

一种快速求解宽频简正波的方法

朱飞龙^{1,2}, 李风华¹, Eric I. Thorsos³

(1. 中国科学院声学研究所声场声信息国家重点实验室, 北京 100190;

2. 中国科学院大学, 北京 100049;

3. Applied Physics Laboratory, University of Washington WA, 98105 USA)

摘要: 针对宽带信号的简正波解, 传统的求解简正波数值方法常常需要重复计算本征值方程, 计算效率低。文中将频率的变化当作扰动, 提出利用微扰理论得到参考频率附近的简正波解。该方法具有直接、精确、高效的特点, 计算得到的水平波数和本征函数与 KRAKENC 程序计算结果吻合较好, 两种方法计算得到的脉冲波形最大相关系数大于 0.97。

关键词: 微扰理论; 简正波; 宽带信号; 脉冲波形

中图分类号: O427

文献标识码: A

文章编号: 1000-3630(2018)-01-0038-05

DOI 编码: 10.16300/j.cnki.1000-3630.2018.01.007

A fast method for broadband normal mode computation

ZHU Fei-long^{1,2}, LI Feng-hua¹, Eric I. Thorsos³

(1. State Key Laboratory of Acoustics, Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China;

2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;

3. Applied Physics Laboratory, University of Washington WA, 98105, USA)

Abstract: For the broadband normal mode computation, conventional normal mode numerical code needs to be used repeatedly, which lowers the computational efficient. Viewing the change of frequency as perturbation, a fast method based on perturbation theory is presented in this paper. This method is direct, fast and accurate. Numerical simulations in shallow water and deep ocean are performed, the calculated horizontal wave-numbers and modal eigen-functions by this method agree well with those obtained by KRAKENC method, and the maximum cross correlation between the impulse waveforms calculated by the two methods is greater than 0.97.

Key words: perturbation theory; normal mode; broadband signal; impulse waveform

0 引言

简正波方法在水声学中有着广泛的应用。自从 Pekeris 最早于 1948 年发表了关于简正波的理论^[1]后, 简正波方法取得了长足的发展。简正波方法的最初应用, 就是准确求解本地简正波的本征值和本征函数。除了少数理想的波导可以得到简正波的解析解外, 大部分实际应用都需要借助现有程序得到简正波的数值解。现在得到广泛应用的求解简正波的程序有 KRAKEN^[2], 适用于深海环境的广义相积分简正波^[3]和适用浅海环境的波束位移射线简正波 (Beam Displacement Ray Mode, BDRM)^[4]方法也可以快速地得到简正波解。

在考虑宽频信号的时候, 比如 1/3 倍频程带宽, 上述传统的程序需要多次重复计算简正波的本征方程, 计算效率低。为此针对吸收性波导环境, 王宁等^[2]提出了哈密顿方法, 通过降低本征值搜索维度, 一定程度上提高了简正波的求解速度, 并将该方法应用到求解宽频信号的简正波^[6]。很多学者提出了间接求解宽频简正波的方法。Robert 等^[7]通过对本征函数进行分解, 在参考频率的简正波已知时, 利用盖勒金方法得到宽带信号简正波的近似解, 但是该方法的精度不高。王宁等^[8]将本征值问题转化成动态系统问题, 通过矩阵运算, 直接得到了参考频率附近频率的简正波解。Tindle 等^[9]针对海水声速剖面水平变化的环境, 利用微扰理论直接得到了本地简正波解。本文提出一种由微扰理论直接得到宽带信号简正波解的方法。

1 微扰简正波理论

在水平不变波导环境下, 分层介质中假定各层

收稿日期: 2017-04-21; 修回日期: 2017-06-19

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11125420)

作者简介: 朱飞龙(1989—), 男, 江西赣州人, 博士研究生, 研究方向为水声物理。

通讯作者: 李风华, E-mail: lfh@mail.ioa.ac.cn

内的密度是常数，此时深度分离的本征值方程^[10]

$$\frac{d^2 U_n(z)}{dz^2} + [k^2(z) - k_n^2] U_n(z) = 0 \quad (1)$$

其中： $U_n(z)$ 是在深度 z 上本征值 k_n^2 对应的本征函数；波数 $k(z) = \omega/c(z)$ ， $c(z)$ 为深度 z 处的声速。

