

# 基于解析法的旁支管共振消声带宽计算

康钟绪, 宋瑞祥, 吴 瑞, 刘 强

(北京市劳动保护科学研究所, 北京 100054)

**摘要:** 旁支管是应用广泛的共振消声结构。应用解析方法推导旁支管共振结构的传递损失和共振频率计算公式, 考虑三维修正, 给出旁支管共振消声带宽与各种参数的定量关系, 定义消声带宽与共振频率的比值为带宽参数, 研究带宽参数与传递损失以及旁支管其他参数的变化关系, 最终给出旁支管共振消声带宽计算公式。最后, 通过三维有限元方法(Finite Element Method, FEM)计算旁支管的消声带宽并与文中公式结果进行比较, 结果显示, 两种结果吻合良好, 验证了计算公式的可靠性和准确性。

**关键词:** 旁支管; 消声带宽; 解析法; 传递损失

中图分类号: TB535.2

文献标识码: A

文章编号: 1000-3630(2017)-03-0262-05

DOI 编码: 10.16300/j.cnki.1000-3630.2017.03.012

## Calculation of sound attenuation bandwidth of side branch tube based on analytic method

KANG Zhong-xu, SONG Rui-xiang, WU Rui, LIU Qiang

(Beijing Municipal Institute of Labour Protection, Beijing 100054, China)

**Abstract:** Side branch tube, as a kind of resonant structure, is widely used to attenuate noise. In the present paper, the transmission loss and resonant frequency expressions of side-branched tube is deduced with analytical approach. Then, the relationship between the attenuation bandwidth and other factors of side branch tube is built quantitatively by considering the three-dimensional correction. The bandwidth factor is defined as the ratio of attenuation bandwidth to resonant frequency. The effects of transmission loss and other factors on the attenuation bandwidth are studied. The final formula of sound attenuation bandwidth of side branch tube is given. Finally, the results calculated with the present formula are compared with the numerical results obtained by three dimensional finite element method; and the comparison shows good agreement and verifies the reliability and accuracy of the present formula.

**Key words:** side branch tube; attenuation bandwidth; analytic method; transmission loss

## 0 引 言

在管道噪声控制领域, 旁支管是最为简单和常用的共振消声结构, 其消声原理是 1/4 波长管理论, 所以又称 1/4 波长管<sup>[1-4]</sup>。

旁支管共振消声对频率的选择性较强, 消声频带较窄, 主要用于控制频率较为单一的噪声源, 比如, 泵、风机、风扇、发动机进排气基频噪声等。在实际应用中, 受到结构尺寸误差、管道内气流流动、空气温度等因素的影响, 旁支管的实际共振频率与噪声源的主要频率容易出现偏差, 从而导致实际的噪声控制效果降低。所以, 了解旁支管的消声

带宽可以在设计过程中将频率的偏移考虑在内, 以保证其在实际应用中的良好效果具有重要意义。

由于结构和原理简单, 专门针对旁支管结构的研究较少, 且主要集中于共振频率的研究<sup>[2,5-6]</sup>。在以往的共振结构研究中一般以品质因素表征其消声带宽的特性, 旁支管结构的带宽特性也可通过品质因素进行讨论。通过品质因素计算的带宽只是共振结构吸声系数达到最大吸声系数 1/2 时的带宽<sup>[1,5]</sup>, 所以, 品质因数可以用来比较不同共振结构的吸声带宽大小, 但却不能用于定量计算不同消声量下的具体带宽或一定带宽下的消声量。在实际应用中, 根据具体的降噪要求设计旁支管结构时, 了解消声量与带宽的定量关系是非常必要的。

本文从声传播解析公式出发, 考虑三维修正, 推导旁支管结构消声带宽的计算公式, 研究消声带宽与结构参数、共振频率、消声量的关系, 并给出旁支管消声带宽与共振频率的比值参考表。最后将

