一种基于贝叶斯正交匹配追踪的水下多径稀疏信道估计方法

林格平[1,2,3]，马晓川[1,2,3]，鄢社锋[1,2,3]，王　敏[4]

(1. 中国科学院声学研究所，北京 100190；
2. 中国科学院水下航行器信息技术重点实验室，北京 100190；
3. 中国科学院大学，北京 100190；
4. 中国计量科学研究院，北京 100029)

摘要：使用训练序列构成的测量矩阵并采用稀疏恢复算法是近年来常用的多径稀疏信道估计思路。提出一种贝叶斯匹配追踪算法的正交化改进方法，有效地改善了原方法的收敛速度，并将其应用于水下多径稀疏信道估计。进行了新方法的理论推导和两种水下稀疏信道模型中的仿真试验，进而与传统贪婪迭代和贝叶斯估计方法的估计效果进行了对比。仿真结果证明，所提出的新方法比原方法的收敛速度更快，能更高效地进行多径稀疏信道估计。新方法在低信噪比和呈簇状集中分布的水下多径稀疏信道中也有更好的估计效果。

关键词：稀疏信道估计；正交匹配追踪；贪婪算法；贝叶斯模型选择

中图分类号：TN929.3　　**文献标识码：**A　　**文章编号：**1000-3630(2017)-05-0484-07

DOI 编码：10.16300/j.cnki.1000-3630.2017.05.015

Underwater multipath sparse channel estimation via bayesian orthogonal matching pursuit

LIN Ge-ping[1,2,3], MA Xiao-chuan[1,2,3], YAN She-feng[1,2,3], WANG Min[4]

(1. *Institute of Acoustics*, *Chinese Academy of Sciences*, *Beijing* 100190, *China*;
2. *Key Laboratory of Information Technology for AUVs*, *Chinese Academy of Sciences*, *Beijing* 100190, *China*;
3. *University of Chinese Academy of Sciences*, *Beijing* 100190, *China*;
4. *National Institute of Metrology*, *Beijing* 100029, *China*)

Abstract: Constructing a measuring matrix with training sequence and then using sparse recovery algorithms is a usual approach to multipath sparse channel estimation. In this paper, an improved Bayesian matching pursuit is proposed and applied to underwater multipath sparse channel estimation. We illustrate the method theoretically and test it on two models of underwater multipath sparse channel. Performance of this algorithm is shown in comparison with conventional estimating methods. Numerical simulations demonstrate that estimated result of this method converges faster than that of BMP, thus it estimates multipath sparse channel more efficiently. What's more, the proposed method provides better performance than conventional ones in low-SNR conditions and in the channels with many close paths.

Key words: sparse channel estimation; orthogonal matching pursuit; greedy algorithm; Bayesian model selection

0　引　言

稀疏信道是指存在时延扩展但多径数量很少的信道，这是由信道的衰减和多径效应造成的。很多信道都是稀疏信道，比如水下声信道[1]和高清电视信道[2]。在水声信道中，一般主要考虑海面反射、海底反射、海面-海底反射和直达路径四种路径，如图 1 所示。

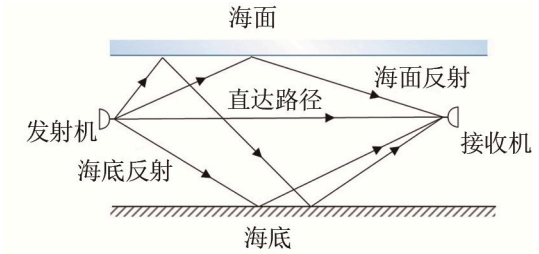

图 1　典型的多径稀疏信道—水声信道示意图
Fig.1　A sketch of underwater acoustic channel

由图 1 可以看出稀疏信道中的多径效应。信道的多径时延扩展，造成了信号畸变和码间干扰(Inter-Symbol-Interference，ISI)，使误码率增加，将

收稿日期：2017-01-22；**修回日期：**2017-5-22
基金项目：国家自然科学基金(61431020)资助项目
作者简介：林格平(1989－)，男，河北邯郸人，博士研究生，研究方向为数字信号处理。
通讯作者：林格平，E-mail: lgp606@126.com