在有限海深环境下，本征值方程式(1)有无穷多个离散解。当波导环境不存在吸收时，本征值和本征函数都是实数，并且本征函数相互正交，构成一个完备集^[11]。当海底存在吸收时，本征值和本征函数是复数，此时本征函数满足不含复共轭的双正交归一性(Bi-orthogonality)^[12-13]，即

$$\int_0^H \frac{1}{\rho(z)} U_n(z) U_m(z) dz = \delta_{nm} \quad (2)$$

其中： H 为整个波导深度； $\rho(z)$ 为深度 z 上的密度；

$\delta_{nm} = \begin{cases} 0, & m \neq n \\ 1, & m = n \end{cases}$ 。并且所有本征函数构成一个完备集，所以任意的函数 $f(z)$ 可以表示成本征函数求和的形式：

$$f(z) = \sum_m a_m U_m(z) \quad (3)$$

其中： a_m 为展开系数。

根据微扰理论，角频率由 ω_0 变成 $\omega_0 + \Delta\omega$ ，导致水平波数由 k_n 变为 $k_n + \Delta k_n$ ，本征函数由 $U_n(z)$ 变成 $U_n(z) + \Delta U_n(z)$ 。其中， $\Delta U_n(z)$ 可以展开成本征函数求和的形式：

$$\Delta U_n(z) = \sum_m a_{nm} U_m(z) \quad (4)$$

所以只需要求解出变化量 Δk_n 和展开系数 a_{nm} ，就可以得到角频率 $\omega_0 + \Delta\omega$ 对应的简正波解。

新的简正波同样要满足本征方程，将新的参数值代入式(1)中，忽略二阶微扰项，化简后得到本征水平波数变化量为

$$\Delta k_n = \frac{(2b + b^2)}{2k_n} \int_0^H k^2(z) \frac{U_n^2(z)}{\rho(z)} dz \quad (5)$$

本征函数变化量的展开系数 a_{nm} 为

$$a_{nm} = \frac{(2b + b^2)}{k_n^2 - k_m^2} \times \int_0^H k^2(z) \frac{U_n(z) U_m(z)}{\rho(z)} dz, (n \neq m) \quad (6)$$

其中： $b = \frac{\Delta\omega}{\omega_0}$ 。根据本地本征函数要满足归一性

$$\int_0^H \frac{(U_n(z) + \Delta U(z))^2}{\rho(z)} dz = 1, \text{ 从而得到}$$

$$a_{nm} = -\frac{1}{2} \sum_{m \neq n} a_{nm}^2 \quad (7)$$

根据式(5)~式(7)，可以计算求得角频率为 $\omega + \Delta\omega$ 对应的本征值和本征函数，而不需要重新求解本征方程。式(5)~式(7)与文献[9]中由声速剖面

扰动而引起简正波变化得到的公式原理上是一致的。我们将在浅海环境和深海环境验证本方法的有效性。

2 浅海波导环境

建立如表 1 所示的浅海水平不变波导，为了计算方便，在基底厚度 50 m 处人为加入真空层。参考简正波的本征值和本征函数由 KRAKENC 方法计算得到，对应的参考频率为中心频率 800 Hz。声场计算中的简正波号为 30，其中包含 25 号波导模式简正波。在微扰法计算中使用的简正波号为 40。

表 1 浅海波导环境参数
Table 1 The shallow water waveguide environment parameters

层数	密度 /(g·cm ⁻³)	厚度 /m	声速 /(m·s ⁻¹)	吸收系数 /(dB·λ ⁻¹)
海水	1	50	1 500	0
基底	1.6	50	1 700	0.5

2.1 单频验证

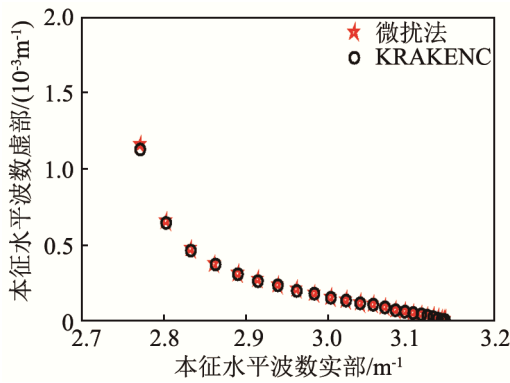
图 1 给出了在频率 750 Hz 和 850 Hz 下由本文方法估计得到的和 KRAKENC 方法直接计算得到的本征水平波数对比，参考中心频率 800 Hz。从图 1 中看出，本文提出的微扰法结果与 KRAKENC 方法计算结果吻合较好，其中最大的误差约为 $1 \times 10^{-4} \text{ m}^{-1}$ 。

