空气声源激发的浅海声场的理论研究

周 伟
(中国舰船研究设计中心，湖北武汉 430064)

摘要：研究了将空气中声速分布建模为 Epstein 分布，水层和海底均为均匀分布的三层介质模型的条件下，空气中点源激发的水下声场。既推导得到了声压场的形式解，通过数值分析，表明空气中点源激发浅水波导，在水层中形成的波导简正波具有实数本征值，可以远距离传播，称其为“水波”。空气层中的 Epstein 波导简正波在水层中为非均匀波，传播速度取决于空气中声速，称其为“水面波”，并指出空气中声源运动产生的水面波多普勒频移大于水波多普勒频移。

关键词：空气声源；浅海声场；三层模型
中图分类号：TB5651 **文献标识码**：A **文章编号**：1000-3630(2017)-06-0522-06
DOI 编码：10.16300/j.cnki.1000-3630.2017.06.004

The theoretical study of acoustic field in shallow water excited by an aero source

ZHOU Wei
(*China Ship Development and Design Center, Wuhan* 430064, *Hubei*, *China*)

Abstract: The underwater acoustic field excited by an aero-source is studied when the air sound velocity is assumed as Epstein distribution, and the shallow water and the seabed are assumed as iso-speed layers (Epstein model). Acoustic pressure solution is obtained. The numerical analysis results indicate that normal modes with true eigenvalues exist when the shallow water column is excited by an aero-source and they can propagate over long distance. The normal mode is named “water wave” in this paper. The normal modes existing in the aero Epstein waveguide are lateral waves while traveling in the water layer with the sound speed of the air. And the lateral wave is named as “surface water wave”, on which the Doppler shift caused by the aero moving source is greater than that on the “water wave”.
Key words: aero source; acoustic field in shallow water; three-layer model

0 引 言

水声探测反潜直升机是国内外水声工作者研究的热点之一。直升机辐射噪声的频谱是连续谱与强线谱[1-2]的叠加，尤其是在低频段强线谱丰富。

目前公开发表的文献中，水听器探测直升机作用距离约为 300 m[3-5]，关于该结果一般采用射线理论解释，认为由于空气水界面处存在约为 13° 的透射临界角，水听器仅能接收在此临界角范围内的飞机辐射噪声。

对空气、水和海底进行三层介质空间建模，利用波动理论求解直升机激发水下声场的报道并不多见，Michael J. Buckingham 曾在美国声学杂志 J.A.S.A 上发表过相关内容的研究[6]，他将空气、水和海底建模为三层均匀介质空间，利用波动理论推导了声场的形式解，并在此基础上做了相关的研究，包括等效深度、以及声源运动对水下声场的各种影响等内容。作者在典型浅海及飞机辐射强线谱条件下，利用“有效深度”的概念得出水中有三阶波导简正波。若有波导简正波存在，必能以较小传播损失远程传播。这与作者先前发表的文献[4-5]中利用射线理论解释实验结果有重大差别。作者没有仔细甄别这两种差别。

实际情况下，海面上空气由于温度、风等因素的影响，其声速分布并非均匀的。为进一步分析空气中声速分布对直升机激发的水下声场的影响，本文将空气中声速分布假设为 Epstein 分布[7-9]，海水和海底声速分布假设为均匀分布，并利用波动方程求解声场形式解，分析了声压场及振速场的特性。

1 三层 Pekeris 介质模型

三层介质 Pekeris 介质模型如图 1 所示[6]，z 轴

收稿日期：2017-08-04；**修回日期**：2017-10-18
作者简介：周伟(1983－)，女，天津人，博士，工程师，研究方向为声兼容、水声信号处理、海洋中声传播等。
通讯作者：周伟，E-mail: 835599475@qq.com

向下为正，海面为 $z=0$ 平面，声源 S 坐标为 $(0,z_s)$，其中 $z_s<0$，海深为 H，如无特殊说明本文中指浅海，接收点 R 坐标为 (r,z)。空气、海水和海底为均匀介质，声速和密度均为常量，分别为 $\rho_0c_0,\rho_1c_1,\rho_2c_2$。