严重影响通信的可靠性。于是信道的均衡技术应运而生。均衡技术的前提是对信道状态信息的获取。这正是我们需要进行快速而准确的稀疏信道估计的原因。

近年来稀疏信道估计问题引起了广泛关注，学者们进行了大量相关的研究。经典的信道估计方法是采用匹配滤波方法进行的，这种方法相当于将发射和接收信号做互相关处理，该方法虽然对噪声的容忍性较强，但在多径间隔小于分辨率极限时，它无法区分两条多径。最小二乘法[3]是另外一种常用的方法，这种方法原理简单，但抗噪性能差，无法保证估计精度。近年来也有将阵列信号处理中的MUSIC[4]等方法应用于稀疏信道估计的研究[5]。以上方法均是在密集信道的前提假设下提出的，但未对信道的稀疏性加以考虑。事实上，信道的稀疏性能给问题的解决带来很大的便利，压缩感知和稀疏信号恢复理论[6-7]在此类问题上进行了深入讨论。已有若干学者借助稀疏信号恢复理论对稀疏信道估计问题进行了研究，例如文献[8]最早将匹配追踪方法[9]应用于稀疏信道估计问题，这是一种根据贪婪准则迭代确定多径位置和幅度的方法，效率远好于传统估计方法。文献[5]和文献[10]分别将正交匹配追踪(Orthogonal Matching Pursuit，OMP)[11-12]和基追踪方法(Basis Pursuit，BP)应用于水声稀疏信道估计，均取得了较好的估计效果。稀疏信道估计的另一种思路是贝叶斯方法，如相关向量机方法(Relevance Vector Machine，RVM)或贝叶斯压缩感知方法(Bayesian Compressed Sensing，BCS)[13-14]，已被应用于正交频分复用(Orthogonal Frequency Division Multiplexing，OFDM)的稀疏信道估计[15]。贝叶斯匹配追踪(Bayesian Matching Pursuit，BMP)是一种将贪婪搜索与最大后验准则结合的信号恢复方法[16]，也非常适用于稀疏多径信道估计问题，但是仍然存在收敛速度不理想的问题。本文正是针对这个问题展开研究，将正交化引入贝叶斯匹配追踪，提出了贝叶斯正交匹配追踪(Bayesian Orthogonal Matching Pursuit，BOMP)估计方法以改善其迭代的收敛速度。本文不仅对此进行了理论推导，给出具体的算法流程，还针对两种不同的水下多径稀疏信道进行了仿真试验，与传统贪婪迭代估计方法中的 OMP、StOMP(Stagewise Orthogonal Matching Pursuit)[17]以及贝叶斯估计方法中的 RVM 和 BMP 的性能进行了对比。仿真结果证明，本文提出的方法具有更好的迭代收敛速度，并且在低信噪比和多径间距小、呈簇状集中分布的水声信道中的估计精度比常用的稀疏信道估计算法具有明显优势。

1　系统模型的建立

本文重点研究水声线性的时不变信道。参考文献[8]，首先采取一个基本的通信模型，即常见的单载波点对点通信，调制方式为二进制相移键控(Binary Phase Shift Keying，BPSK)，载频为 13 kHz，数据传输率为 1 000 bps，带宽为 2 kHz，将其看作窄带信号，对信号频率为 13 kHz 的信道进行估计。在数据帧前插入训练序列来进行信道估计。训练序列基带信号用 $\boldsymbol{x}\in\mathbb{R}^M$ 来表示，那么发射的训练序列信号为

$$r(t)=x(t)\exp[\mathrm{j}(2\pi ft+\theta)] \tag{1}$$

其中：f 为载波频率；θ 为初始相位，通常令 $\theta=0$。信道的冲激响 $h(t)$ 表示为

$$h(t)=\sum_{k=1}^{N}a_k\delta(t-\tau_k) \tag{2}$$

其中：N 为多途路径数目；a_k 和 τ_k 对应于信道各个路径的衰减系数和延时。那么接收到的数据为

$$y(t)=\sum_{k=1}^{N}a_k x(t-\tau_k)\exp[\mathrm{j}2\pi(f_d t-f\tau_k)]+w(t) \tag{3}$$

其中：f_d 为多普勒频移；$w(t)$ 表示的是信息传输过程中的加性噪声。假设为高斯白噪声，若暂时不考虑多普勒效应带来的频移，那么接收到的基带信号为

$$y(t)=\sum_{k=1}^{N}a_k x(t-\tau_k)+w(t) \tag{4}$$

将上式重写为

$$y(m)=\sum_{n=0}^{N-1}h(n)x(m-n)+w(m)\quad m=0,1,\cdots,M-1 \tag{5}$$

然后用 $\boldsymbol{X}$ 表示卷积中的信号矩阵，这里把它当作稀疏恢复中的测量矩阵来使用。将式(5)写成矩阵形式，得到

$$\boldsymbol{y}=\boldsymbol{X}\boldsymbol{h}+\boldsymbol{w} \tag{6}$$

$$\boldsymbol{y}=[y(0),y(1),\cdots,y(M-1)]^{\mathrm{T}} \tag{7}$$

$$\boldsymbol{h}=[h(0),h(1),\cdots,h(N-1)]^{\mathrm{T}} \tag{8}$$

$$\boldsymbol{w}=[w(0),w(1),\cdots,w(M-1)]^{\mathrm{T}} \tag{9}$$

$$\boldsymbol{X}=\begin{bmatrix} x(0) & x(-1) & \cdots & x(-N+1) \\ x(1) & x(0) & \cdots & x(-N+2) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x(M-1) & x(M-2) & \cdots & x(M-N) \end{bmatrix} \tag{10}$$

$\boldsymbol{X}$ 是由训练序列构成的 Toeplitz 矩阵。由于信道的稀疏性，$\boldsymbol{h}$ 中的多数成分为零，非零元素代表不同延时的幅度值。对此信道进行估计就是找出这些延时并计算非零项的大小。如果其中非零项个数

