圆柱绕流近壁面处气动噪声源识别研究

王毅刚[1,2]，陈垂文[1,2]，黄晓胜[1,2]，焦 燕[1,2]，杨志刚[1,2,3]
(1. 同济大学上海地面交通工具风洞中心，上海 201804；2. 上海市地面交通工具空气动力与热环境模拟重点实验室，上海 201804；
3. 北京民用飞机技术研究中心，北京 102211)

摘要：对物体高速行驶下的气动噪声现象的认识和描述一直以来都是气动声学领域探索的基本问题和难点问题，尤其对物体近壁面处声源的产生及其声辐射缺乏有效的描述手段。该研究以圆柱绕流为研究对象，结合数值仿真手段，基于涡声方程的声源项描述圆柱绕流近壁面处的声源特性，建立声源识别方法。研究表明，该方法描述的声源存在不该有声源的位置出现声源的现象。研究进一步基于质点振速的矢量波动方程，将不能辐射噪声的源分离，较为准确地识别出了圆柱绕流气动噪声源的大小和位置。该研究在探索识别圆柱绕流气动噪声源方法的同时，也为准确识别气动噪声源特征提供了有效的方法。

关键词：气动噪声源；数值仿真；涡声方程；矢量波动方程；声源项
中图分类号：O422.8 **文献标识码**：A **文章编号**：1000-3630(2019)-04-0422-06
DOI 编码：10.16300/j.cnki.1000-3630.2019.04.011

Study of identification method for aerodynamic noise sources in flow around cylinder

WANG Yi-gang[1,2], CHEN Chui-wen[1,2], HUANG Xiao-sheng[1,2], JIAO Yan[1,2], YANG Zhi-gang[1,2,3]
(1. *Shanghai Automotive Wind Tunnel Center*, *Tongji University*, *Shanghai* 201804, *China*;
2. *Shanghai Key Laboratory of Vehicle Aerodynamics and Vehicle Thermal Management Systems*, *Shanghai* 201804, *China*;
3. *Beijing Aeronautical Science & Technology Research Institute*, *Beijing* 102211, *China*)

Abstract: Understanding and describing aerodynamic noise phenomena at high speed of an object has always been a basic and difficult problem to explore, especially, there is a lack of effective means to describe the generation of sound sources and sound radiation on the surface of an object and its vicinity. In this study, the flow around a cylinder is taken as the research object, and combined with the numerical simulation method, the source term of the vortex sound equation is used to describe the sound source characteristics, and a method of source identification is established. The research shows that the sound source described by this method has the phenomenon that sound sources appear in the position where the sound sources are not supposed to have. Based on the vector wave equation of the velocity of acoustic particle, the intensity levels and locations of aerodynamic noise sources in the flow around a cylinder can be identified more accurately. This study not only explores the method of identifying the aerodynamic noise sources in the flow around a cylinder, but also provides an effective method for accurately identifying the characteristics of aerodynamic noise sources.

Key words: aerodynamic noise sources; numerical simulation; vortex sound theory; vector wave equation; sound source term

0 引 言

尽管，国内外对物体高速运动下的气动噪声现象的认识在逐渐深入，但对其发声源及声传播过程的描述还不够明晰。一方面由于气动声学方程很难得到解析解，另一方面，其它研究手段，如数值仿真，受计算资源等因素的限制，其误差较大，而试验测量也难以给出较详细的源信息。目前，可以通过数值仿真的方法对远场的声辐射进行数值计算并得到较好的结果，但是，对于物体表面及其附近流场的声源及其声传播分析还远远不足。

Lighthill 声比拟方程[1]被认为是气动声学建立的标志，但是该方程只能应用于无边界的自由湍流。基于该声比拟思想，CURL[2]推导了考虑了固体边界的声比拟方程，但是其并不能应用于运动物体。WILLIAMS 等[3]利用了广义函数的概念，推导了考虑运动物体边界的 FW-H 方程(Ffowcs Williams-Hawkings equation)，被广泛应用于远场的声学计算，但是其对于非紧致声源的近场声分析仍然存在不足。这些方程由于受使用条件的限制，难以