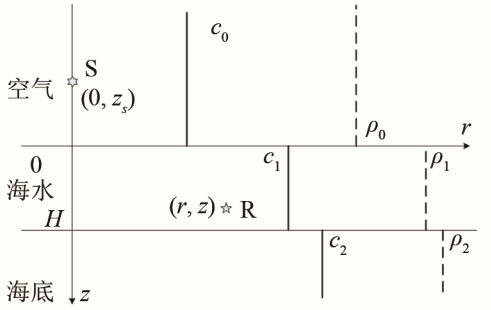


图 1　三层 pekeris 模型

Fig.1　Three-layers Pekeris model

2　Epstein 介质模型

空气中声速为 Epstein 分布的三层介质模型如图 2 所示，水层和海底的建模与三层 Pekeris 介质模型相同。空气的密度这里同样认为是常量 ρ_0，下文将该模型简称为“Epstein 模型”，空气中的声速建模为 Epstein 分布。

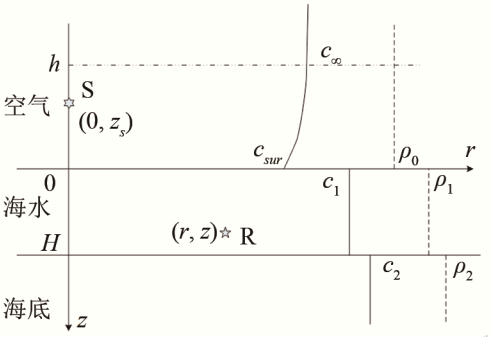


图 2　空气中声速为 Epstein 分布的三层介质模型

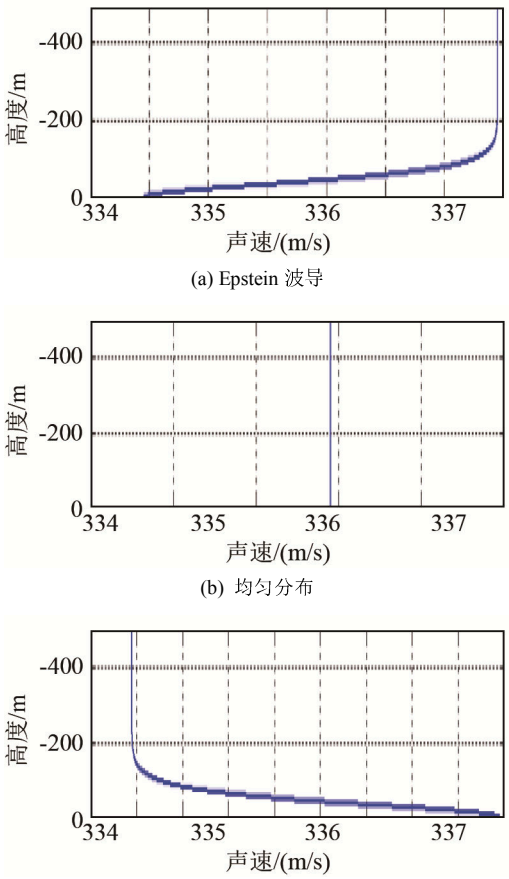
Fig.2　Three-layer medium model with Epstein sound speed distribution in air

Epstein 声速分布表示式如式(1)所示。

$$\frac{1}{c^2}=\frac{A_0}{ch^2\dfrac{z}{h}}+B_0,\qquad z<0 \tag{1}$$

设空气中各点密度相同，并假定声速仅与直角坐标系 (x,y,z) 的 z 坐标有关。式(1)中 A_0,B_0,h 是描述介质的参数，其中 $A_0=1/c_{sur}^2-1/c_\infty^2$、$B_0=1/c_\infty^2$、$c_{sur}$ 表示海面处空气的声速，c_∞ 表示高空空气声速，h 表征空气中波导层的厚度。一般将 $c_\infty>c_{sur}$ 的情况称为 Epstein 波导，将 $c_\infty<c_{sur}$ 的情况称为 Epstein 反波导，而当 $c_\infty=c_{sur}$ 时，空气层为均匀声速分布，此时 Epstein 模型与三层 Pekeris 介质模型相同。

