强度较小的谱线被邻近的强谱线遮盖, 丢失了相应的目标信息。

为了解决该问题, 陈韶华等^[3]提出了一种基于复信号的相干检测器, 该检测器通过对同频点、不同数据段的谱线做相位补偿再求平均, 提高了信号的检测性能。

本文针对实信号的情况做了相应的分析, 并考虑加窗函数的影响。理论及仿真分析表明, 此种条件下, 相干检测器的检测性能依然有所提高。

收稿日期: 2016-03-23; 修回日期: 2016-07-08

作者简介: 张文杰(1990—), 男, 山西昔阳人, 硕士研究生, 研究方向为水声信号处理。

通讯作者: 彭承彦, E-mail: pengchengyan@nudt.edu.cn

1 理论模型

1.1 信号模型

信号检测问题通常被描述成一个二元假设检验问题^[4]：

$$\begin{aligned} H_0: x(n) &= g(n) \\ H_1: x(n) &= s(n) + g(n) \end{aligned} \quad (1)$$

其中： $s(n) = A \cos(\omega_0 n + \varphi)$ ， ω_0 是角频率， φ 是初始相位， φ 服从 $(0, 2\pi)$ 上均匀分布； $g(n)$ 是均值为 0、方差为 σ_g^2 的平稳加性高斯分布，即 $g(n) \sim N(0, \sigma_g^2)$ 。

对 $x(n)$ 进行分段处理，考虑最简单的情况，假设各段之间不重叠，那么 $x(n)$ 可以表示为

$$x_l(n) = x(l^*N + n) \quad (2)$$

其中， $l=0, \dots, L-1$ ， $n=0, \dots, N-1$ ， L 为分段数， N 为每段数据的长度^[5]。 N 的取值一般为 2 的整数次幂，这样做的目的是便于进行傅里叶变换；其次， N 的取值还取决于实际工程要求的频率分辨率。假定数据总长为 Q ，则 $L=Q/N$ 。

根据式(2)，式(1)可改写成如下形式：

$$\begin{aligned} H_0: x_l(n) &= g_l(n) \\ H_1: x_l(n) &= s_l(n) + g_l(n) \end{aligned}$$

对 $x_l(n)$ 作离散傅里叶变换 (Discrete Fourier Transform, DFT) 可得：

$$X_l(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x_l(n) w(n) \exp(-jk \frac{2\pi}{N} n) \quad (3)$$

其中， $k=0, \dots, N-1$ ， $w(n)$ 为窗函数。

1.2 频谱泄漏

单频信号经有限长度的离散傅里叶变换后，得到的频谱可能不是单一的谱线，而是扩散至一个频段，这种现象称为“频谱泄漏”。频谱泄漏来源于傅里叶变换的数据长度不等于整数倍单频信号的周期。如果接收信号中存在另一个强度很小的单频信号，并且该单频信号的频率落在泄漏频段内，则该弱信号将会被淹没，以致不能被检测到。

加窗是解决频谱泄漏的一种方法，它通过降低频谱泄漏的旁瓣级，以提高对弱信号的发现能力。

对频率为 $\omega_0 = 2\pi(k_0/N + \Delta)$ (k_0 为自然数， Δ 表示信号真实频率与 FFT 表示的频率之间的差值，且 $|\Delta| \leq 1/2$) 的信号 $s_l(n)$ ，由欧拉公式可得：

$$\begin{aligned} s_l(n) &= \frac{A}{2} \left[e^{j2\pi(\frac{k_0}{N} + \Delta)(n+1N) + j\phi} + e^{-j2\pi(\frac{k_0}{N} + \Delta)(n+1N) - j\phi} \right] = \\ &= s_l^1(n) + s_l^2(n) \end{aligned} \quad (4)$$