收稿日期：2018-08-05；**修回日期**：2018-09-27
基金项目：上海市地面交通工具空气动力与热环境模拟重点实验室资助项目
作者简介：王毅刚(1968－)，男，陕西西安人，博士，研究方向为气动噪声、噪声与振动控制。
通讯作者：王毅刚，E-mail: yigang.wang@sawtc.com

求得解析解，使得其还不能有效和明确地解释声现象的本质。因此，气动声学的研究范围也在不断扩大，Powell[4]、HOWE[5]等发展起来的涡声理论表明，声的产生同流体中的旋涡与势流、旋涡之间的相互作用有关系，探索了气动声发生的根源。EWERT 等[6]推导的声扰动方程(Acoustic Perturbation Equations, APE)在获取近场的声特性方面取得了较多的应用，但其准确性有待进一步提高。尽管这些研究对气动声的发声分析有帮助，但其还有进一步的拓展空间。上述方程都由流体力学基本方程推导得来，方程左边重组为传播项，右边重组为声源项。声源项包含了声源的信息，因此，可以通过研究计算声源项来研究气动噪声源的特性。曾有研究者对混合层流体进行直接数值模拟，研究 Lighthill 方程的声源项，发现流体中真正发声的源项只占声源项其中的一部分[7]，国内也有一些研究利用涡声方程和非齐次声波波动方程的源项探索汽车 A 柱以及圆柱绕流区域声源的特征[8-9]。这些研究在一定程度上能够解释气动声源的现象和特征，为相关研究提供了可借鉴的思想。

本研究基于此思想，以圆柱绕流为对象，结合数值仿真计算手段，基于涡声方程声源项的物理描述，揭示近壁面区声源特征。但研究发现，该方法识别出的声源有非真实声源现象。因此研究进一步利用声粒子速度的矢量波动方程声源项进行描述，得到了更为真实的气动噪声源的大小和位置。

1　基本理论

1.1　涡声方程

圆柱绕流在分离点之后以湍流流动为主要特征，这是产生气动噪声的根源[10-11]，可以采用 Powell 涡声理论进行分析。Powell 重组了流体力学基本方程后，得到了涡运动发声机理的数学关系式[4]：

$$\frac{\partial^2\rho}{\partial t^2}-c_0^2\nabla^2\rho=\nabla\left[\rho(\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{u})-\boldsymbol{u}\frac{\partial\rho}{\partial t}-\frac{\boldsymbol{u}^2}{2}\nabla\rho+\nabla\left(p-\rho c_0^{\,2}+\rho\frac{\boldsymbol{u}^2}{2}\right)\right] \tag{1}$$

式中，p、ρ、$\boldsymbol{u}$ 分别为压强、流体密度、速度矢量；c_0 为声速，t 为时间，$\boldsymbol{\omega}$ 为流动涡矢量，∇ 为哈密顿算子。

在低马赫数下，忽略高阶小量，式(1)可简化为

$$\nabla^2 p-\frac{1}{c_0^{\,2}}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}=-\nabla\cdot\left[\rho(\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{u})+\nabla(\rho\frac{\boldsymbol{u}^2}{2})\right] \tag{2}$$

式中，声源项 $\nabla\cdot\rho(\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{u})$ 是流动发声的基本因素，为其偶极子源项。第二项为其四极子源项[12]。在低马赫数流动下，四极子源项其对声压的贡献远远低于其偶极子源项。

1.2　声波扰动方程

声波扰动方程是 EWERT 等[6]推导的一种声波传播方程，不可压缩声扰动方程为

$$\frac{1}{c_0^{\,2}}\frac{\partial^2 p^a}{\partial t^2}+\frac{2\bar{\boldsymbol{U}}}{c_0^{\,2}}\cdot\nabla\frac{\partial p^a}{\partial t}+\frac{(\bar{\boldsymbol{U}}\cdot\nabla)}{c_0^{\,2}}(\nabla\cdot\bar{\boldsymbol{U}}p^a)-\nabla^2(p^a+\tau\frac{\partial p^a}{\partial t})=-(\frac{1}{c_0^{\,2}}\frac{\partial^2 P'}{\partial t^2}+\frac{2(\bar{\boldsymbol{U}}\cdot\nabla)}{c_0^{\,2}}\frac{\partial P'}{\partial t}+\frac{(\bar{\boldsymbol{U}}\cdot\nabla)}{c_0^{\,2}}(\nabla\cdot\bar{\boldsymbol{U}}P')) \tag{3}$$