注意到在图 1 中，频率 850 Hz 时本征水平波数的误差比 750 Hz 时的误差大。主要是因为随着频率增加，前 40 号简正波内正则模式简正波(波导模式和耗散模式简正波)^[14]数量也会增加，增加的简正波来自于更高号的耗散模式简正波。但是微扰法得到的简正波正则模式和连续模式数量不变，所以会导致高号简正波特别是高号正则模式简正波的误差较大。

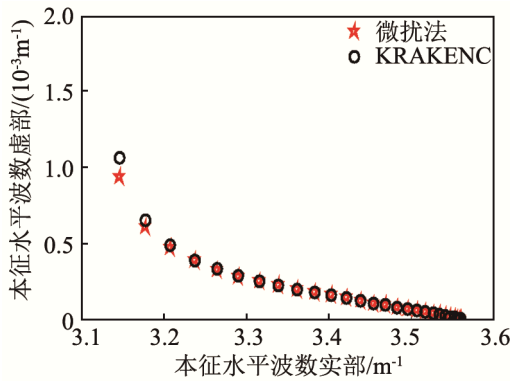
相反，当频率减小时，前 40 号简正波内正则模式简正波数量减少，而微扰法保持了正则模式简正波的数量，所以依然能得到相对较高精度的本地简正波。因此增加简正波的号数，以及适时插入本地真实的简正波可以提高计算精度。

图 2 给出了在频率 850 Hz 下，本文方法与 KRAKENC 方法计算得到的第 10 号简正波本征函数值的对比。从图 2 中看出，微扰法近似结果与 KRAKENC 方法计算得到的结果吻合很好。

综上所述可知，本文提出的微扰法得到的简正波解与 KRAKENC 方法直接计算得到的结果吻合较好，精度较高。此外，在 MATLAB 程序中，本文



(a) 频率 750 Hz



(b) 频率 850 Hz

图 1 水平波数估计值与 KRAKENC 方法计算结果对比, 参考频率 800 Hz

Fig.1 The calculated horizontal wavenumber comparison between perturbed method and KRAKENC, reference frequency 800 Hz

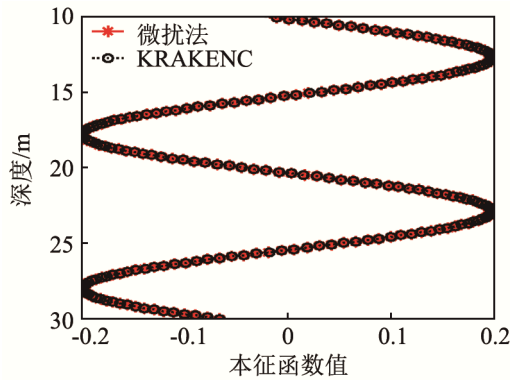


图 2 频率 850 Hz 下, 第 10 号简正波本征函数值对比, 参考频率 800 Hz
Fig.2 The mode functions of Mode 10 at frequency 850 Hz, the reference frequency is 800 Hz

方法计算一次简正波的时间约为 0.47 s; 而在相同环境下, KRAKENC 方法计算一次简正波时间为 57.35 s, 是本文方法的 100 倍, 可见本文方法计算效率很高。

2.2 脉冲波形

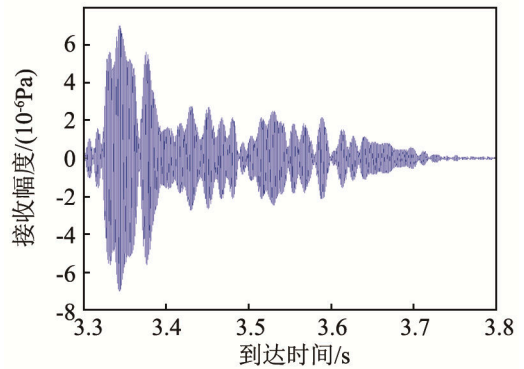
在表 1 描述的波导环境下, 将中心频率为 800 Hz、带宽 100 Hz 的脉冲声源置于海面下方 32 m 处。图 3 给出了在距离 5 km、接收深度 30 m 处,