对式(4)作加窗 DFT，可得：

$$S_l(k) = S_l^1(k) + S_l^2(k) \quad (5)$$

其中：

$$\begin{aligned} S_l^1(k) &= \frac{A}{2} e^{j\phi} e^{j2\pi(\frac{k_0}{N} + \Delta)lN} W(k - k_0 - \Delta N) \\ S_l^2(k) &= \frac{A}{2} e^{-j\phi} e^{-j2\pi(\frac{k_0}{N} + \Delta)lN} W(k + k_0 + \Delta N) \end{aligned}$$

分别为 $s_l^1(n)$ 和 $s_l^2(n)$ 的傅里叶变换， $W(\cdot)$ 是 $w(\cdot)$ 的傅里叶变换。

对 $g_l(n)$ 作 DFT 可得：

$$G_l(k) = \sum_{n=0}^{N-1} g_l(n) w(n) \exp(-jk \frac{2\pi}{N} n) \quad (6)$$

易知 $E[G_l(k)] = 0$ ，且

$$\text{Var}[G_l(k)] = \sigma_g^2 \sum_{n=0}^{N-1} w^2(n) \quad (7)$$

式(7)中，利用了 $E[g_l(m)g_l(n)] = \sigma_g^2 \delta(m-n)$ 。其中 $E[\cdot]$ 代表期望运算， $\text{Var}[\cdot]$ 代表方差运算。

令 $\sigma^2 = \sigma_g^2 \sum_{n=0}^{N-1} w^2(n)$ ，则由式(6)、式(7)得：

$$G_l(k) \sim N(0, \sigma^2) \quad (8)$$

类似于上述推导，我们可以得到：

$$E[X_m(k)X_n(k)] = E[X_m(k)]E[X_n(k)] \quad (9)$$

其中， $m, n=0, \dots, L-1$ 且 $m \neq n$ ^[5-6]。

由于高斯变量的线性加权和仍是高斯变量，因此式(9)中 $X_m(k)$ 与 $X_n(k)$ 的不相关意味着它们也是相互独立的。

接收信号在 $k=k_0$ 处的谱线 $S_l(k_0)$ 是

$$S_l^1(k_0) = \frac{A}{2} e^{j\phi} e^{j2\pi k_0 l} \cdot W(-\Delta N) \cdot e^{j2\pi \Delta N l} \quad (10)$$

$$S_l^2(k_0) = \frac{A}{2} e^{-j\phi} e^{-j2\pi k_0 l} \cdot W(2k_0 + \Delta N) \cdot e^{-j2\pi \Delta N l} \quad (11)$$

的叠加，显然 $S_l^1(k_0)$ 和 $S_l^2(k_0)$ 是角频率分别为 ω_0 和 $-\omega_0$ 的复单频信号在离散频率 k_0 处的谱线^[7]；当 k_0 不是很小时，有 $|W(2k_0 + \Delta N)| \ll |W(-\Delta N)|$ ，因此，可认为 $S_l(k_0) \approx S_l^1(k_0)$ ，于是可得

$$\begin{aligned} H_1: X_l(k_0) &= S_l^1(k_0) + G_l(k_0) \\ H_0: X_l(k) &= G_l(k) \end{aligned} \quad (12)$$

式(12)两边同时乘 $e^{-j2\pi k l}$ ，得到有信号和无信号时 $Y_l(k)$ 的分布如下：

$$Y_l(k) \sim \begin{cases} N(\mu_l, \sigma_g^2), & k = k_0 \\ N(0, \sigma_g^2), & k \neq k_0 \end{cases} \quad (13)$$

其中， $\mu_l = \frac{A}{2} e^{j\phi} e^{j2\pi \Delta N l} \cdot W(-\Delta N)$ 。

1.3 参数估计和相位补偿

由式(13)可以看出，由于 Δ 的影响，不同数据段同一频率处信号被引入了不同的相位信息，这些相位信息会影响信号检测的性能，因此需要对其进行估计。本文采用文献[4]中给出的估计方法，即

$$\hat{\Delta} = \frac{k_{\max}}{MN} \tag{14}$$

其中, $\hat{\Delta}$ 代表 Δ 的估计值, k_{\max} 为对同一频点不同分段进行频谱分析(傅里叶变换)所得峰值对应的频点, M 为本次傅里叶变换的长度。