式中，p^a 是声压；c_0 是声速；t 是时间；$\bar{\boldsymbol{U}}$ 是平均速度；P' 是扰动压力。基于此方程可以计算物体的近场声压。

1.3　声粒子速度的矢量波动方程

从 N-S 方程出发，可以推导得运动物体在均匀等速来流中的矢量波动方程[12]。若运动物体的背景流动速度为 0，且不考虑流体的黏性力，该方程为[13]

$$\frac{1}{c_0^2}\frac{D^2(H(f)\rho_0\boldsymbol{u}_a')}{Dt^2}-\nabla^2(H(f)\rho_0\boldsymbol{u}_a')=-\nabla(Q^M\delta(f))+\int_0^t\nabla[\nabla\cdot[\boldsymbol{L}^M\delta(f)]_a]\mathrm{d}t^*-\int_0^t\nabla\{\nabla\cdot[\nabla\cdot[\boldsymbol{T}^M H(f)]_a]\}\mathrm{d}t^* \tag{4}$$

式中，右端第一项为单极子声源项，第二项为偶极子声源项，第三项为四极子声源项。

该矢量波动方程应用了亥姆霍兹-霍奇(Helmholtz-Hodge Decomposition, HHD)分解方法[14]，将非声的流体速度剥除，只保留了与声有关的质点振速 $\boldsymbol{u}_a'$ [15]。该方程说明，除了单极子源以外，只有无旋的偶极子源、四极子源才能辐射声。因此，计算其声源项可以较好地指示了其发声源的强度和位置。其中：

单极子源强度为

$$Q^M=\rho_0\boldsymbol{v}_n \tag{5}$$

偶极子源强度为

$$L_i^M=(p-p_0)n_i \tag{6}$$

四极子源强度为

$$T_{ij}^M=\rho u_i'u_j'+[(p-p_0)-c_0^{\,2}(\rho-\rho_0)]\delta_{ij} \tag{7}$$

式(5)～(7)中，$f=0$ 为决定固体边界的函数；$H(\cdot)$ 为赫维塞德(Heaviside)函数；$\delta(\cdot)$ 为狄拉克(Dirac)

函数；δ_{ij} 为克罗内克(Kronecker delta)函数；ρ_0 为未扰动流体密度；ρ 为当地流体密度；p_0 为未扰动流体的静压；p 为当地流体静压；u' 为当地流体速度的扰动部分；$\boldsymbol{u}_a'$ 为质点振速；下标 a 代表该向量在 HHD 分解中的无旋分量；$\boldsymbol{v}_n$ 是固体运动速度在边界处的法向分量；$\boldsymbol{n}_i$ 为固体边界的法向单位向量在方向 i 处的分量；c_0 为声速。

2 圆柱绕流气动噪声实验

为了验证圆柱绕流仿真计算的正确性，研究工作在某气动-声学风洞对有限长圆柱模型进行了气动噪声实验。实验中使用实心钢圆柱，顶部设计成一个半球结构，避免顶端效应产生的较强的气动噪声，其根部采用圆台结构增大其与地面的接触面积。该圆台结构固定于风洞实验段的地面上，以保证圆柱在较高风速下不晃动。圆柱直径为 0.1 m，高为 1.8 m。图 1 为该圆柱在风洞中的安装位置图，图 2 进一步标明实验圆柱在风洞中的具体位置和远场传声器位置。图 2 中 3 个传声器轴线与圆柱距离为 5 m，传声器间距为 1.3 m，高为 1.2 m。传声器为丹麦 GRAS 自由场型，数据采集及分析系统为 HEAD 公司产品。实验风速为 120 km·h^{-1}。