图 3 为 $c_{sur}=334.45$ m/s，高空声速分别为 $c_\infty=337.45$ m/s、$c_\infty=334.45$ m/s、$c_\infty=330.45$ m/s，$h=-50$ m 的三种声速分布情况。



(a) Epstein 波导

(b) 均匀分布

(c) Epstein 反波导

图 3　不同条件下的 Epstein 声速分布

Fig.3　Epstein sound speed distributions under different conditions

所以三层 Pekeris 介质模型可以看做是 Epstein 模型的一种特例。

3　声场形式解的推导与分析

下面分析在上述两种不同模型下，空气中点源激发的声场的形式解，取时间因子为 $e^{-j\omega t}$，φ 表示速度势函数，在柱坐标系中频域波动方程为：

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right)+\frac{\partial\varphi^2}{\partial z^2}+k_i^2\varphi=Q(r,z_s),\quad k_i=\frac{\omega}{c_i},i=0,1,2 \tag{2}$$

$k_i,(i=0,1,2)$ 表示第 i 层介质中的波数，源函数：$Q(r,z_s)=-4\pi\delta(r,z-z_s)$，$z_s<0$。

$\delta(r,z-z_s)$ 为三维 Dirac 函数，表征点源。将声场解表示为 Fourier-Bessel 变换：

$$\varphi(r,z)=\int_0^{+\infty}Y(z,\xi)J_0(\xi r)\xi\mathrm{d}\xi=\int_{-\infty}^{+\infty}Y(z,\xi)H_0^{(1)}(\xi r)\xi\mathrm{d}\xi \tag{3}$$

其中：“J_0”表示零阶贝塞耳函数，$H_0^{(1)}$表示零阶第 1 类汉克尔函数，则在三层介质中的亥姆霍兹方程可以表示为：

$$\begin{cases}\dfrac{d^2Y}{dz^2}+(k_0^2-\xi^2)Y=-2\delta(z-z_s), & z\leqslant 0\\ \dfrac{d^2Y}{dz^2}+(k_1^2-\xi^2)Y=0, & 0\leqslant z\leqslant H\\ \dfrac{d^2Y}{dz^2}+(k_2^2-\xi^2)Y=0, & z\leqslant H\end{cases} \tag{4}$$

其中：ξ 表示水平波数。记：$\beta_i=\sqrt{k_0^2-\xi^2}$，$i=0,1,2$ 为第 i 层介质中垂直方向波数。或称 ξ 为波数水平分量，β_i 为波数的垂直分量。

3.1 三层 Pekeris 介质模型下的声场解

在三层 Pekeris 介质模型下，将 $Y(z,\xi)$ 的通解表示为：

$$Y_P(z,\xi)=\begin{cases}A_P\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta_0 z}, & z\leqslant z_s\\ B_P\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta_0 z}+C_P\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta_0 z}, & z_s\leqslant z\leqslant 0\\ D_P\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta_1 z}+E_P\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta_1 z}, & 0\leqslant z\leqslant H\\ F_P\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta_2 z}, & z\geqslant H\end{cases} \tag{5}$$

下脚标“P”表示三层 Pekeris 模型下的结果。利用边界条件如式(6)所示和点源条件如式(7)所示(边界条件与所建模型无关，故未加脚标)：

$$\begin{cases}\rho_0 Y_0(0)=\rho_1 Y_1(0)\\ Y_0'(0)=Y_1'(0)\\ \rho_1 Y_1(H)=\rho_2 Y_2(H)\\ Y_1'(H)=Y_2'(H)\end{cases} \tag{6}$$

$$\begin{cases}Y(z_s^+)=Y(z_s^-)\\ Y'(z_s^+)=Y'(z_s^-)=-2\end{cases} \tag{7}$$

其中：$Y_i,(i=0,1,2)$ 表示在空气、水和海底的亥姆霍兹方程的解，$Y_i'=dY_i/dz$，$i=0,1,2$。

$$\text{记：}\begin{matrix}b_1=\rho_1/\rho_0,\ b_2=\rho_2/\rho_1\\ d_1=\beta_1/\beta_0,\ d_2=\beta_2/\beta_1\end{matrix} \tag{8}$$