将式(13)两边同时乘以 $e^{-j2\pi\Delta N}$ 作相位补偿, 得到:

$$y_i(k) \sim \begin{cases} N(0, \sigma^2), & k \neq k_0 \\ N(\frac{A}{2} e^{j\phi} W(-\Delta N), \sigma^2), & k = k_0 \end{cases} \tag{15}$$

1.4 检测增益

在得到了 $y_i(k)$ 的表达式和概率分布后, 便可以给出相干检测器的结构。为了说明新检测器的优越性, 本节先介绍传统的 AVGPR^[8] 的原理。

AVGPR 检测器的检验统计量定义为

$$AVGPR = \frac{1}{L} \sum_{i=0}^{L-1} |X_i(k)|^2 \tag{16}$$

其中, $X_i(k) = X_{iR}(k) + jX_{iI}(k)$ 。角标 R 和 I 分别代表 $X_i(k)$ 的实部与虚部。

当信号存在时, 接收数据 DFT 的实部和虚部分别满足实的高斯分布:

$$\frac{X_{iR}(k)}{\sqrt{L}} \sim N\left(\frac{AW(-\Delta N)\cos(\phi)}{2\sqrt{L}}, \frac{\sigma^2}{2L}\right) \tag{17}$$

$$\frac{X_{iI}(k)}{\sqrt{L}} \sim N\left(\frac{AW(-\Delta N)\sin(\phi)}{2\sqrt{L}}, \frac{\sigma^2}{2L}\right) \tag{18}$$

于是可以得到

$$\sum_{i=0}^{L-1} \left| \frac{X_i(k)}{\sqrt{L}} \right|^2 \sim \chi_{2L}^2\left(\frac{A^2}{2} |W(-\Delta N)|^2, \frac{\sigma^2}{2L}\right) \tag{19}$$

其中, $\chi_{2L}^2(\cdot)$ 表示自由度为 $2L$ 的非中心卡方分布, $\frac{A^2}{2} |W(-\Delta N)|^2$ 是其非中心化参量^[9-10]。

由式(19)可知,

$$E\left[\sum_{i=0}^{L-1} \left| \frac{X_i(k)}{\sqrt{L}} \right|^2\right] = \sigma^2 + \frac{A^2}{2} |W(-\Delta N)|^2 \tag{20}$$

所以, AVGPR 检测器的信噪比为

$$SNR_{AVGPR} = \frac{A^2 |W(-\Delta N)|^2}{2\sigma^2} \tag{21}$$

相比于 AVGPR, 相干检测器是将各段同一频率处的谱线做相位补偿后直接求平均, 此处称之为加窗相位补偿的相干检测器(Window Phase-Compensated Processor, WPCPR)。不同于 AVGPR 采用的是功率非相干叠加, WPCPR 采用幅度的相干叠加, 它考虑了谱线的相位信息, 因此有望提高检测器的性能。

WPCPR 检测器的检验统计量定义为:

$$WPCPR = \left| \frac{1}{L} \sum_{i=0}^{L-1} y_i(k) \right|^2 \tag{22}$$

其中, $y_i(k) = y_{iR}(k) + jy_{iI}(k)$ 。

当信号存在时:

$$\frac{1}{L} \sum_{i=0}^{L-1} y_{iR}(k) \sim N\left(\frac{A}{2} W(-\Delta N) \cos \phi, \frac{\sigma^2}{2L}\right) \tag{23}$$

$$\frac{1}{L} \sum_{i=0}^{L-1} y_{iI}(k) \sim N\left(\frac{A}{2} W(-\Delta N) \sin \phi, \frac{\sigma^2}{2L}\right) \tag{24}$$