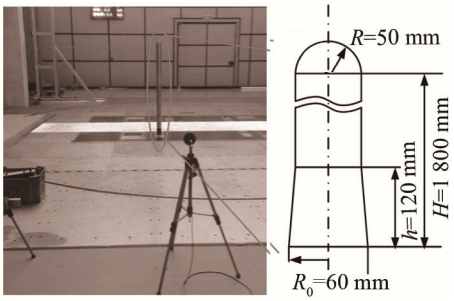


图 1 实验布设及圆柱结构示意图
Fig.1 Experimental layout and schematic diagram of cylindrical structure

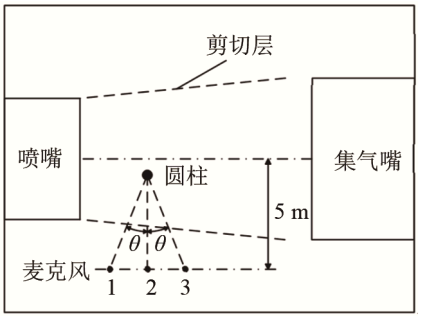


图 2 圆柱和传声器位置示意图
Fig.2 Schematic diagram of cylinder and microphone positions

3 圆柱绕流气动和气动噪声仿真计算

3.1 数值模型及计算

本数值仿真圆柱模型与实验一致。设圆柱直径为 D，圆柱外流场计算域 x、y、z 三个方向的长度为 35 D、16 D、28 D，圆柱轴线距入口为 10 D。网格在圆柱近壁面沿周向等分，径向在近壁面密布边界层，边界层第一层厚度约为 0.01 mm，增长率为 1.05，边界层一共 39 层，满足网格厚度 Y^+小于 1 的要求。声源区的最大网格尺寸约为 10 mm，包络面为一个立方体区域，x、y、z 三个方向长度为 8 D、4 D、20 D，前端面距离圆柱中心为 1 D。在加密区外，网格的增长率可以适当增大为 1.2。最终网格总数约为 4 000 万，网格示意图如图 3 所示。

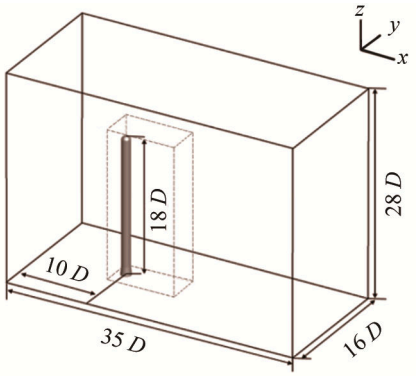


图 3 三维圆柱模型及计算域
Fig.3 The 3D cylindrical model and computational region

3.1.1 流场气动计算

流场数值计算入口的边界条件为速度入口，风速为 33.33 m·s^{-1}(120 km·h^{-1})，雷诺数为 2.07×10^5；出口的边界条件为压力出口。计算域地面及圆柱表面为无滑移壁面，其他边界均设置为对称面。为了利于非定常流动计算的收敛性，并减少计算用时，计算初期使用雷诺平均方法(Reynolds Averaged Navier-Stoke, RANS)得到非定常流动的初始定常解，再使用大涡模拟(Large Eddy Simulation, LES)方法计算非定常流动。亚格子模型选用 Smagorinsky-Lilly 模型，压力与速度耦合方法仍选用压力耦合方程组的半隐式方法(Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations Consistent, SIMPLEC)算法，边界条件不变。定常流动计算选用的离散方法为有限体积法，湍流模型为可实现性 $k-\varepsilon$ (Realizable, $k-\varepsilon$)模型。在计算非定常流动时，通过监测流动参数判定流动的稳定情况，先采用较

大的时间步长计算，然后逐次减小时间步长至流场动态稳定，再进行数据统计采样。最终数据统计采样频率取 4 000 Hz，每个时间步长迭代 20 次，数据采集时间为 0.4 s。边界条件设置如表 1 所示。