则水层和海底的速度势函数为：

$$\varphi_P(r,z)=\begin{cases}\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty}2M_P\{b_2\cos\beta_1(H-z)-\mathrm{j}d_2\sin\beta_1(H-z)\}H_0^{(1)}(\xi r)\xi\mathrm{d}\xi & 0\leqslant z\leqslant H\\ \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty}2M_P\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta_2(z-H)}H_0^{(1)}(\xi r)\xi\mathrm{d}\xi & z\geqslant H\end{cases} \tag{9}$$

其中

$$\begin{cases}M_P=\dfrac{2C_P}{\Delta_{P1}}\\ C_P=\mathrm{j}\dfrac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta_0 z_s}}{\beta_0}\\ \Delta_{P1}=2\left[(b_1b_2+d_1d_2)\cos\beta_1H-\mathrm{j}(b_1d_2+d_1b_2)\sin\beta_1H\right]\end{cases} \tag{10}$$

式中：Δ_{P1} 的下脚标“1”表示与水层波导相关的结果，若令 $\Delta_{P1}=0$，即为水层波导简正波的频散方程，下文称此类本征值对应的简正波为水波。

3.2 Epstein 模型下的声场解推导

因空气中声速服从 Epstein 分布，如式(1)所示，声场可以表示为[7]：

$$\begin{cases}\varphi(r,z)=\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\Phi_-(z_0)}{W(\xi)}\Phi_+(z)H_0^{(1)}(\xi r)\xi d\xi, & z>z_0\\ \varphi(r,z)=\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\Phi_+(z_0)}{W(\xi)}\Phi_-(z)H_0^{(1)}(\xi r)\xi d\xi, & z<z_0\end{cases} \tag{11}$$

此处 Φ_- 和 Φ_+ 是空气中亥姆霍兹方程的线性独立解，Φ_- 和 Φ_+ 的具体形式如式(12)所示[7]。

$$\begin{cases}\Phi_+=e^{-\mu\zeta}\times(1+e^{-2\zeta})^{\nu}F(\nu+\mu,\nu;1+\mu;-e^{-2\zeta})\\ \Phi_-=e^{\mu\zeta}\times(1+e^{2\zeta})^{\nu}F(\nu+\mu,\nu;1+\mu;-e^{2\zeta})\end{cases} \tag{12}$$

其中：“$F(.)$”表示超几何方程，$\zeta=z/h$，$\nu=1/2+\sqrt{1/4+A_0\omega^2h^2}$，$\mu=\sqrt{h^2(\xi^2-k_\infty^2)}$，$k_\infty=\omega/c_\infty$ 约定当 ξ 为实数时取 $\mathrm{Re}(\mu)\geqslant 0$ 及 $\mathrm{Im}(\mu)\leqslant 0$。当 $A\to 0$ 时，$\nu=1$ 代表均匀空间，此时有

$$\begin{cases}\Phi_+=\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta_0 z}\\ \Phi_-=\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta_0 z}\end{cases} \tag{13}$$

由前面分析可知空气中线性无关解为：Φ_+、Φ_-，水层波导中的线性无关解应为：$\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta_1 z}$ 和 $\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta_1 z}$，海底为半均匀无限介质空间其解的表示式为：$\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta_2 z}$。综上所述将三层介质模型条件下式(4)亥姆霍兹方程的通解写为式(14)。

$$Y_E=\begin{cases}A_E\varphi_+(z), & z\leq z_s\\ B_E\varphi_+(z)+C_E\varphi_-(z), & z_s<z\leq 0\\ D_E\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta_1 z}+E_E\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta_1 z}, & 0<z\leq H\\ F_E e^{j\beta_2 z}, & z\geq H\end{cases} \tag{14}$$

其中：下脚标“E”表示 Epstein 模型下得到的结果，b_1、b_2、d_2 的定义与式(8)相同，$\varphi_+(z)$、$\varphi_-(z)$ 与式(12)中 Φ_+、Φ_- 的表示形式相同。