因此

$$\left| \frac{1}{L} \sum_{i=0}^{L-1} y_i(k) \right|^2 \sim \chi_{2L}^2\left(\frac{A^2}{2} |W(-\Delta N)|^2, \frac{\sigma^2}{2L}\right) \tag{25}$$

上式中, $\frac{A^2}{2} |W(-\Delta N)|^2$ 是 $\chi_{2L}^2(\cdot)$ 的非中心化参

量, $E\left[\left| \frac{1}{L} \sum_{i=0}^{L-1} y_i(k) \right|^2\right] = \frac{\sigma^2}{L} + \frac{A^2}{2} |W(-\Delta N)|^2$

类似地, WPCPR 检测器的信噪比表达式为

$$SNR_{WPCPR} = \frac{A^2 |W(-\Delta N)|^2}{2 \cdot \frac{\sigma^2}{L}} \tag{26}$$

综合式(21)、式(26), 可知:

$$10 \lg \frac{SNR_{WPCPR}}{SNR_{AVGPR}} = 10 \lg L \tag{27}$$

由此可以得到, 相干检测器较平均功率谱检测器的检测信噪比提高了 $10 \lg L$ 。通常 L 一般取为 32 或者 64。

2 仿真与分析

给定接收信号总长度为 $Q=32768$, 接收信号是两个归一化频率分别为 $1/3$ 、 $1/6$ 的等幅度正弦信号叠加高斯白噪声, 窗函数首先选用矩形窗。

图 1 给出了 $N=512$ 、 $L=64$ 、接收信号的信噪比为 -14 dB 时, 平均功率谱检测器和相干检测器的检测结果。可见, 两种检测器均可以给出明显的目标线谱。图 1(a)的信噪比约为 6 dB, 图 1(b)的信噪比约为 16 dB, 信噪比增益约为 10 dB, 与理论增益相差 8 dB。

表 1 给出了不同分段长度、不同输入信噪比条件下两种检测器的检测性能。信号的总长度不变, 两个正弦信号的归一化频率变为 $1/7$ 、 $1/8$, 信号幅度相差 50 倍。

图 2 给出了 $N=512$ 、 $L=64$, 窗函数分布为矩形窗(Rectangle)、汉明窗(Hamming)时相干检测器的检测结果。可见, 矩形窗条件下, WPCPR 只能明确给出归一化频率为 $1/7$ 的线谱信号; 汉明窗条件下,

WPCPR 能够明显地给出两个频率的线谱信号。由此可知，存在频谱泄漏的情况下，加窗运算改善了检测器对邻近频率谱线的检测性能。

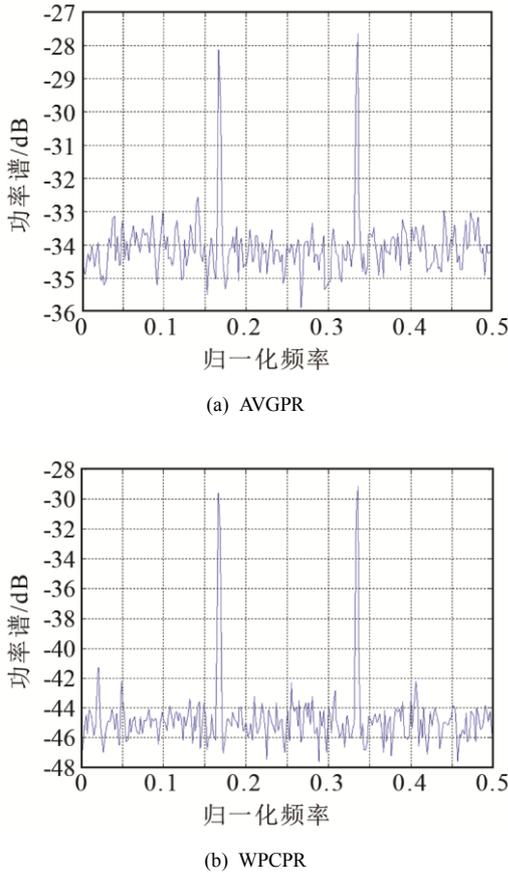


图 1 $N=512, L=64$, 信噪比为 -14 dB 时 AVGPR 和 WPCPR 的功率谱
Fig.1 Power spectrums of AVGPR and WPCPR for $SNR=-14$ dB, $N=512, L=64$