3.1.2　远场气动噪声计算

采用 FW-H 声学模型，将大涡模拟非定常流动计算中获得的流动参数，如压力和速度等，代入 FW-H 方程的声源项中进行积分运算，得到远场接收点的声压数据。

表 1　定常计算边界条件设置
Table 1　Boundary conditions for steady computation

计算域边界	边界条件类型
入口	速度入口，v=33.33 m·s^{-1} 湍流强度为 1% 湍流粘性比为 10
出口	压力出口，静压为一个大气压 湍流强度为 1% 湍流粘性比为 10
圆柱和地面	固定壁面

3.2　数值计算实验验证

图 4 为风速在 120 km·h^{-1} 时，距圆柱 5 m 远处(图 2 中的测点 2)传声器测量和仿真计算的声压级频谱。与圆柱绕流峰值频率附近的声压相比，该气动声学风洞背景噪声很小，对峰值频率附近气动噪声测量的影响可以忽略。从图 4 中的测量结果可以看出，在 63 Hz 附近出现了明显峰值，是圆柱典型的涡脱落现象引起的。由于圆柱顶部和地面影响，在峰值附近出现较低的另外峰值并有一定的带宽，但并没有掩盖绕流圆柱涡脱落的峰值特征。从图 4 可以看出，仿真结果和试验结果在峰值频率和大小上基本相符，且频谱趋势近似相同，说明了仿真计算具有一定的可靠性。

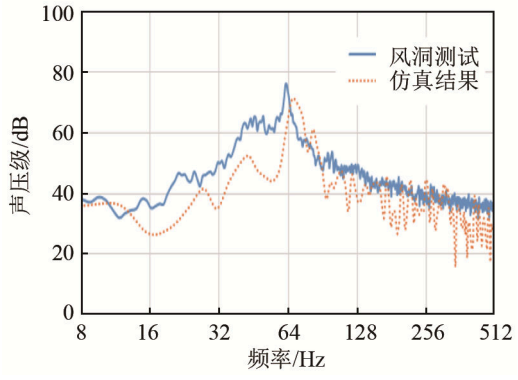


图 4　远场测点处测量和仿真的频谱图
Fig.4　The measured and simulated spectrograms at a far-field point

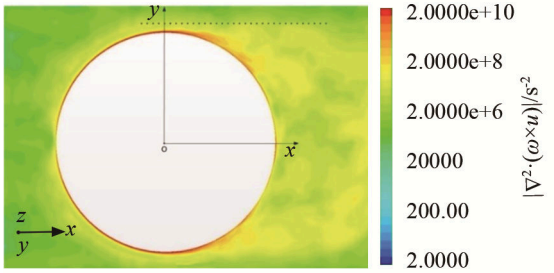
3.3　数值模型的简化

在通过与试验对比得到了较为准确的声场数值计算方法后，为加快计算效率，并去除顶端效应的影响，计算在长径比为 6:1 的无限长二维圆柱模型中进行；计算方法与上述方法一致。在圆柱近场设置声场加密区，加密区内最大网格尺寸为 1 mm。在流场非定常计算稳定后同时开启 FW-H 方程以及声扰动方程，采集近场声压以及远场测点辐射声压数据。

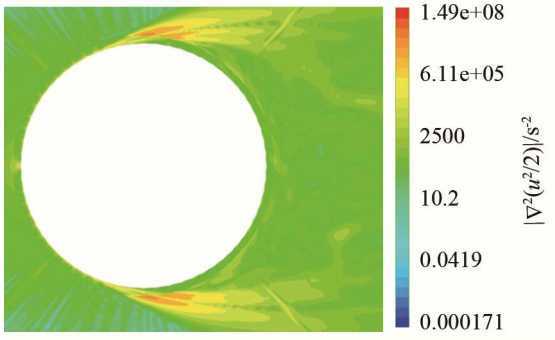
4　基于涡声方程的声源特性分析

4.1　偶极子与四极子特性

图 5 为计算得到的圆柱绕流场中近壁面处涡声方程(式(2))对应的偶极子源项与四极子源项云图。从图 5(a)可以看到，声源项中偶极子源主要分布在圆柱表面附近，在分离点前的表面附近有较强的声源，在分离点附近强度更强，之后，偶极子随着气流流动向流场下游方向扩散，并迅速衰减。除此之外，在圆柱后表面处的较小区域内也出现了一定量的偶极子源项。图 5(b)为四极子声源分布。从图 5b)中可看出，四极子声源在圆柱壁面附近强度微弱，主要集中在圆柱分离点后部流场内速度梯度变化较大的区域。从数量级上看，四极子最大值(数量级为 10^{8})远远小于偶极子(数量级为 10^{10})。