收稿日期: 2016-08-12; 修订日期: 2016-11-19

作者简介: 康钟绪(1980—), 男, 河北深州人, 博士, 副研究员, 研究方向为噪声与振动控制。

通讯作者: 康钟绪, E-mail: zhongxukang@163.com

由公式得到的消声带宽结果与三维有限元数值方法结果进行比较，验证了公式的准确性和可靠性。

### 1 旁支管传递损失计算

假设声波以一维平面波形式传播<sup>[2]</sup>，则有如下表述公式：

$$p(x) = Ae^{-jk_0x} + Be^{+jk_0x} \quad (1)$$

$$\rho_0 c_0 u(x) = Ae^{-jk_0x} - Be^{+jk_0x} \quad (2)$$

其中： $p(x)$ 、 $u(x)$ 分别为坐标  $x$  处的声压及质点振速； $\rho_0$ 为空气密度； $c_0$ 为声速； $k_0 = 2\pi f / c_0$ 为波数； $j$ 为虚数单位； $A$ 、 $B$ 为入射和反射波幅值。所以，在直管段部分声波传播的传递矩阵为

$$\begin{Bmatrix} p_i \\ \rho_0 c_0 u_i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(k_0 L) & j \sin(k_0 L) \\ j \sin(k_0 L) & \cos(k_0 L) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_o \\ \rho_0 c_0 u_o \end{Bmatrix} \quad (3)$$

其中，下标  $i$ 、 $o$  分别表示管道进口和出口， $L$  为直管道长度。

#### 1.1 传递损失

旁支管结构示意图如图 1 所示，其第一共振频率往往远低于管道内的截止频率，因此上述一维平面波理论对于该结构是适用的。

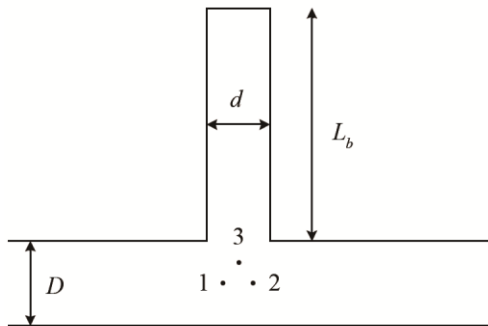


图 1 旁支管结构  
Fig.1 Structure of side-branch tube

旁支管与主管道的交叉处，理想认为 1、2、3 点无限接近，如图 1 所示。根据声压连续和流量连续条件，三点之间存在式(4)、(5)关系，

$$p_1 = p_2 = p_3 \quad (4)$$

$$\rho_0 S_1 u_1 = \rho_0 S_2 u_2 + \rho_0 S_3 u_3 \quad (5)$$

式中，下标 1、2、3 分别用以标志 1、2、3 点处的物理量， $S$  为管道截面积。同时，由于旁支管一端封闭，旁支管内传递矩阵如式(6)所示<sup>[2]</sup>：

$$\begin{Bmatrix} p_3 \\ \rho_0 c_0 u_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(k_0 L_b) & j \sin(k_0 L_b) \\ j \sin(k_0 L_b) & \cos(k_0 L_b) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_b \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (6)$$

其中： $p_b$ 为旁支管末端刚性壁面处声压； $L_b$ 为旁支

管长度。根据式(6)可得

$$\frac{p_3}{\rho_0 c_0 u_3} = -j \cot(k_0 L_b) \quad (7)$$

根据式(4)、(5)、(7)可得旁支管与主管道交叉处位置 1 到位置 2 的传递矩阵如式(8)所示：

$$\begin{Bmatrix} p_1 \\ \rho_0 c_0 u_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ j \frac{S_3}{S_1} \tan(k_0 L_b) & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_2 \\ \rho_0 c_0 u_2 \end{Bmatrix} \quad (8)$$

所以，图 1 所示整个旁支管结构的传递矩阵如式(9)所示：

$$\begin{Bmatrix} p_i \\ \rho_0 c_0 u_i \end{Bmatrix} = [T_1] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ j \frac{S_3}{S_1} \tan(k_0 L_b) & 1 \end{bmatrix} [T_2] \begin{Bmatrix} p_o \\ \rho_0 c_0 u_o \end{Bmatrix} \quad (9)$$

其中，传递矩阵  $[T_1]$ 、 $[T_2]$  为旁支管前后两段直管道的传递矩阵，其形式与式(3)相同。最终，旁支管结构的传递损失(TL)如式(10)所示：

$$TL = 20 \lg \left| \frac{2 + j \frac{S_3}{S_1} \tan(k_0 L_b)}{2} \right| \quad (10)$$