为 K，那么这个信道称为 K-稀疏的或信道的稀疏级为 K。

信道的稀疏性是指 $\boldsymbol{h}$ 中的大多数元素为零，而其中非零元素的位置和大小代表不同路径的时延和幅度。那么这个多径稀疏信道估计问题在数学形式上就等同于一个稀疏恢复问题。文献[16]中提出的贝叶斯匹配追踪算法就是一种解决稀疏恢复问题的方法。这种方法先根据最大后验准则进行稀疏模型选择[18]，再根据最大后验准则进行稀疏量的估计，最终得到正确的稀疏恢复结果。这种方法相比已有的正交匹配追踪等方法具有更好的估计精度，又比基追踪等 l_1 范数最优化算法具有更高的效率；但仍然存在迭代收敛速度慢的问题。本文在贝叶斯匹配追踪迭代中加入了正交化处理，使迭代速度更快，稀疏信道估计的速度也更快。在下一节中对这种方法进行更加详细的描述。

2 本文提出的方法

首先对信道估计模型式(6)中的噪声项 $\boldsymbol{w}$ 进行高斯白噪声假设，即 $\boldsymbol{w}\sim\mathcal{N}(\boldsymbol{0},\sigma^2\mathbf{I}_M)$，其中 σ^2 为噪声方差，$\mathbf{I}_M$ 为单位矩阵。假设 $\{h_n\}_{n=0}^{N-1}$ 为所有可能的时延上的幅度组成的向量，那么对于 $\{h_n\}_{n=0}^{N-1}$ 中的每一个元素，参数 $s_n\in\{0,1,\cdots,Q-1\}$ 用来作为它们的模型量，其中 Q 表示模型中变量的个数，例如当 $s_n=q$ 时，h_n 就是一个均值为 μ_q、方差为 σ_q^2 的循环高斯变量：

$$h_n|\{s_n=q\}\sim\mathcal{CN}(\mu_q,\sigma_q^2) \tag{11}$$

而 s_n 被当作 $P\{s_n=q\}=p_q$ 的随机变量，且满足 $\sum_{q=1}^{Q-1}p_q\ll 1$ 以使得 $\boldsymbol{h}$ 中的非零元素非常少，满足信道的稀疏条件。那么 $\boldsymbol{h}$ 的先验概率可以写作

$$\boldsymbol{h}|\boldsymbol{s}\sim\mathcal{CN}(\boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{s}),\boldsymbol{R}(\boldsymbol{s})) \tag{12}$$

其中：$\boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{s})$ 和 $\boldsymbol{R}(\boldsymbol{s})$分别为 $\boldsymbol{h}$ 的均值和方差。

首先进行稀疏模型选择，也就是在给出接收信号 $\boldsymbol{y}$ 的情况下选择模型 $\boldsymbol{s}$。在这里使用贝叶斯原理，模型选择后验概率为

$$p(\boldsymbol{s}|\boldsymbol{y})=\frac{p(\boldsymbol{y}|\boldsymbol{s})p(\boldsymbol{s})}{\sum_{s'\in S}p(\boldsymbol{y}|\boldsymbol{s}')p(\boldsymbol{s}')} \tag{13}$$

将上式的分子作为模型选择量并求对数，得到

$$\begin{aligned}\eta(\boldsymbol{s},\boldsymbol{y})=\ln p(\boldsymbol{y}|\boldsymbol{s})p(\boldsymbol{s})=\ln p(\boldsymbol{y}|\boldsymbol{s})+p(\boldsymbol{s})=\\ -(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{X}\mu(\boldsymbol{s}))^{\mathrm{H}}\Phi(\boldsymbol{s})(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{X}\mu(\boldsymbol{s}))-\\ \ln\det(\Phi(\boldsymbol{s}))-M\ln\pi+\sum_{n=0}^{N-1}\ln p_{s_n}\end{aligned} \tag{14}$$

其中，Φ 表示 $\boldsymbol{y}$ 的方差，用 $\Phi(\boldsymbol{s})=\boldsymbol{X}\boldsymbol{R}(\boldsymbol{s})\boldsymbol{X}^{\mathrm{H}}+\sigma^2\mathbf{I}_M$ 来计算。最大后验模型向量估计由式子 $\boldsymbol{s}_*=\arg\max_{s\in S}p(\boldsymbol{s}|\boldsymbol{y})$ 给出。每次贪婪搜索迭代都选出最大的 η，在迭代达到收敛条件时即可得到最终的模型向量，这在后边会进行详细阐述。

在确定模型向量后，下一步工作是求 $\boldsymbol{h}$ 中的非零值的幅度。在这里采用最小均方误差准则来求解

$$\hat{\boldsymbol{h}}_{\mathrm{mmse}}=\mathrm{E}\{\boldsymbol{h}|\boldsymbol{y}\}=\sum_{s\in S}p(\boldsymbol{s}|\boldsymbol{y})\mathrm{E}\{\boldsymbol{h}|\boldsymbol{y},\boldsymbol{s}\} \tag{15}$$

由参考文献[19]进而得到

$$\mathrm{E}\{\boldsymbol{h}|\boldsymbol{y},\boldsymbol{s}\}=\mu(\boldsymbol{s})+\boldsymbol{R}(\boldsymbol{s})\boldsymbol{X}^{\mathrm{H}}\Phi(\boldsymbol{s})^{-1}(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{X}\mu(\boldsymbol{s})) \tag{16}$$