(a)　偶极子源项



(b)　四极子源项

图 5　流场偶极子与四极子源项的强度云图
Fig.5　The intensity nephograms of dipole and quadrupole source terms in flow field

为更进一步对比涡声方程偶极子声源项和四极子声源项的大小，如图 5(a)所示，以圆心为坐标

轴原点，在流场中选取中截面上纵坐标 y 为 0.055 m 的一列测点，在横坐标 x 为–0.01 m 至 0.07 m 范围内设置 33 个测点，这些测点的坐标间隔为 0.002 5 m。提取每个测点上的偶极子和四极子声源项的数值，它们相互之间随流场内测点的变化规律如图 6 所示，图 6 中左纵坐标轴表示偶极子源项 $|\nabla\cdot(\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{u})|$ 的大小，右纵坐标轴表示四极子源项 $|\nabla^2(\boldsymbol{u}^2/2)|$ 的大小。

从图 6 可以看到，偶极子能量远大于四极子能量，符合对圆柱绕流现象的认识[15]。在该雷诺数下，四极子声源可以忽略，后续研究也将主要关注偶极子声源项。

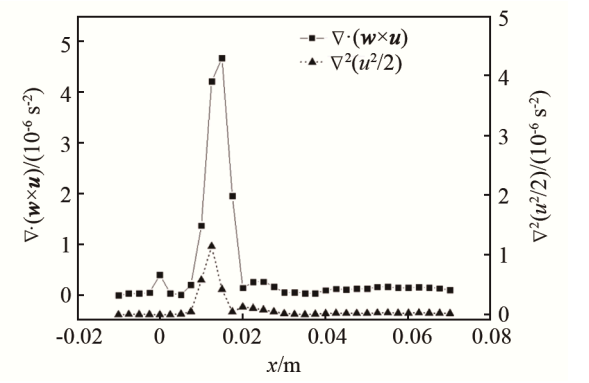


图 6 偶极子与四极子源项的强度分布

Fig.6 Intensity distributions of dipole and quadrupole source terms

4.2 基于涡声理论的偶极子源描述的问题

图 7 为利用 APE 方法(式(3))计算得到的圆柱周围声压分布图。从图 7 可以看出，声压级较大的区域主要集中于圆柱壁面及其尾迹区 1 倍直径长度的范围内，声压级最大值为 91.3 dB，最小值约为 85 dB。声压强度最大的区域分布在圆柱分离点附近，以及圆柱后缘的上下两个区域，这两个区域近似以圆柱中线为轴对称分布。

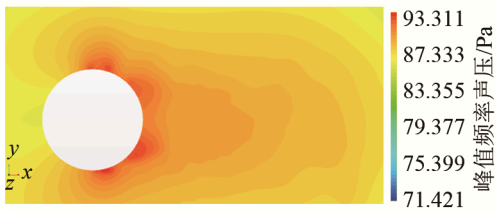


图 7 圆柱近场声压云图

Fig.7 The nephogram of acoustic pressure in the near field of cylinder

图 8 为数值计算得到的圆柱近壁面处流线图，从图中可以看出，气流在分离之后，在圆柱尾迹处形成回流，再次与圆柱壁面相互作用。在分离点附近圆柱表面会存在较大的压力波动，在回流的再附着区域，圆柱表面也会由于流体的不断冲击产生压力脉动。根据偶极子源的定义，在这两处会存在较强的偶极子源。对比图 7 与图 8，可以发现 APE 方法得到的圆柱表面的声源位置反映了圆柱绕流产生声源的真实情况，与涡声方程偶极子源项的分布(图 5a))较为一致。但是，在圆柱前缘表面，偶极子源项也存在较大的分布，而图 7 却没有显示出较大的声压。说明涡声方程的偶极子源在不应该有的位置出现，这种方法存在一定的不合理性。