利用式(6)、(7)所示的边界条件和点源条件可得水层和海底的速度势函数为：

$$\varphi_E(r,z)=\begin{cases}\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty}2M_E\{b_2\cos(\beta_1(H-z))-\mathrm{j}d_2\sin(\beta_1(H-z))\}\cdot H_0^{(1)}(\xi r)\xi d\xi, & 0<z<H\\ \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty}2M_E\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta_2(z-H)}H_0^{(1)}(\xi r)\xi\mathrm{d}\xi, & z>H\end{cases} \tag{15}$$

$$\begin{cases}M_E=\dfrac{2\varphi_+(z_s)}{\Delta_{E1}}\\ \Delta_{E1}=2[(b_1b_2\varphi_+'(0)-\mathrm{j}d_2\beta_1\varphi_+(0))\cos\beta_1H-\\ \qquad\mathrm{j}(b_1d_2\varphi_+'(0)-\mathrm{j}\beta_1b_2\varphi_+(0))\sin\beta_1H]\end{cases} \tag{16}$$

$$\begin{cases}\varphi_+(0)=\Gamma(1+\mu)\dfrac{2^{-\mu}\sqrt{\pi}}{\Gamma(\frac{\upsilon+1+\mu}{2})\Gamma(\frac{-\upsilon+\mu}{2}+1)}\\ \varphi_+'(0)=-\Gamma(1+\mu)\dfrac{2^{1-\mu}\sqrt{\pi}}{h\Gamma(\frac{\upsilon+\mu}{2})\Gamma(\frac{1+\mu-\upsilon}{2})}\end{cases}\tag{17}$$

$$\begin{cases}\varphi_-(0)=\Gamma(1+\mu)\dfrac{2^{-\mu}\sqrt{\pi}}{\Gamma(\frac{\upsilon+1+\mu}{2})\Gamma(\frac{-\upsilon+\mu}{2}+1)}\\ \varphi_-'(0)=\Gamma(1+\mu)\dfrac{2^{1-\mu}\sqrt{\pi}}{h\Gamma(\frac{\upsilon+\mu}{2})\Gamma(\frac{1+\mu-\upsilon}{2})}\end{cases}\tag{18}$$

其中的结果利用了朗斯基行列式的性质 $W(\varphi_-(0),\varphi_+(0))\equiv W(\varphi_-(z_s),\varphi_+(z_s))$，式(17)和式(18)中的“ $\Gamma(\cdot)$ ”表示伽马函数($\Gamma(z)=\int_0^\infty u^{z-1}e^{-u}\mathrm{d}u$ ，$\mathrm{Re}(z>0)$)。由 $\Delta_{E1}=0$ 即可得到水层波导简正波的本征值，下文称此类本征值对应的简正波为水波。

而对于空气中的 Epstein 波导层中存在的简正波，其本征方程由朗斯基行列式为零得到[7]，即：

$$\frac{1}{\Gamma(\upsilon+\mu)\Gamma(1+\mu-\upsilon)}=0\tag{19}$$

由此得到两类极点，$\mu+\nu=-s$，$s=0,1,2\cdots$ 为第一类极点，第二类极点由条件 $\mu=\nu-1-s$，$s=0,1,2\cdots$ 确定，即：

$$\xi=\begin{cases}\sqrt{\dfrac{-\nu-s}{h^2}+k_\infty^2} & \text{第一类极点}\\ \sqrt{\dfrac{\nu-1-s}{h^2}+k_\infty^2} & \text{第二类极点}\end{cases},\quad s=0,1,2\cdots\tag{20}$$

水平波数应满足条件 $k_\infty<\xi<k_0$，所以仅第二类极点满足条件。即空气中的 Epstein 波导简正波的本征值为

$$\xi=\sqrt{\frac{\nu-1-s}{h^2}+k_\infty^2},\quad s=0,1,2\cdots\tag{21}$$

文中将此类本征值对应的在水中传播的波称为“水面波”，在水层中为非均匀波，在空气中为 Epstein 波导简正波。该类波在水层中近水面处强度大，随着深度的增加，其强度激剧减小，所以称之为“表面波”。