本文方法和 KRAKENC 方法计算得到的时域波形示意图, 频率步长 $\Delta f=0.5$ Hz。

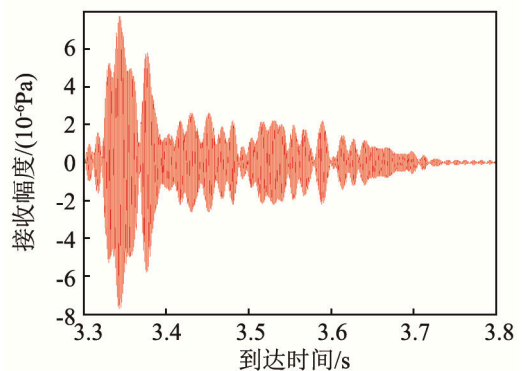
从图 3 看出, 两种方法结果吻合很好。根据波形相关系数公式

$$R_{\text{coeff}} = \frac{\left| \int_0^T p_p(t) p_k(t) dt \right|}{\sqrt{\int_0^T |p_p(t)|^2 dt} \sqrt{\int_0^T |p_k(t)|^2 dt}} \quad (8)$$

其中: $p_p(t)$ 是由微扰法得到的时域波形; $p_k(t)$ 是由 KRAKENC 方法计算得到的时域波形; T 是逆傅里叶变换得到的时域波形周期。计算得到两种方法的波形相关系数 $R_{\text{coeff}}=0.987$, 显然结果是非常精确的。其中本文方法所用时间为 98.16 s, KRAKENC 方法计算结果所用时间为 6 805 s, 是本文方法的 70 倍。



(a) 本文微扰法结果



(b) KRAKENC 方法计算结果

图 3 接收时域波形, 声源深度 32 m, 中心频率 800 Hz, 带宽 100 Hz, 接收距离 5 km, 接收深度 30 m

Fig.3 The received waveforms, the source depth 32 m, central frequency 800 Hz, frequency band 100 Hz, range 5 km, receiver depth 30 m

3 深海环境验证

建立深海水平不变波导环境, 海水深度为 4 000 m, 一次实测的海水声速剖面如图 4 所示。海

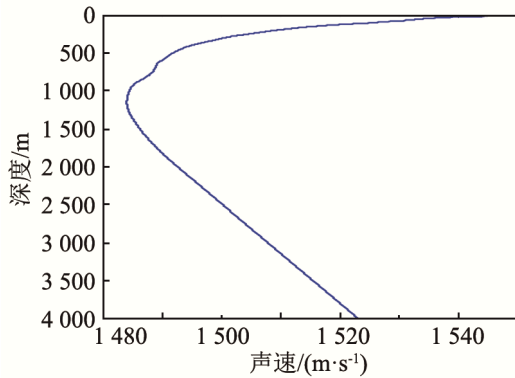


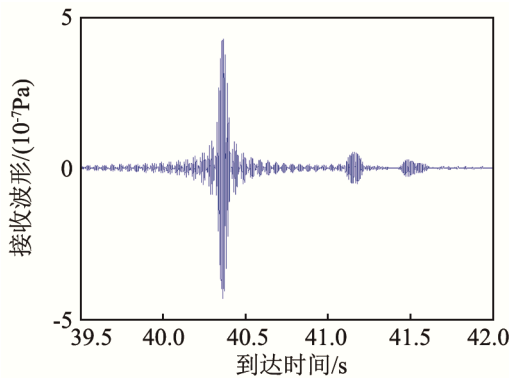
图 4 海水声速剖面
Fig.4 The sound speed profile

底参数如表 2 所示，为了计算方便，在基底厚度 505 m 处人为地加入了真空层。参考中心频率为 100 Hz，声场计算中包含了 150 号简正波，用于微扰法计算的简正波号为 200。