由式(16)可以看出，如果能得到 $p(\boldsymbol{s}|\boldsymbol{y})$ 和 $\Phi(\boldsymbol{s})^{-1}$，那么信道冲激响应 $\boldsymbol{h}$ 的最小均方误差估计就可以求得。所以现在的主要目标就在于求得模型向量。由于有 $p(\boldsymbol{y}|\boldsymbol{s})p(\boldsymbol{s})=p(\boldsymbol{s},\boldsymbol{y})$，故而由式(14)知，$p(\boldsymbol{s},\boldsymbol{y})$ 的较大的值对应于较大的模型选择量 $\eta(\boldsymbol{s},\boldsymbol{y})$，而针对零或非零的二元模型选择问题，这个模型选择量的期望推导如下：

$$\mathrm{E}\{\eta(\boldsymbol{s},\boldsymbol{y})\}=2M+N(1-p_0)p_0(\ln[(\frac{\sigma_1^2}{\sigma^2}+1)\frac{p_0}{p_1}])^2 \tag{17}$$

将 $\eta(\boldsymbol{s},\boldsymbol{y})$ 和 $E\{\eta(\boldsymbol{s},\boldsymbol{y})\}$ 做对比，可知 $\{\boldsymbol{s},\boldsymbol{y}\}$ 是否有较大的概率。

接下来的主要问题在于选择较大的模型选择量。考虑一种贝叶斯匹配追踪选择，这是一种重复进行的贪婪搜索。设置搜索的根节点 $\boldsymbol{s}=0$，然后每次改变 $\boldsymbol{s}$ 中的一个元素，使这个元素由 q 变为 q'，模型也由 s 变为 s'。设置 $\Delta_{n,q'}(\boldsymbol{s},\boldsymbol{y})=\eta(\boldsymbol{s}',\boldsymbol{y})-\eta(\boldsymbol{s},\boldsymbol{y})$ 为模型向量第 n 个元素由 q 改变为 q' 时 $\eta(\boldsymbol{s},\boldsymbol{y})$ 的增量，那么可以推出

$$\Delta_{n,q'}(\boldsymbol{s},\boldsymbol{y})=\begin{cases}\beta_{n,q'}|\ \boldsymbol{c}_n^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{X}\mu(\boldsymbol{s}))+\mu_{q',q}/\sigma_{q',q}^2|^2-\\ \quad|\ \mu_{q',q}|^2/\sigma_{q',q}^2+\ln(\beta_{n,q'}/\sigma_{q',q}^2)+\ln(\boldsymbol{p}_{q'}/\boldsymbol{p}_q), & \sigma_{q',q}^2\neq 0\\ 2\mathrm{Re}(\mu_{q',q}^*\boldsymbol{c}_n^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{X}\mu(\boldsymbol{s})))-|\ \mu_{q',q}|^2\boldsymbol{c}_n^{\mathrm{H}}\boldsymbol{x}_n+\\ \quad\ln(\boldsymbol{p}_{q'}/\boldsymbol{p}_q) & ,\ \sigma_{q',q}^2=0\end{cases} \tag{18}$$

其中：$\mu_{q',q}=\mu_{q'}-\mu_q$；$\sigma_{q',q}^2=\sigma_{q'}^2-\sigma_q^2$；$\boldsymbol{c}_n=\Phi(\boldsymbol{s})^{-1}\boldsymbol{x}_n$ $\beta_{n,q'}=\sigma_{q',q}^2(1+\sigma_{q',q}^2\boldsymbol{x}_n^{\mathrm{H}}\boldsymbol{c}_n)^{-1}$。

匹配追踪的过程体现在每次改变模型后，选择最大的 $\eta(\boldsymbol{s},\boldsymbol{y})$，得到对应新的模型向量 $\boldsymbol{s}$ 以及被激活的新位置 n^*，再将 $\boldsymbol{s}$ 代入式(15)、(16)对 $\boldsymbol{h}$ 进行估计。然后对估计字典中的列向量以及残差值进行更新。下一次进行迭代时，再采用新的残差并代入式(18)对模型选择量的增量进行计算。如此反复迭代进行，直到满足收敛条件。

另一方面，由于匹配追踪的收敛速度依赖于残差和被选出的模型对应的字典列向量之间的正交

性。所以匹配追踪的收敛是一种渐进收敛，在有限步数的迭代之后得到结果是次优的。为了提高这种方法的迭代速度，在每次更新残差时，使残差与被选出的模型对应的字典列向量正交。在每次得到新的模型后，采用最小二乘方法得到 $\boldsymbol{h}$ 的预估计：

$$\gamma'=\arg\max_{\boldsymbol{h}}\|\boldsymbol{y}-\boldsymbol{X}\boldsymbol{h}\|_2 \tag{19}$$

并令 $\lambda_{\text{new}}=\boldsymbol{X}\gamma'$，则残差更新为

$$\boldsymbol{y}_{\text{new}}=\boldsymbol{y}_{\text{old}}-\lambda_{\text{new}} \tag{20}$$

其中，$\boldsymbol{y}_{\text{old}}$ 是上一次迭代中的 $\boldsymbol{y}$，而 $\boldsymbol{y}_{\text{new}}$ 是本次迭代后更新得到的 $\boldsymbol{y}$，再代入式(18)计算新的 $\Delta(\boldsymbol{s},\boldsymbol{y})$。将选出的观测矩阵的第 n_* 列置为零或者从观测矩阵中删去。重复以上过程，直到模型选择量超过门限。如果不存在这样的选择量，则进行一次新的选择。