4　水层中两种波的分析与数值计算

对比两种不同模型下的结果，可以发现将空气中声速分布建模为 Epstein 分布时，空气中点源所激发的水下声场存在水波和水面波，而三层 Pekeris 介质模型的结果，空气中点源所激发的远程水下声场仅含有水波，近程有侧面波。下面具体分析这两类波的特点。

4.1　水　波

由式(10)和(16)可得两种模型下水波的频散方程为

$$\begin{cases}\tan\beta_1H=-\mathrm{j}\dfrac{(b_1b_2+d_1d_2)}{(b_1d_2+d_1b_2)} & \text{<三层Pekeris介质模型>}\\ \tan\beta_1H=\mathrm{j}\dfrac{\mathrm{j}\beta_2\dfrac{\varphi_+(0)}{\varphi_+'(0)}-b_1b_2}{b_1\dfrac{\beta_2}{\beta_1}-\mathrm{j}\beta_1b_2\dfrac{\varphi_+(0)}{\varphi_+'(0)}} & \text{<Epstein模型>}\end{cases}\tag{22}$$

由式(17)、(18)可知 $|\mathrm{j}\beta_1d_2\,\varphi_+(0)/\varphi_+'(0)|\ll|b_1b_2|$，$|\mathrm{j}\beta_1b_2\,\varphi_+(0)/\varphi_+'(0)|\ll|b_1d_2|$，由式(8)有 $d_1d_2\ll b_1b_2$, $|b_1d_2|\gg|d_1b_2|$，所以式(22)可近似为

$$\begin{cases}\tan\beta_1H=-j\dfrac{b_2}{d_2} & \text{<三层Pekeris介质模型>}\\ \tan\beta_1H=-j\dfrac{b_2}{d_2} & \text{<Epstein模型>}\end{cases}\tag{23}$$

从式(23)可以看出空气中的声速分布对水波的影响不大。下面给一个具体算例。

算例 1 条件：海深 $H=50$ m；影响空气中 Epstein 波导厚度参数 $h=-50$ m；海水中声速为 $c_1=1\,500$ m/s；密度 $\rho_1=1\,000$ kg/m^3；海底声速为 $c_2=1\,600$ m/s；密度 $\rho_2=1\,800$ kg/m^3；空气密度 $\rho_0=1.25$ kg/m^3。空气中声速与温度关系：$c=331.45+0.6t$，t 单位为℃，假设海面处空气温度为 5℃，高空中空气温度为 10℃，所以有 $c_0=334.450\,0$ m/s，$c_\infty=337.450\,0$ m/s。声源参数 $z_s=-80$ m，点源频率为 100 Hz，由此可得水层中存在的两阶波导简正波的本征值为：0.417 940、0.415 069。

图 4 为两种不同模型下，水波的前两阶波导简正波的声压归一化幅度沿垂直方向的分布对比。

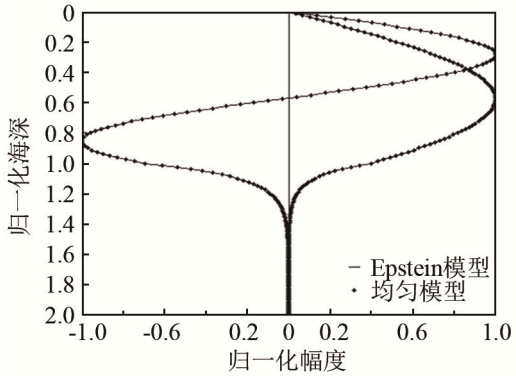


图 4　两种模型下水波前两阶简正波的归一化幅度在垂直方向的分布

Fig.4　Normalized amplitude distributions of the first two order modes of water wave in the vertical direction under two models