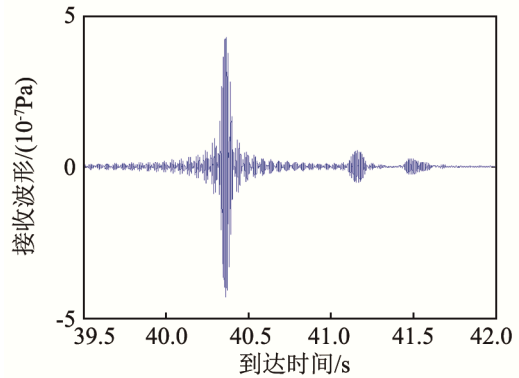
位于 200 m 深度的脉冲声源，中心频率为 100 Hz，带宽为 20 Hz。图 5 给出了在距离 60 km、接收深度 1 000 m 处，由本文方法得到的时域波形与 KRAKENC 方法计算结果的对比。从图 5 中看出，两种方法的波形结果吻合较好，并且两个时域波形的最大互相关系数约为 0.91。当只取峰值到达附近的波包时，两种结果的波形最大互相关系数可以达到 0.972，这样的精度可以满足大部分声场计算的需求。此外，在深海环境下，本文一次简正波计算时间为 2.4 s，而 KRAKENC 方法计算时间则约为 76.4 s，是本文方法的 30 倍。

表 2 深海海底参数
Table 2 The deep ocean bottom parameters

层数	密度 ($\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$)	厚度 /m	起始声速 ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	声速梯度 / s^{-1}	吸收系数 ($\text{dB}\cdot\lambda^{-1}$)
沉积层	1.6	60	1550	1	0.2
基底	1.6	505	1700	0	0.1



(a) 微扰法结果



(b) KRAKENC 方法计算结果

图 5 接收时域波形，声源深度 200 m，中心频率 100 Hz，带宽 20 Hz，接收距离 60 km，接收深度 1 000 m

Fig.5 The received waveforms, source depth 200 m, central frequency 100 Hz, frequency band 20 Hz, range 60 km, receive depth 1 000 m

4 结论

本文利用微扰理论，提出了一种快速求解宽带信号简正波的方法。本文方法有以下优点：

- (1) 可以直接得到参考频率附近简正波的本征值和本征函数，适用于深海和浅海波导环境，应用范围广；
- (2) 计算速度快，一次简正波的计算时间比 KRAKENC 方法快 30 倍以上；
- (3) 计算精度较高，本文方法得到的简正波水平波数和本征函数与 KRAKENC 方法计算结果吻合较好，在浅海环境下得到的时域脉冲波形与 KRAKENC 方法计算结果最大相关系数为 0.99，在深海环境下，峰值所在的波包最大相关系数大于 0.97。

参 考 文 献

- [1] PEKERIS C L. Theory of propagation of explosive sound in shallow water[J]. Geol. Soc. Am. Mem, 1948, 27: 1.
- [2] PORTER M B. The KRAKEN Normal Mode Program. 2009. <http://oalib.hlsresearch.com/Modes/AcousticsToolbox/manualhtml/kraken.html>.
- [3] 张仁和, 何怡, 刘红. 水平不变海洋声道中的 WKBZ 简正波方法[J]. 声学学报, 1994, 19(1): 1-12.
ZHANG Renhe, HE Yi, LIU Hong. WKBZ mode approach to sound propagation in horizontally stratified oceans[J]. Acta Acustica, 1994, 19(1): 1-12.
- [4] ZHANG Renhe, LI Fenghua. Beam-displacement ray-mode theory of sound propagation in shallow water[J]. Science in China(Series A), 1999, 42(7): 739-749.
- [5] WANG N, WANG H Z. A Hamiltonian solver for finding modal eigenvalues[J]. J. Comput. Acoust., 2010, 18(3): 259-266.
- [6] WANG Haozhong, WANG Ning, GAO Dazhi. A Hamiltonian method for finding broadband modal eigenvalues[J]. J. Acoust. Soc. Am., 2012, 131(2): 1047-1054.