将新方法的处理流程总结如下：

初始化：

$\boldsymbol{s}=0$，$\eta^{\text{root}}=-\frac{1}{\sigma^2}\|\boldsymbol{y}\|_2^2-M\ln(\sigma^2\pi)+N\ln p_0$，

$\boldsymbol{c}_n^{\text{root}}=\frac{1}{\sigma^2}\boldsymbol{X}_n$，$\beta_n^{\text{root}}=\sigma^2(1+\sigma^2\boldsymbol{x}_n^{\text{H}}\boldsymbol{c}_n^{\text{root}})^{-1}$，

$\eta_{n,q}=\eta^{\text{root}}+\ln\frac{\beta_n^{\text{root}}}{\sigma_1^2}+\beta_n^{\text{root}}|\boldsymbol{c}_n^{\text{rootH}}\boldsymbol{y}+\frac{\mu_q}{\sigma_1^2}|^2-\frac{|\mu_q|^2}{\sigma_1^2}+\ln\frac{p_1}{p_0}$，

$\boldsymbol{n}=null$，$\boldsymbol{q}=null$；

贪婪选择：选择 $\eta_{n,q}$ 中的最大项，记录其索引 (n_*,q_*)，将它加入集合 $\boldsymbol{n}\leftarrow[\boldsymbol{n},n_*]$，$\boldsymbol{q}\leftarrow[\boldsymbol{q},q_*]$，得到新模型 $\boldsymbol{s}$；

正交处理：$\gamma'=\arg\max_{\boldsymbol{h}}\|\boldsymbol{y}-\boldsymbol{X}_s\boldsymbol{h}\|_2$，$\lambda_{\text{new}}=\boldsymbol{X}\gamma'$，$\boldsymbol{y}_{\text{new}}=\boldsymbol{y}_{\text{old}}-\lambda_{\text{new}}$；

更新：按式(18)对 $\boldsymbol{c}_n$、β_n、η 进行更新操作，令 $\boldsymbol{X}_{n_*}=0$。回到贪婪选择步骤，再次进行贪婪选择；重复进行以上步骤，直至 η 达到收敛门限。

另外值得注意的是，本文的方法中，多径稀疏信道的稀疏度或冲激响应非零多径出现的概率 p_1，以及信道冲激响应幅度的均值和方差，这些先验知识需要提前获得。本文是采用基于最小二乘准则的方法进行粗估计来获得这些先验知识的，即 $\hat{\boldsymbol{h}}_{\text{pre}}=(\boldsymbol{X}^{\text{T}}\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^{\text{T}}\boldsymbol{y}$，虽然不能保证完全准确，但需要的先验信息的误差也在容许范围之内，可以在本文提出的方法中加以利用，再由本文的方法进行精估计，得到更加准确的估计结果。

3　仿真试验

在本节中，将本文提出的算法用数值仿真试验进行验证。试验将从估计结果、收敛速度和估计误差三方面分析本文算法的性能，并与 OMP、StOMP、RVM 和 BMP 进行对比，得到它的优势和缺点。

3.1　仿真条件

选择浅海水声通信为物理背景进行研究。参考文献[20-21]，采用线性调频波作为训练序列：

$$x(n)=\cos(2\pi(\alpha n^2+\beta n)),\ n=0,1,\cdots,N-1 \tag{21}$$

其中：$\alpha=1/4\pi(N-1)$；$\beta=0.1$；$N=500$；噪声 n 为加性高斯白噪声。在仿真中，选取 0～30 dB 的信噪比区间进行研究，由式(21)可立即得到观测矩阵 $\boldsymbol{x}$。

在仿真中选取两种不同的水下多径稀疏信道模型。这两种信道的冲激响应都通过声线模型计算出来，它们的多径数即信道稀疏度分别为 16 和 35，信道总长度为 250。两种信道模型的信道冲激响应分别如图 2 和图 3 所示。模型 2 相比模型 1，幅度明显提高，具有更多的多径数且多径呈明显簇状分布，是一种更加典型的水声信道。在两种水声稀疏信道模型下分别进行算法仿真有助于对算法的普适性进行验证。两种通信和信道参数分别在表 1 和表 2 中列出。

仿真试验中，假设发射的训练序列经过信道 $\boldsymbol{h}$ 后，得到观测数据 $\boldsymbol{y}$，由 $\boldsymbol{y}$ 和 $\boldsymbol{X}$ 来估计多径稀疏信道的冲激响应。在对算法的估计精度进行评价时，与声线模型计算得到的信道冲激响应进行对比。