从图 4 中可以发现，在两种不同模型下，水波的简正波振幅在深度方向分布的归一化幅度分布关系相同。

图 5 为当$c_\infty=c_0$，其他条件与算例 1 相同时，水波的前两阶简正波的声压的垂直分量沿垂直方向的归一化幅度对比。

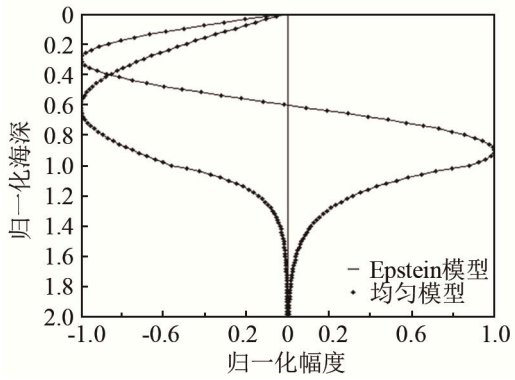


图 5 两种模型下水波归一化幅度对比

Fig.5 Comparison between the normalized amplitude distributions of water wave under two models

从图中可以看出两种不同模型得到的结果完全一致，说明三层 Pekeris 介质模型是本文所建的 Epstein 模型的一种特例。

4.2 水面波

式(21)给出了水面波本征值的计算方法，下面给出一个具体的算例结果。数值计算条件与算例 1 相同。当频率为 20 Hz 时，在空气层中共有 5 阶 Epstein 波导简正波，本征值依次为：0.374 640、0.372 983、0.372 877、0.372 393、0.374 431，故在水层中存在 5 阶相应的水面波。图 6 为前两阶水面波的声压，在水层中的归一化幅度与深度的关系图，这里以第一阶水面波在水中幅度最大值为参考。

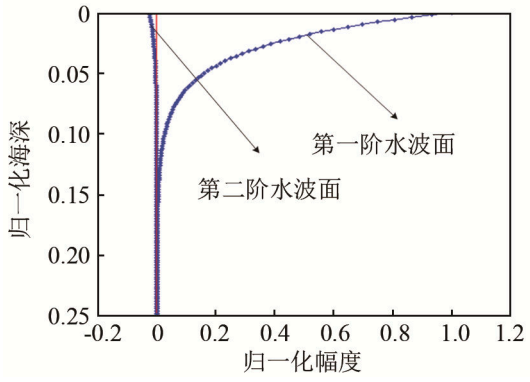


图 6 前两阶水面波的归一化幅度在垂直方向的分布

Fig.6 Normalized amplitude distributions of the first two orders of surface water wave

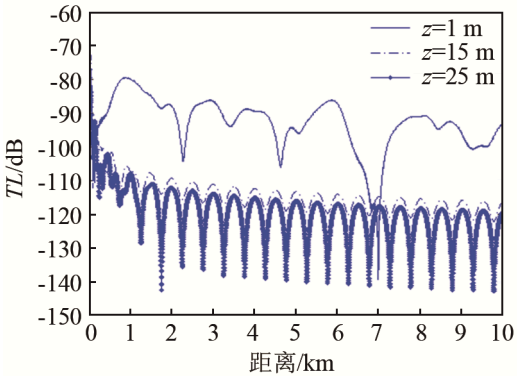
从图 6 中可以看出空气中点源激发的水面波是一种非均匀波，随着深度的增加强度逐渐减小，而且随着频率的升高衰减速度将加快。

4.3 传播损失数值计算

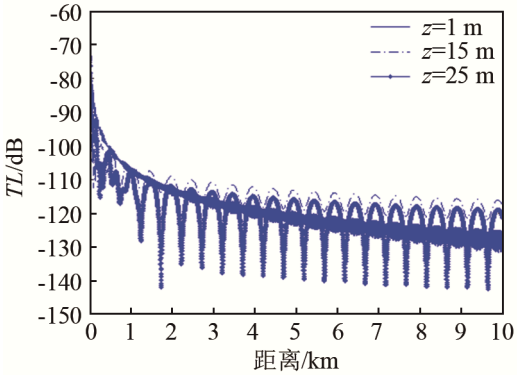
下面给出的数值计算结果的条件与算例 1 中相同，图 7(a)、7(b)为三层 Pekeris 介质模型和 Epstein 模型下声压传播损失的计算结果，接收深度分别为 1 m、15 m 和 25 m，以声源正下方 1 m 处的声强为参考。