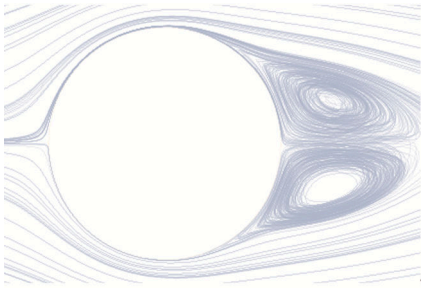


图 8 圆柱绕流流线图

Fig.8 Streamline chart of the flow around circular cylinder

5 基于矢量波动方程的声源特性分析

如图 5(a)所示，涡声方程的偶极子项云图能够较好地指示圆柱绕流近壁面处气动噪声源的分布。但是，在圆柱的前端依然分布有较大的气动噪声源，这不符合对圆柱发声现象的普遍认识[15]。由于涡声方程由 N-S 方程直接推导得来，其右端的声源项同时包括了流体动力源与声源。因此，该现象可能是由于涡声方程没有将流体动力源与声源很好地分离而造成的。因此，本研究利用能够分离两者的基于质点振速的矢量波动方程，如式(4)，进一步分析圆柱绕流的气动声源特性。

图 9 为式(4)中偶极子源项的强度分布云图，可以看出，计算得到的偶极子声源主要集中于圆柱分离区域附近，后缘再附着区域也分布有一定的偶极

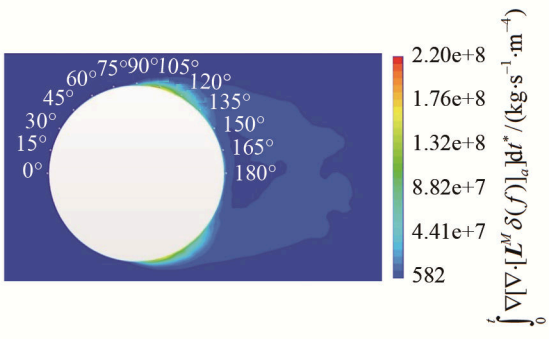


图 9 矢量波动方程中偶极子源项强度云图

Fig.9 The intensity nephogram of dipole source term in vector wave equation

子声源。在圆柱前端以及圆柱壁面以外的区域，偶极子声源量级较小。与图 5(a)相比，该声源和图 7 和图 8 的分析更为一致。

图 10 为圆柱表面偶极子源项的分布散点图，各点分别对应图 9 中从圆柱前端到后缘的 13 个点。这 13 个点距离圆柱中心 0.051 m，绕圆柱等角度分布。从图 10 可以看出，绕圆柱 0°到 75°区域，偶极子源项很小，量级在 10^6 附近。在靠近圆柱分离点处，偶极子源项急剧增大。在分离点附近达到最大值，量级在 10^8，比圆柱前端大了两个量级。在圆柱尾部，偶极子源项有所减小，但是仍比圆柱前端大一个量级。这与分离点以及流体再附着区域存在较大偶极子源的现象相符。因此，该方法可以更好地识别圆柱绕流的气动噪声源的位置与大小。