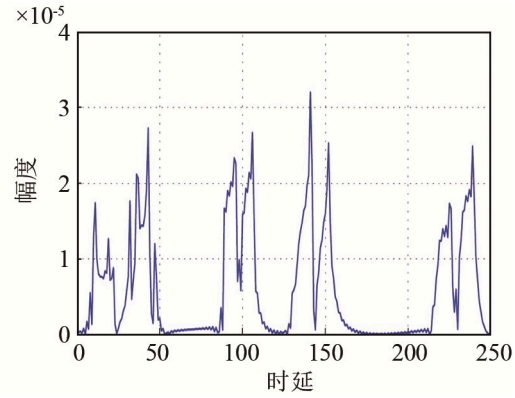

图 2　信道冲激响应(模型 1)
Fig.2　Channel impulse response of Model 1

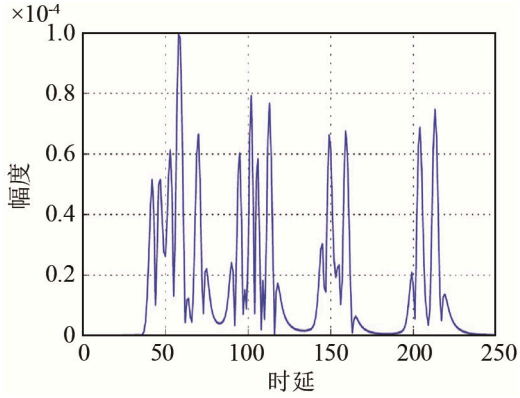

图 3　信道冲激响应(模型 2)
Fig.3　Channel impulse response of Model 2

表 1 仿真试验中采用的模型 1 通信参数
Table 1 The parameters of Model 1

发射机深度/m	25
接收机深度/m	100
距离/km	3
载频/kHz	13
码元速率/B	1 000
数据率/bps	1 000
调制方式	BPSK
带宽/kHz	2
信道稀疏度	16

表 2 仿真试验中采用的模型 2 的通信参数
Table 2 The parameters of Model 2

发射机深度/m	100
接收机深度/m	100
距离/km	2
载频/kHz	13
码元速率/B	1 000
数据率/bps	1 000
调制方式	BPSK
带宽/kHz	2
信道稀疏度	35

本节中的数值仿真都是在 CPU 主频为 2.93 GHz、内存为 3GB 和操作系统为 Windows7 的计算机上进行的，仿真环境为 MATLAB2013a，对算法都进行 100 次蒙特卡罗试验 3.2 仿真结果。

3.2.1 冲激响应估计结果

本文所提出的 BOMP 对模型 1 信道在信噪比为 20 dB 时的估计，如图 4 所示。采用采样点来表示延迟，从图 4 可以看出，BOMP 对模型 1 信道的估计与真实信道冲激响应非常接近。BOMP 不仅能准确找到多径的位置，而且对幅度的估计也很接近实际值。

BOMP 对模型 2 信道的估计如图 5 所示。对比图 2 可以看出，BOMP 在对多径数明显增加的模型

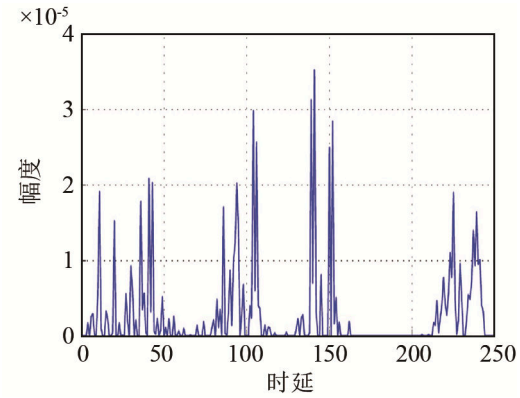

图 4 BOMP 的估计结果(模型 1, SNR=20 dB)
Fig.4 Estimation result of BOMP(Model 1, SNR=20 dB)

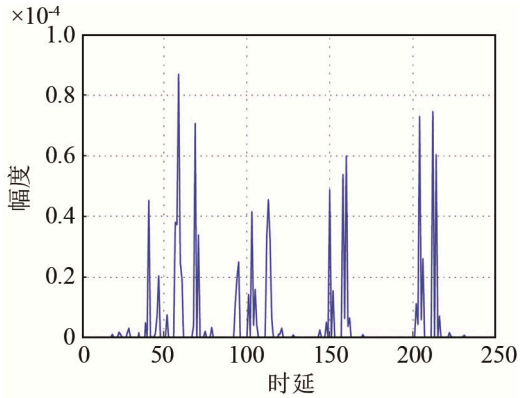

图 5 BOMP 的估计结果(模型 2, SNR=20 dB)
Fig.5 Estimation result of BOMP(Model 2, SNR=20 dB

2 进行信道估计时，基本能将多径位置和幅度准确地估计出来。

3.2.2 收敛速度和估计效率

对本文所提出的方法的收敛性进行研究。本文所提算法的出发点就是利用正交性在贝叶斯匹配追踪的基础上改善收敛速度。首先考察 BOMP 和 BMP 收敛时迭代次数的对比，图 6 展现的是在模型 1 下两者估计误差与迭代次数的关系。从图 6 可以看出，BOMP 相比于 BMP，整体的迭代收敛次数远远低于 BMP；BOMP 的估计误差在步数大于多径数时变化不大，而 BMP 则需要 3 倍于多径数的步数；相同的估计误差下，BMP 需要 3～8 倍于 BOMP 的步数。这些结果与理论分析基本吻合。