由图 7 可以看出，当接收深度较深时，两种模型下的传播损失基本相同,而在近海面处两种不同模型下的传播损失差别较大，这说明了此时水面波起到了主要作用。

图 8 为 Epstein 模型下，假设空气中声速分布



(a) Epstein 模型声压传播损失结果



(b) 三层 Pekeris 模型声压传播损失结果

图 7 两种不同模型下不同接收深度声压传播损失对比

Fig.7 Comparison of transmission loss at different depths under two models

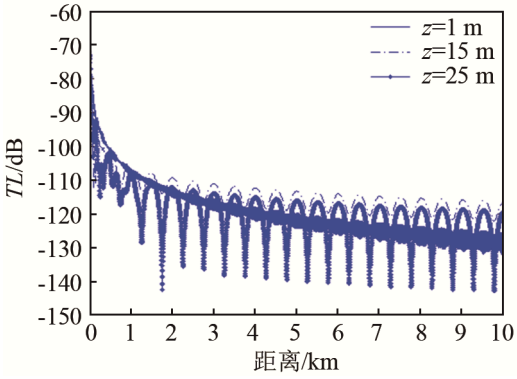


图 8 Epstein 模型下，假定空气中声速为均匀分布时不同接收深度传播损失对比

Fig.8 Comparison of transmission loss at different depths under the Epstein model with a uniform sound velocity distribution in air

为均匀分布时，声压在不同接收深度的传播损失，以声源正下方 1 m 处声强为参考。

将图 8 的结果与图 7(b)对比可以发现，两者的传播损失相同，进一步证明了，三层 Pekeris 介质模型是 Epstein 模型的一种特例。

5　结 论

本文对空气、水和海底三层介质进行了建模，将空气中声速分布假定为 Epstein 分布，水层和海底假定为均匀分布，并经推导得出了声场的声压形式解。与文献中的三层 Pekeris 介质模型结果相比，本文所得结果分析了空气中声速分布对空气中声源激发水下声场的影响，即存在水面波。而三层 Pekeris 介质模型的结果是本文所得结果的一种特例，用数值计算的方法对其进行了验证。

参 考 文 献

[1] R. J. Urick. Noie signature of an aircraft in level flight over a hydrophone in the sea[J]. J. Acoust. Soc. Am., 1972, **52**(3): 993- 999.

[2] 王华明, 张强, 胡章伟, 等. 直升机飞行噪声的试验研究[J]. 声学学报, 2003, **28**(3): 177-181.
WANG Huaming ZHANG Qiang, HU Zhangwei, et al. An experiment study of AS350B2 helicopter noise[J]. ACTA, 2003, **28**(3): 177-181.

[3] Buckingham M J. Acoustical remote sensing of the sea bed using propeller noise from a light aircraft[M]// H. Medwin. Sounds in the Sea: From Ocean Acoustics to Acoustical Oceanography. Cambridge Cambridge University Press, 2005: 581-597.

[4] Buckingham M J, Giddens E M, Simonet F, et al. Propeller noise from a light aircraft for low-frequency measurements of the speed of sound in a marine sediment[J]. J. Comput. Acoust., 2002, **10**(1): 445-464.

[5] Buckingham M J, Giddens E M, Pompa J B, et al. Sound from a light aircraft for underwater acoustics experiments[J]. Acta. Acust. Acust., 2002, **88**(4): 752-755.

[6] Michael J. Buckinghamam, Eric M. Giddens. Theory of sound propagation from a moving source in a three-layer Pekeris waveguide[J]. J. Acoust. Soc. Am., 2006, **120**(4): 1201825-1841.

[7] 布列霍夫斯基赫著, 杨训仁译. 分层介质中的波[M]. 2 版. 北京: 科学出版社, 1985.
BREKHOVSKIKH L M. Waves in layered media[M]. 2nd Edition. Beijing: Science Press, 1985.

[8] 周伟. 直升机激发水下声场的理论及实验研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2010.
ZHOU wei. Study of theory and experiment of underwater acoustic field excited by a helicopter[D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2010.

[9] 周伟. 空气中声速为Epstein 分布的空气中声源激发的水下声场分析[C]//中国声学学会水声分会 2013 年全国水声学术会议论文集.
ZHOU wei. The study of underwater acoustic field excited by a source in the air with Epstein distribution[C]//The 2013 national conference on underwater acoustics proceedings, 2013.