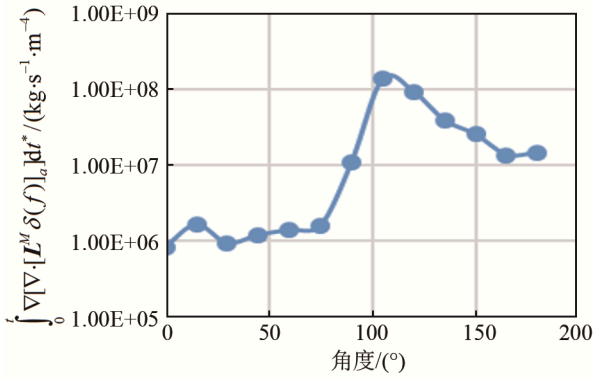


图 10　圆柱表面偶极子源项强度大小

Fig.10　The intensity level of dipole source term around the cylinder

6　结　论

本文的研究工作是基于涡声方程的声源项物理量描述方法，以圆柱绕流为研究对象，结合非定常流动数值仿真手段，探索流场内声源的描述方法，清晰地揭示了圆柱绕流近壁面处偶极子源和四极子源的大小和分布特征，以及偶极子源的主导特性。但研究表明，该方法存在识别声源不合理的情况，即在不该有声源的地方出现声源的现象。为此，本研究进一部利用基于质点振速的矢量波动方程的声源项进行数值仿真，与 APE 方程计算得到的近场声压图、流线图进行对比，发现该方法能够更合理地识别气动噪声源的大小和位置。本研究在探索圆柱绕流近壁面处气动声源特征的同时，探索到了识别流场内部声源的重要方法。该方法具有拓展运用到其它的形体及流动现象上的潜力。

参　考　文　献

[1] LIGHTHILL M. On sound generated aerodynamically: I. general theory[J]. Proceedings of the Royal Society of London, 1954, **222**(1148): 1-32.

[2] CURLE N. The influence of solid boundaries upon aerodynamic sound[J]. Proc.Roy.Soc. 1955, 231.

[3] WILLIAMS J E F, HAWKINGS D L. Sound generation by turbulence and surfaces in arbitrary motion[J]. Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 1969, **264**(1151): 321-342.

[4] POWELL A. theory of vortex sound[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1964, **36**(1).

[5] HOWE M S. Theory of vortex sound[M]. Cambridge University Press, 2003.

[6] EWERT R, SCHRÖDER W. Acoustic perturbation equations based on flow decomposition via source filtering[J]. Journal of Computational Physics, 2003, **188**(2): 365-398.

[7] CABANA M, FORTUNÉ V, JORDAN P. A look inside the lighthill source term[C]//12th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (27th AIAA Aeroacoustics Conference). 2006.

[8] 王毅刚，黄晓胜，危巍，等. 涡声理论在汽车 A 柱气动噪声优化中的应用[J]. 噪声与振动控制, 2017, **37**(2): 107-112.
WANG Yigang, HUANG Xiaosheng, WEI Wei, et al. Aerodynamic noise optimization of vehicle's a-pillar based on vortex sound theory[J]. Noise and Vibration Control, 2017, **37**(2): 107-112.

[9] 杨志刚，刘洋，王毅刚. 有限长圆柱绕流气动噪声源特性分析[J]. 声学技术, 2019, **38**(1): 5-14.
YANG Zhigang, LIU Yang, WANG Yigang, Study of aeroacoustic noise source induced by a cylindrical flow of finite length[J]. Technical Acoustics, 2019, **38**(1):5-14.

[10] SCHLICHING H. Boundary-layer theory[M]. New York: Mcgraw-hill Book Company, 1979.

[11] MOREAU D J, DOOLAN C J. Flow-induced sound of wall-mounted finite length cylinders[J]. AIAA Journal, 2013, **51**(10): 2493-2502.

[12] 张楠，李亚，王志鹏，等. 基于 LES 与 Powell 涡声理论的孔腔流激噪声数值模拟研究[J]. 船舶力学, 2015, **19**(11): 1393-1408.
ZHANG Nan, LI Ya, WANG Zhipeng, et al. Numerical simulation on the flow induced noise of cavity by LES and Powell vortex sound theory[J]. Journal of Ship Mechanics, 2015, **19**(11): 1393-1408.

[13] MAO Y J, HU Z W, XU C, et al. Vector aeroacoustics for uniform mean flow: acoustic velocity and vortical velocity[J]. AIAA Journal, 2018, **56**(7): 2782-2793.

[14] BHATIA H, NORGARD G, PASCUCCI V, et al. The Helmholtz-hodge decomposition-a survey[J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 2012, **19**(8): 1386-1404.

[15] NONE. Turbulence in supersonic flow[J]. Journal of the Aero-nautical Sciences (Institute of the Aeronautical Sciences), 1953, **20**(10): 657-674.

[16] INOUE O, HATAKEYAMA N. Sound generation by a two-dimensional circular, cylinder in a uniform flow[J]. Journal of Fluid Mechanics (FLM), 2002, **471**: 285-314.