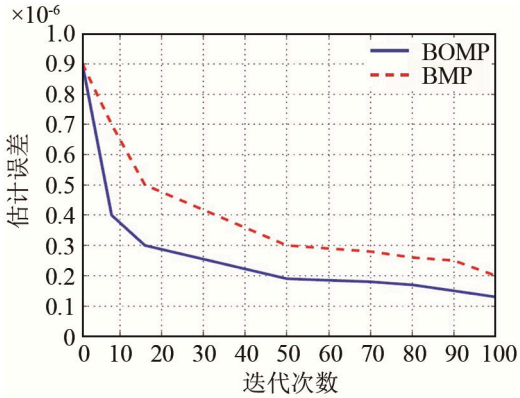

图 6 BOMP 的估计误差随迭代步数的变化
Fig.6 Estimated error versus iteration number

另一方面，正交化过程会带来计算量的增大，每一步迭代中都要进行的最小二乘计算是造成计算量增大的主要原因。在这种情况下，考察了 BOMP 和 BMP 的估计效率，并做了比对，如图 7 所示。由图 7 可以看出，尽管 BOMP 的每一次迭代运算时间多于 BMP，但是由于迭代次数大大减少，所以总的运算时间仍然少于 BMP，估计效率也高

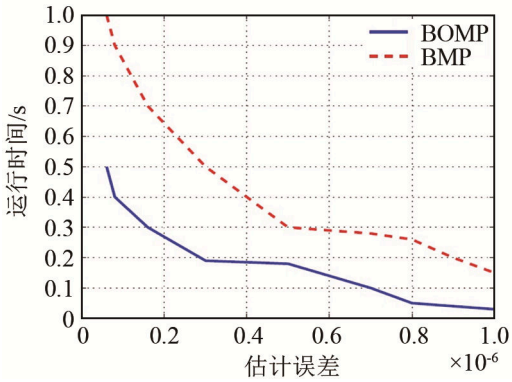

图 7　BOMP 的估计时间随估计误差的变化
Fig.7　Estimated time versus error

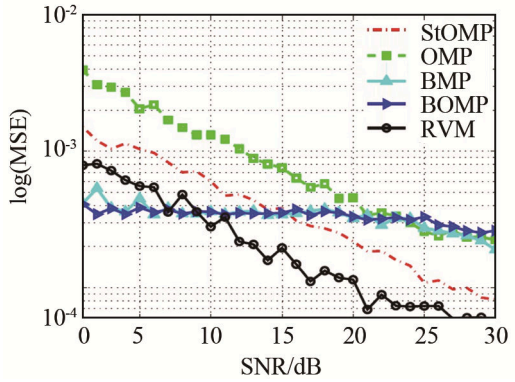

图 8　BOMP 估计误差与其他算法的对比(模型 1)
Fig.8　MSEs of BOMP and several other methods (Model 1)

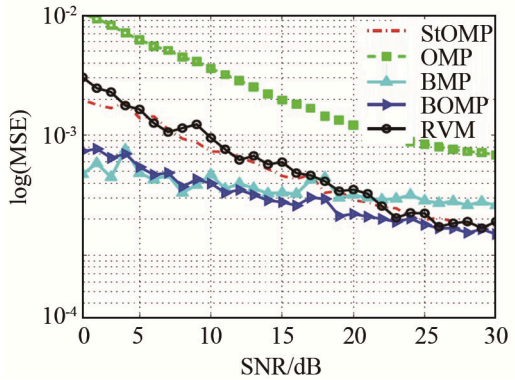

图 9　BOMP 估计误差与其他算法的对比(模型 2)
Fig.9　MSEs of BOMP and several other methods (Model 2)

于 BMP。在同样的估计误差下，新方法的运算时间比 BMP 缩短一倍以上。

选取了 BOMP 和 BMP 以及几种传统估计方法 StOMP、OMP、RVM，在模型 1 下对它们的运算时间进行测试，以观察他们的估计效率。结果如表 3 所示，从表 3 可以看出本文提出的方法较 BMP 在效率上有明显提升，但由于运算复杂度高于传统贪婪迭代方法和相关向量机方法，估计效率比这几种传统方法低。

表 3　运算时间对比(s)
Table 3　Runtime of different methods (unit: second)

估计方法	OMP	StOMP	RVM	BMP	BOMP
耗时	0.134	0.139	0.248	1.143	0.793

3.2.3　估计精度

另外一个需要考察的重要的性能指标是估计精度，这是直接影响到通信性能的指标。本文选取估计结果的均方误差(Mean Square Error，MSE)随信噪比的变化来考察这一性能。MSE 的计算方法如下：

$$\mathrm{E}_{\mathrm{MSE}}=\frac{1}{R}\sum_{i=1}^{R}\|\boldsymbol{h}-\hat{\boldsymbol{h}}_i\|_2^2 \tag{23}$$

其中：i 表示第 i 次试验。随后将它随信噪比的变化进行了记录，并与其他几种稀疏信道估计算法如 StOMP、OMP、RVM 以及 BMP 进行了对比，结果如图 8 和图 9 所示。