表 1 不同分段长度、不同输入信噪比时 AVGPR 和 WPCPR 的检测性能(单位: dB)

Table 1 Detection performances of AVGPR and WPCPR for different SNR, N and L (unit: dB)

数据分段	输入 SNR	AVGPR 输出 SNR	WPCPR 输出 SNR
$N=512, L=64$	-24	1	7
	-14	6	16
$N=1024, L=32$	-24	2	6
	-14	9	17

数据分段	信噪比增益	与理论值的差距
$N=512, L=64$	6	12
	10	8
$N=1024, L=32$	4	11
	8	7

3 物理解释

下面从波束形成的角度给出 WPCPR 检测器检测性能提高的一种物理解释。

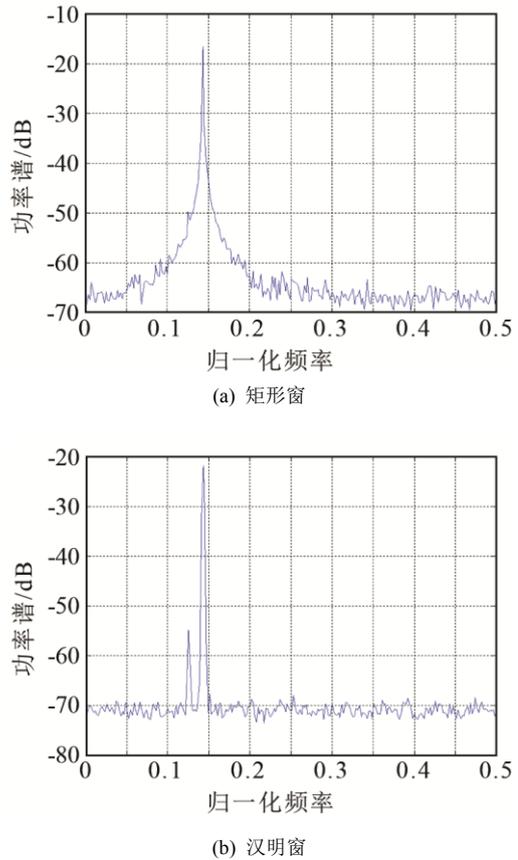


图 2 $N=512, L=64, SNR=16$ dB, 不同窗函数时 WPCPR 的检测性能
Fig.2 Detection performances of WPCPR for different windows and $SNR=16$ dB, $N=512, L=64$

从式(13)可以看到，当接收信号中存在线谱时，相同频点不同数据段之间存在一个线性的相位差，如果将第 l 段数据 $x_l(n)$ 视为直线阵第 l 个阵元的输出，那么 WPCPR 的检验统计量式(25)等于 L 元线阵的频域波束输出，它能实现类似的空域滤波效果。在 WPCPR 检测器中，信号的频率差 Δ 对应于来波方向：当没有频谱泄漏时， $\Delta=0$ ，相当于信号从正侧向入射；反之，信号是从正侧向的两边入射。

由于 L 元线阵能提供的最大空间增益为 $10\lg L$ ，因此可以很容易推出，相比于 AVGPR 检测器，WPCPR 检测器具有 $10\lg L$ 信噪比的提高。

在 WPCPR 算法中，对每一个频点 k ，都通过搜索最大谱线的位置获得了该频点处 Δ 的估计，然后再进行相位补偿，这种做法相当于将 L 个方向不一致的向量重排，这 L 个向量分别对应于 $X_l(k) (l=0,1,\dots,L-1)$ ，重排的目的是为使合成向量的幅度最大。因此对接收数据做相位补偿时，有信号和没信号的频点的合成向量幅度都会增强，但由于有信号时各向量的相干性较强，而只有噪声时各向量的相干性较弱，因此信号增强的幅度要大于噪声增强的幅度，最终使 WPCPR 的检测性能得到提