式(10)所示的旁支管传递损失公式没有考虑阻性效应，在实际的旁支管结构中阻性作用很小，只有在共振频率处有一定的阻性效果显示，所以式(10)在实际应用中是合理的。

#### 1.2 共振频率

由式(10)可知，在旁支管结构第一阶共振频率处有

$$k_0 L_b = \frac{\pi}{2} \quad (11)$$

所以，相应的共振频率为

$$f_r = \frac{c_0}{4L_b} \quad (12)$$

上述公式的推导是基于一维平面波理论。由于旁支管结构中主管道和旁支管直径都较小，截止频率很高，内部声波大部分以平面波形式传播，但在旁支管与主管道相交的部分，由于结构的突变，产生三维波，此时，应用一维平面波理论会有误差产生。为了减小误差，季振林教授采用修正旁支管长度的方法考虑三维波的影响<sup>[6]</sup>，即修正上述公式中的  $L_b$ ，修正后长度  $L'_b$  如式(13)所示：

$$L'_b = L_b + \delta \quad (13)$$

$$\delta / r = \begin{cases} 0.8216 - 0.0644\varphi - 0.694\varphi^2, & \varphi \leq 0.4 \\ 0.9326 - 0.6196\varphi, & \varphi > 0.4 \end{cases} \quad (14)$$

式中， $r = d/2$ ， $\varphi = d/D$ 。通过修正旁支管长度可以使旁支管共振频率的预测更为准确。

## 2 带宽计算及分析

通过式(10)计算一定消声量下的带宽。令式(10)中传递损失  $TL$  为  $\phi$ ，则有

$$\tan^2(k_0 L_b) = \left(\frac{2S_1}{S_3}\right)^2 (10^{\phi/10} - 1) \quad (15)$$

根据三角函数特性，计算传递损失大于  $\phi$  的上、下限频率  $f_L$ 、 $f_H$ ：

$$f_L = \frac{c_0}{2\pi L_b} \arctan\left(+\sqrt{\left(\frac{2S_1}{S_3}\right)^2 (10^{\phi/10} - 1)}\right) \quad (16)$$

$$f_H = \frac{c_0}{2\pi L_b} \arctan\left(-\sqrt{\left(\frac{2S_1}{S_3}\right)^2 (10^{\phi/10} - 1)}\right)$$

式中，三角函数求解的角度范围为  $[0, \pi]$ 。

为了方便讨论旁支管的消声频带问题，定义带宽参数  $\beta$  为

$$\beta = \frac{f_H - f_L}{f_r} \quad (17)$$

根据式(16)的结果可推导消声带宽与共振频率  $f_r$  的比值  $\beta$ ，由于

$$\frac{f_H - f_L}{f_r} = \frac{2}{\pi} \times \left[ \pi - 2 \arctan\left(\sqrt{\left(\frac{2S_1}{S_3}\right)^2 (10^{\phi/10} - 1)}\right) \right] = 2 - \frac{4}{\pi} \arctan\left(\sqrt{\left(\frac{2S_1}{S_3}\right)^2 (10^{\phi/10} - 1)}\right) \quad (18)$$

则  $\beta$  为

$$\beta = 2 - \frac{4}{\pi} \arctan\left(\sqrt{\left(\frac{2S_1}{S_3}\right)^2 (10^{\phi/10} - 1)}\right) \quad (19)$$

由上述研究可知，通过式(12)和(19)便可基本确定旁支管结构的消声特点，包括其共振频率和在一定传递损失下的消声带宽。

为了更明确旁支管消声带宽的变化规律，下面对参数  $\beta$  进行讨论。由式(17)可知，参数  $\beta$  直接影响旁支管的消声带宽， $\beta$  越小，消声带宽越窄；反之， $\beta$  越大，消声带宽越大。所以，为了提高旁支管的频率影响，应尽量增大消声带宽，即增大  $\beta$  值，但式(19)表明， $\beta$  不能无限增大，只能处于 2 以下。

由式(19)可知， $\beta$  值只与面积比  $S_3/S_1$  和传递损失  $\phi$  两个参数有关，计算这两个参数对  $\beta$  的影响。 $\beta$  与  $S_3/S_1$ 、 $\phi$  的关系如图 2 所示。