由图 8 可以看出，信道模型 1 下，BOMP 在信噪比不超过 9 dB 时性能优于其他估计方法，而 BMP 的性能与 BOMP 接近但稍差。随着信噪比的提高，BOMP 的估计精度变化不大，在信噪比高于 10 dB 时，估计精度比 RVM 和 StOMP 差，说明在模型 1 这种多径数不太大的情形下，BOMP 是一种对噪声不太敏感的估计方法，且在低信噪比下有更好的估计效果。由图 9 可以看出，在信道多径数变大且呈簇状分布的情况下，BOMP 在高信噪比时的估计性能有所提高，与 RVM 和 StOMP 接近，并且在低信噪比下仍然保持了很好的估计性能。在信噪比不高于 20 dB 的条件下，BOMP 的估计精度比传统方法中性能较好的 RVM 方法提高了大约 3 dB 以上。由此可见，本文提出的方法对于多径效应明显、扩展严重且信噪比条件较差的水声多径稀疏信道的估计问题具有较好的估计性能。

4　结 论

本文从水下稀疏多径信道估计的问题出发，针对贝叶斯匹配追踪收敛速度较差的问题，在进行贝叶斯模型选择时对其进行了正交化改进，使其收敛速度更快，再用最小均方误差准则进行幅度估计。进而采用两种水声稀疏信道模型进行了仿真试验，仿真结果证明，本文所提出的 BOMP 方法相比 BMP，可以明显改善估计速度，在同样的估计误差下可以将估计速度提高一倍以上。在多径数大且多径呈簇状集中分布、信噪比较低的典型水下多径稀疏信道场景中，本文提出的方法在估计精度上比传统贪婪算法和相关向量机方法也有明显提升。另

外，由于目前的条件限制，暂时缺少试验数据以对本文的方法进行验证，这将作为今后一个重要的努力方向。

参 考 文 献

[1] Kocic M, Brady D, Stojanovic M. Sparse equalization for real-time digital underwater acoustic communications[C]//OCEANS'95. MTS/IEEE. Challenges of Our Changing Global Environment. Conference Proceedings. IEEE, 1995, 3: 1417-1422.

[2] W Schreiber W F. Advanced television systems for terrestrial broadcasting: Some problems and some proposed solutions[J]. Proceedings of the IEEE, 1995, **83**(6): 958-981.

[3] Vaccaro R J, Ramalingam C S, Tufts D W, et al. Least-squares time-delay estimation for transient signals in a multipath environment[J]. J. Acoust. Soc. Am., 1992, **92**(1): 210-218.

[4] Van Trees H L. Detection, estimation, and modulation theory[M]. John Wiley & Sons, 2004.

[5] Berger C R, Zhou S, Preisig J C, et al. Sparse channel estimation for multicarrier underwater acoustic communication: From subspace methods to compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, **58**(3): 1708-1721.

[6] Donoho D L. Compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, **52**(4): 1289-1306.

[7] Candès E J, Romberg J, Tao T. Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, **52**(2): 489-509.

[8] Cotter S F, Rao B D. Sparse channel estimation via matching pursuit with application to equalization[J]. IEEE Transactions on Communications, 2002, **50**(3): 374-377.

[9] Tropp J A. Greed is good: Algorithmic results for sparse approximation[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2004, **50**(10): 2231-2242.

[10] Fuchs J J, Delyon B. Minimal L/sub 1/-norm reconstruction function for oversampled signals: applications to time-delay estimation[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2000, **46**(4): 1666-1673.

[11] Pati Y C, Rezaiifar R, Krishnaprasad P S. Orthogonal matching pursuit: Recursive function approximation with applications to wavelet decomposition[C]//Signals, Systems and Computers, 1993. 1993 Conference Record of The Twenty-Seventh Asilomar Conference on. IEEE, 1993: 40-44.

[12] Tropp J A, Gilbert A C. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2007, **53**(12): 4655-4666.

[13] Tipping M E. Sparse Bayesian learning and the relevance vector machine[J]. Journal of Machine Learning Research, 2001, **1**(3): 211-244.

[14] Ji S, Xue Y, Carin L. Bayesian compressive sensing[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, **56**(6): 2346-2356.

[15] Pedersen N L, Manchón C N, Shutin D, et al. Application of Bayesian hierarchical prior modeling to sparse channel estimation[C]//Communications (ICC), 2012 IEEE International Conference on. IEEE, 2012: 3487-3492.

[16] Schniter P, Potter L C, Ziniel J. Fast Bayesian matching pursuit[C]//Information Theory and Applications Workshop, 2008. IEEE, 2008: 326-333.

[17] Donoho D L, Tsaig Y, Drori I, et al. Sparse solution of underdetermined systems of linear equations by stagewise orthogonal matching pursuit[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2012, **58**(2): 1094-1121.

[18] Larsson E G, Selen Y. Linear regression with a sparse parameter vector[J]. Signal Processing, IEEE Transactions on, 2007, **55**(2): 451-460.

[19] Poor H V. An introduction to signal detection and estimation[M]. Springer Science & Business Media, 1994.

[20] ZENG W J, JIANG X, LI X L, et al. Deconvolution of sparse underwater acoustic multipath channel with a large time-delay spread[J]. J. Acoust. Soc. Am., 2010, **127**(2): 909-919.

[21] 白晓慧，孙超，易锋，等. 低信噪比下的浅海水声稀疏信道估计[J]. 西北工业大学学报, 2013, **31**(1): 115-121.
BAI Xiaohui, SUN Chao, YI Feng, et al. A better estimation method of sparse shallow-water acoustic channel under a low signal to noise environment[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2013, **31**(1): 115-121.