高。而在理论分析中,假定没有信号时合成向量的幅度是不增强的,因此出现了仿真时的信噪比增益小于理论值的情况。此外,当输入信号的信噪比较低时, Δ 的估计值不准确,使得相位补偿后的信号向量不能完全对齐,仍会出现抵消的情况;反之,当输入信噪比较高时,抵消程度降低,使检测信噪比提高,这一结论可从表1中看到,即当输入数据分段数相同时,高信噪比输入信号的信噪比增益与理论值的差距要小。

基于向量叠加的理解,我们可以知道,即使信号分段时存在重叠,只要信号的相干性比噪声的相干性强,WPCPR检测器也能提高输出信噪比。

4 结 论

理论分析表明,相干检测器较平均功率谱检测器的信噪比增益提高了 $10\lg L$ 。计算机仿真表明,窗函数和输入信噪比都相同的条件下, $L=64$ 、 $L=32$ 时,相干检测器较平均功率谱检测器的检测性能均有提高,信噪比增益与理论值稍有差异,这是因为对信号相位补偿的同时也对噪声进行了相位补偿;在频谱泄漏的情况下,加窗运算有助于改善相干检测器对于频率相近谱线的检测性能。本文指出,新的相干检测器与 L 元线阵的频域波束形成是等价的。

参 考 文 献

- [1] 刘伯胜,雷家焯. 水声学原理[M]. 哈尔滨:哈尔滨工程大学出版社,2009.
- [2] LIU Bosheng, LEI Jiayu. Principles of underwater sound[M]. Harbin: Harbin Engineering University Press, 2009.
- [2] 张晓勇,罗来源. 被动声呐信号检测技术发展[J]. 声学技术, 2014, 33(6): 559-563.
- ZHANG Xiaoyong, LUO Laiyuan. Recent development of passive sonar signal detection[J]. Technical Acoustics, 2014, 33(6): 559-563.
- [3] 陈韶华,郑伟,付继伟. 通过相位内插与补偿提高相干平均线谱检测性能[J]. 声学学报, 2015, 40(5): 675-681.
- CHEN Shaohua, ZHEN Wei, FU Jiwei. Improving coherent averaging line spectrum detection with phase interpolation and compensation[J]. Acta Acustica, 2015, 40(5): 675-681.
- [4] WANG Qing, WAN Chunru. A novel CFAR tonal detector using phase compensation[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2005, 30(4): 900-911.
- [5] Wan Chunru, Goh J T, Chee H T. Optimum tonal detectors based on the power spectrum[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2000, 25(4): 540-552.
- [6] 赵树杰,赵建勋. 信号检测与估计理论[M]. 北京:清华大学出版社,2005.
- ZHAO Shujie, ZHAO Jianxun. Detection and estimation theory[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1981.
- [7] 胡广书. 数字信号处理[M]. 北京:清华大学出版社,1997.
- HU Guangshu. Digital Signal Processing[M]. Beijing: Tsing Hua University Press, 1997.
- [8] Ronald A Wagstaff. The AWSUM filter: a 20-dB gain fluctuation-based processor[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 1997, 22 (1): 110-118.
- [9] 盛骤,谢式千,潘承毅. 概率论与数理统计[M]. 北京:高等教育出版社,2010.
- SHEN Zhou, XIE Shiqian, PAN Chengyi. Probability and statistics[M]. Beijing: Higher Education Press, 2010.
- [10] Whalen A D. 噪声中信号的检测[M]. 刘其培,陈惠生,译. 北京:科学出版社,1977.
- Whalen A D. Detection of signals in noise[M]. LIU Qipei, CHEN Huiheng, translate. Beijing: Science Press, 1977