由图 2 可知，在固定  $\phi$  情况下， $\beta$  值随着  $S_3/S_1$  的增加而增加，即旁支管越粗，消声带宽越宽，这是符合实际情况的。 $\phi$  较高时， $\beta$  值随  $S_3/S_1$  近似线性增加，但随着  $\phi$  降低， $\beta$  与  $S_3/S_1$  的线性关系逐渐

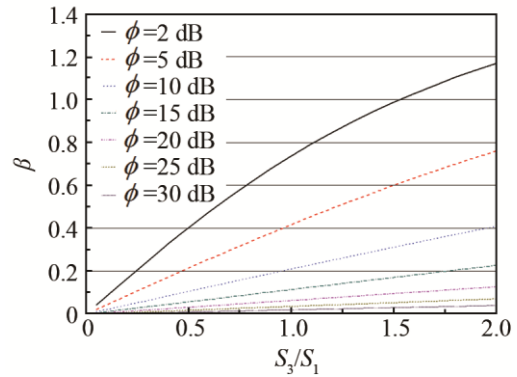


图 2  $\beta$  值与  $S_3/S_1$ 、 $\phi$  的关系  
Fig.2 Relation between  $\beta$  and  $S_3/S_1$ ,  $\phi$

变差，在  $\phi$  为 2 dB 时， $\beta$  与  $S_3/S_1$  已经明显不再是线性关系，而接近于二次曲线；在固定  $S_3/S_1$  的情况下， $\beta$  值随  $\phi$  的增加而显著减小，即固定的旁支管结构的高传递损失的消声带宽比较窄，这也是符合实际情况的， $S_3/S_1$  越大，传递损失  $\phi$  对  $\beta$  值的影响也越大。

图 2 中的结果显示，当  $S_3/S_1$  趋于 0 时，所有的  $\beta$  值都趋于 0，此时表示的物理情况是在旁支管截面积无穷小时，旁支管消声量也无穷小，无法起到共振消声的目的；而在  $\phi$  无限增加时，所有的  $\beta$  值也趋于 0，此时表示的物理情况是如果要求传递损失太高时，旁支管结构是无法达到的。这两种情况都符合实际的物理现象，所以，公式(19)和  $\beta$  值是合理的。

公式(19)比较复杂，在实际应用中有一定困难，为了方便使用，将  $\beta$  结果以列表方式列出，如表 1 所示。

表 1  $\beta$  值  
Table 1  $\beta$  values

$S_3/S_1$	$\phi$ /dB				
	5	10	15	20	25
0.1	0.0433	0.0212	0.0115	0.0064	0.0036
0.2	0.0865	0.0424	0.0230	0.0128	0.0072
0.3	0.1294	0.0636	0.0345	0.0192	0.0108
0.4	0.1721	0.0848	0.0460	0.0256	0.0143
0.5	0.2144	0.1059	0.0575	0.0320	0.0179
0.6	0.2562	0.1269	0.0690	0.0384	0.0215
0.7	0.2975	0.1479	0.0804	0.0448	0.0251
0.8	0.3382	0.1688	0.0919	0.0512	0.0287
0.9	0.3781	0.1896	0.1033	0.0575	0.0323
1.0	0.4173	0.2103	0.1147	0.0639	0.0358
1.2	0.4933	0.2513	0.1375	0.0767	0.0430
1.4	0.5657	0.2919	0.1602	0.0894	0.0502
1.6	0.6344	0.3318	0.1828	0.1022	0.0573
1.8	0.6993	0.3711	0.2053	0.1149	0.0645
2.0	0.7604	0.4097	0.2276	0.1275	0.0716

通过查阅表 1 可以快速计算旁支管不同消声量下的带宽。

### 3 实例分析

为了验证上述公式的可靠性和准确性，以具体旁支管结构为例，应用三维有限元数值方法计算旁支管结构传递损失，并用以验证公式结果。大量研究显示三维声学数值方法的结果与实验结果吻合度较高<sup>[7]</sup>，可以用来验证本文的一维结果。

设旁支管结构尺寸为：(1)  $D=0.029\text{ m}$ ， $d=0.0184\text{ m}$ ， $L_b=0.2355\text{ m}$ ；(2)  $D=0.05\text{ m}$ ， $d=0.05\text{ m}$ ， $L_b=0.475\text{ m}$ 。采用三维有限元数值方法计算上述两个旁支管结构的传递损失，有限元离散模型如图 3 所示，结果如图 4 所示，为了避免计算量过大，频率步长选择 1 Hz。