- [7] ROBERT A K, KNOBLES D P. A practical application of the Galerkin method to the broadband calculation of normal modes for underwater acoustics[J]. J. Acoust. Soc. Am., 1995, **98**(3): 1682-1698.
- [8] WANG Ning, LIU Jin zhong. New approach to the normal mode method in underwater acoustics[J]. Chinese Physics, 2002, **11**(5): 456-460.
- [9] TINDLE C T, O' DRISCOLL L M, HIGHAM C J. Coupled mode perturbation theory of range dependence[J]. J. Acoust. Soc. Am., 2000, **108**(1): 76-83.
- [10] JENSEN F B, KUPERMAN W A, PORTER M B, et al. Computational ocean acoustics[M]. 2nd edition. New York: Springer, 2011.
- [11] WILCOX C H. Sound Propagation in stratified fluids[M]. New York: Springer, 1984, Chaper 2, Section 1: 13-17, Chaper 3, Section 9: 104-116.
- [12] FRIEDMAN B. Principles and techniques of applied mathematics [M]. New York: Wiley, 1956: Chapter 4.
- [13] WAXLER R. A vertical eigenfunction expansion for the propagation of sound in a downward-refracting atmosphere over a complex impedance plane[J]. J. Acoust. Soc. Am., 2002, **112**(6): 2540-2552.
- [14] BUCKINGHAM M J, GIDDENS E M. On the acoustic field in a Pekeris waveguide with attenuation in the bottom half-space[J]. J. Acoust. Soc. Am., 2006, **119**(1): 123-142.

• 简 讯 •

“海洋信息获取与安全工信部重点实验室学术委员会暨 首届深圳海洋信息技术与装备高峰论坛”在深圳举行

“海洋信息获取与安全工信部重点实验室学术委员会暨首届深圳海洋信息技术与装备高峰论坛”于2018年2月28日在深圳市隆重举行。来自全国各地的海洋领域的专家学者们齐聚深圳，共商海洋信息技术和装备发展大计，把脉深圳海洋经济的发展。高峰论坛由深圳市经济贸易和信息化委员会(以下简称：深圳市经贸信息委)、深圳市南山区政府与哈尔滨工程大学联合主办，哈尔滨工程大学深圳海洋研究院(筹)、海洋信息获取与安全工业和信息化部(以下简称：工信部)重点实验室联合承办。

6名中国工程院院士、相关高校和科研院所的专家学者、企业代表、哈尔滨工程大学及深圳市有关部门的领导等出席了高峰论坛，工信部相关部门、哈尔滨工程大学及深圳市经贸信息委等单位领导出席了工新部重点实验室学术委员会成立大会。

高峰论坛重点研讨海洋信息技术与产业化应用，探索产学研一体化、军民融合发展的合作机制，大力推动海洋信息成为建设全球海洋中心城市和推动海洋产业新一轮发展的支柱力量。本次高峰论坛特别邀请了杨德森院士等6位不同领域的重量级专家，分别作“海洋信息获取与安全”的使命与任务、浅述海洋声学调查系统工程、深海声学传感器设计中的一些关键问题、“智慧海洋”工程—通向海洋强国之路、海洋大数据技术与应用、UUV技术现状及发展趋势浅析等主题演讲报告。从不同的角度，为与会代表解读了我国海洋强国战略，智慧海洋理念，装备技术创新发展。高峰论坛作为指导海洋电子信息发展的高端智囊和重要依托力量，将建立长效机制，拟每两年召开1次。

海洋信息获取与安全工信部重点实验室落户深圳，是深圳市经贸信息委引入高端创新平台的重要举措。该重点实验室将作为海洋基础科研平台充实深圳市的海洋科技力量，强化海洋电子信息应用的基础研究与成果转化，重点突破海洋信息领域的共性关键技术，促进海洋电子信息行业的快速发展。

院士们积极为深圳加快建设全球海洋中心城市建言献策，哈尔滨工程大学杨德森院士、中国航天科工三院刘永才院士、西北工业大学徐德民院士、中国船舶重工集团公司第七〇五研究所董春鹏院士、海军航空大学何友院士、海军研究院邱志明院士发表了热情洋溢的讲话。杨德森院士表示，深圳是中国改革开放的一面旗帜，哈尔滨工程大学水声工程学科是我国海洋水声信息的摇篮，双方将共同研讨海洋信息技术领域的战略、前沿、基础及应用问题，共同推动海洋信息技术的发展，共同促进深圳全球海洋中心城市的建设，共同推动国内外涉海企业、科研机构和管理部门之间的合作，为服务国家海洋战略、海洋经济、海洋安全提供重要的支撑。