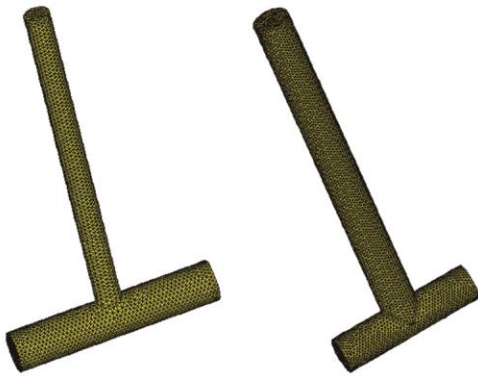


图 3 有限元离散模型  
Fig.3 Discrete model of finite element method

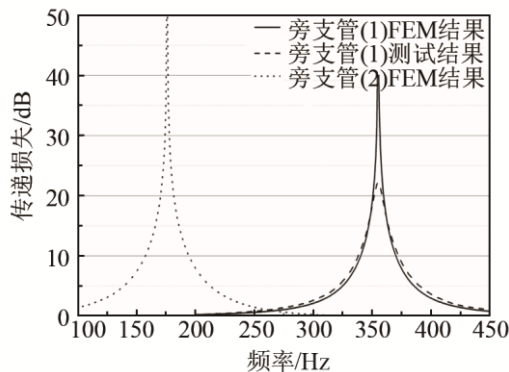


图 4 旁支管传递损失  
Fig.4 Transmission loss of side-branch tube

根据结构(1)尺寸加工样件，实际测试传递损失。由图 4 可知，实际测试结果与三维有限元结果基本吻合；在图 4 中，共振频率附近有限元结果形成明显峰值，实测结果峰值处较为平缓，而在共振频率两侧的腰部，实测结果稍高于有限元结果，这些误差是由于实际声波在空气中传播存在微小的

阻性耗散，而有限元法未考虑该效应。因此，实测传递损失在共振频率附近不会形成尖锐的峰值，而在其它频率，由于阻性耗散作用，传递损失比有限元结果稍高。根据图 4 中的结果，可得旁支管的共振频率和消声带宽。

对上述两种旁支管结构应用公式(12)、(13)、(17)和(19)，计算其共振频率并与有限元结果进行比较，如表 2 所示。由表 2 可知，样件共振频率通过实测、公式计算与有限元计算三种方法得到的结果吻合良好，公式结果最大误差不超过 1 Hz。

表 2 旁支管共振频率  
Table 2 Resonance frequencies of side-branch tubes

	共振频率/Hz			
	实测	有限元	公式	公式(长度未修正)
旁支管(1)	355	355	355.6	362.5
旁支管(2)	-	176	176.0	178.9

对于消声带宽的计算，有限元与公式计算结果吻合良好，经计算可得，消声量在 5 dB 时，消声带宽有限元和公式结果误差最大为 1.6 Hz，10 dB 时误差最大为 0.3 Hz，15 dB 时误差最大为 0.8 Hz，20 dB 时差距最大为 1.7 Hz。

可见公式法通过修正后可以很好地考虑主、支管相交产生的多维波影响，对消声带宽的预测精度可以达到三维数值法的精度。

但图 4 中结果显示，实验测试结果与上述两种结果相比，在低传递损失时消声带宽高于公式和有限元结果，而在高传递损失时偏低，其原因主要是公式法和有限元法未考虑声在空气中传播时的阻性衰减效应。

### 4 结论

本文应用一维解析方法并通过三维修正对旁支管结构消声特性进行了细致研究，推导了旁支管结构消声带宽的计算公式，公式(19)显示，消声带宽与管道截面积比、共振频率和传递损失量成函数关系。针对具体旁支管结构，比较三维有限元数值方法结果和公式结果，两种结果吻合良好，验证了公式的可靠性和准确性。

由于未考虑声波在空气中传播时的阻性衰减效应，在传递损失较低时，公式计算的消声带宽稍低于试验测试结果，在传递损失较高时，公式结果稍高。

本文研究给出了旁支管消声带宽与传递损失的定量关系式，并通过三维方法验证，公式达到了

三维数值法的精度,可以用来指导旁支管结构的设计与实际应用。

### 参 考 文 献

- [1] 杜功焕, 朱哲民, 龚秀芬. 声学基础[M]. 第2版. 南京: 南京大学出版社, 2001.  
DU Gonghuan, ZHU Zhemin, GONG Xiufen. Basic of acoustic[M]. Second Edition, Nanjing: Nanjing University Press, 2001.
- [2] Munjal M L. Acoustics of ducts and mufflers[M]. New York: Wiley-Interscience Publication, 1987.
- [3] 方丹群. 空气动力学噪声与消声器[M]. 北京: 科学出版社, 1978.  
FANG Danqun. Aerodynamic noise and muffler[M]. Beijing: Science Press, 1978.
- [4] 庞剑, 谌刚, 何华. 汽车噪声与振动: 理论与应用[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2006.  
PANG Jian, SHEN Gang, HE Hua. Automotive noise and vibration: principle and application[M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 2006.
- [5] 蒋剑, 刘丹晓, 尹铤, 等. L形声学谐振器声学特性研究[J]. 声学技术, 2007, 26(6): 1291-1294.  
JIANG Jian, LIU Danxiao, YIN Yao, et al. Research on L-shape acoustic resonator[J]. Technical Acoustics, 2007, 26(6): 1291-1294.
- [6] JI Z L. Acoustic length correction of closed cylindrical side-branched tube[J]. Journal of Sound and Vibration, 2005, 238(5): 1180-1186.
- [7] 季振林. 消声器声学理论与设计[M]. 北京: 科学出版社, 2015.  
JI Zhenlin. The theory and design of muffler[M]. Beijing: Science Press, 2015.

## 第十届海峡两岸声学学术交流研讨会征文通知

由上海市声学学会与台湾声学学会、香港声学学会、澳门声学学会联合主办的海峡两岸声学学术交流研讨会,自2008年在香港成功召开首届会议以来已形成了每年一届轮值筹办召开的会议机制,至今已先后召开了九届会议。2017年11月“第十届海峡两岸声学学术交流研讨会”拟在台湾召开。会议筹备处对本次会议的安排如下:

### 一、会议主办、协办及筹办单位

主办单位: 台湾声学学会

执行单位: 云林科技大学

协办单位: 上海市声学学会 香港声学学会 澳门声学学会 上海章奎生声学工程顾问有限公司 台湾科技大学

### 二、会议地点及时间

会议地点: 台北市台湾科技大学;

会议时间: 2017年11月16~17日

### 三、会议主题

基础声学、听觉语言、动物听觉、电气声学、超音波、振动控制、建筑声学、环境声学、室内声学、乐器声学、语言、生理与心理声学、数字语音系统、水中声学、量测及讯号处理、声环境现况分析、噪音控制技术开发与应用、声学材料。

### 四、会议注册费

会议注册费台币5000元/人。

### 五、论文截止时间

2017年7月19日前将论文题目及约200字摘要报送至会议筹备处信箱;并请于2017年9月15日前将论文全文发至会议筹备处信箱。

### 六、各联络人员名单:

洪汉杰 澳门声学学会

郭美珩 香港声学学会

姚景光 澳门声学学会

郭裕文 台湾声学学会

钟伟梁 澳门声学学会

余忠和 台湾声学学会

杨国良 澳门声学学会

潘人诚 台湾声学学会

龚农斌 上海市声学学会

宋拥民 上海章奎生声学工程顾问有限公司

### 七、筹备处联系方式

筹备处: 电邮: 2017acoustics@gmail.com;

电话: +002+886+5+534-2601

沈士强: 电邮: james117821forg@gmail.com;

电话: +886 912523109

陈宏文: 电邮: a0932698571@gmail.com.tw;

电话: +886 932698571

### 八、费用汇付账号

账户名称: 钟松晋

银行代码: 004

银行账号: 031007954835

银行名称: 台湾银行

银行地址: 云林县斗六市文化路27号

SWIFT代码: BKTWTWTP031

备注: 汇款后请将汇款底联、发票抬头(汇款人)、邮件地址、收款人姓名等发回筹备处邮箱。

上海市声学学会