引用格式：王红，孙同晶，刘桐. 基于字典学习的主动声呐目标分类方法[J]. 声学技术，2020，**39**(5)：552-558. [WANG Hong, SUN Tongjing, LIU Tong. Active sonar target classification based on dictionary learning[J]. Technical Acoustics, **39**(5): 552-558.] **DOI**: 10.16300/j.cnki.1000-3630.2020.05.006

基于字典学习的主动声呐目标分类方法

王 红，孙同晶，刘 桐
(杭州电子科技大学通信信息传输与融合技术国防重点学科实验室，浙江杭州 310018)

摘要：主动声呐目标分类在军事和民用方面都有重要的应用和价值。文章基于稀疏表示理论，结合 K-奇异值分解和正交匹配追踪算法，提出一种基于学习字典的稀疏表示分类方法(Dictionary Learning Sparse Representation Classification, DLSRC)。首先，利用 K-奇异值分解算法训练各个类别目标回波信号，得到带有目标特征信息的类别字典，类别字典对信号具有良好表征能力并且带有目标类别信息；然后，利用正交匹配追踪算法和各个类别字典稀疏分解测试信号，得到各个类别字典下的稀疏系数后重构信号；最后，根据各个重构信号与测试信号的匹配度判定类别，得到分类准确率。结果显示，200 个测试数据在信噪比分别为–5、–3、6 dB 时，DLSRC 法的分类准确率分别达到 87%、89%、95.5%。不同信噪比下基于学习字典稀疏表示分类方法的准确率均高于已有的支持向量机(Support Vector Machine, SVM)、K-最近邻(K-Nearest Neighbor, KNN)和柔性最大值分类器(SoftMax)等分类方法，具有较好的分类性能。

关键词：字典学习；主动声呐；稀疏表示；目标分类；K-奇异值分解；正交匹配追踪
中图分类号：TN911.7 **文献标识码**：A **文章编号**：1000-3630(2020)-05-0552-07

Active sonar target classification based on dictionary learning

WANG Hong, SUN Tongjing, LIU Tong
(*Fundamental Science on Communication Information Transmission and Fusion Technology Laboratory*, *Hangzhou Dianzi University*, *Hangzhou* 310018, *Zhejiang, China)*

Abstract: Active sonar target classification has important applications and values in both military and civil fields. By using sparse representation theory and combining K-singular value decomposition algorithm with orthogonal matching pursuit algorithm, a sparse representation classification method based on dictionary learning sparse representation classification (DLSRC) is proposed in this paper. Firstly, K-singular value decomposition algorithm is used to train the echo signals of each category of targets and to obtain the category dictionary with target characteristic information, which has good representation ability to signal and contains target category information. Then, the orthogonal matching pursuit algorithm and each category dictionary are used for decomposing the test signals sparsely to obtain sparse coefficients under each category dictionary and to reconstruct signals. Finally, according to the matching degree of each reconstructed signal and reconstruct signals. Finally, according to the matching degree of each reconstructed signal and test signal, the classification accuracy is determined. The results show that when the SNR of 200 test data is –5, –3, and 6 dB, the classification accuracy of DLSRC method for the 200 test data reaches 87%, 89%, and 95.5% correspondingly, which is higher than that of the existing support vector machine (SVM), K-nearest neighbor (KNN) and SoftMax classification methods.

Key words: dictionary learning; active sonar; sparse representation; target classification; K-singular value decomposition; orthogonal matching pursuit (OMP)

0 引 言

主动声呐目标分类[1-2]作为水声信号处理的重要研究方向之一，在国防和民用方面都有重要应用价值。主动声呐是常用的水声设备[3-4]，通过接收发射脉冲信号与目标冲击响应的卷积，得到携带大量反映目标本质信息的回波信号，用于水下目标分类研究。典型分类方法[5-8]分为特征提取和分类器设计两个部分，如 Li 等[9]利用分数傅里叶变换频谱对水雷回波信号进行特征提取，然后利用主成分分析对特征进行压缩后再放入支持向量机(Support Vector Machine, SVM)分类器进行分类。但当海洋环境复杂以及研究目标为小物体时，接收的目标回波信号较弱，基于原信号的分类方法无法满足研究需求。

1993 年，Mallat 等[10]结合稀疏表示理论解决了低信噪比信号的处理问题。稀疏表示[11]利用信号在

收稿日期：2019-06-10；**修回日期**：2019-07-18
基金项目：水下测控技术国防科技重点实验室延伸性基金资助，“十三五”预研领域基金项目资助(6140243010116DZ04001)
作者简介：王红(1995－)，女，安徽宣城人，硕士，研究方向为水声信号处理。
通讯作者：王红，E-mail: wanghong8391@163.com

变换域(字典)中具有稀疏的特性，有效地去除了信号的噪声[12]，提高了信噪比。稀疏表示是由字典中有限的列向量线性表示信号的过程，因此，字典的设计直接影响稀疏表示性能。研究初期，信号的表示大多基于通用的固定字典，如余弦变换基、傅里叶变换基[13]和小波基[14]等。而后，研究者们提出了学习字典的方法，其中 K-奇异值分解算法(K-Singular Value Decomposition, K-SVD)算法 K-SVD[15]是目前最常用的字典学习算法，最早由 Aharon 等提出，因其快速的计算效率，受到了广泛的关注[16-18]。基于训练学习的字典带有目标信号类别信息(由目标信号样本作为初始字典训练出的最贴近目标特性的学习字典，具有对同类别目标更有效的信息)，本文基于字典学习这一优势，提出一种基于字典学习的稀疏表示分类方法，根据回波信号学习出带有类别信息的学习方式，以重构信号与原信号的匹配度作为分类策略进行分类，有望提高水下目标分类方法的性能。

1　稀疏表示分类基本原理

1.1　稀疏表示原理

稀疏表示是逼近思想的一种衍生。设一个回波信号 $\boldsymbol{Y}$，线性逼近过程是将 $\boldsymbol{Y}$ 投影到正交基 $\boldsymbol{\psi}=\{\boldsymbol{\psi}_1\ \boldsymbol{\psi}_2\ \cdots\ \boldsymbol{\psi}_N\}$ 上，以 $\boldsymbol{\psi}$ 中 N 个向量 $\boldsymbol{\psi}_i$ 线性表示 $\boldsymbol{Y}$：

$$\boldsymbol{Y}\sim\sum_{i=1}^{N}\langle\boldsymbol{Y},\boldsymbol{\psi}_i\rangle\,\boldsymbol{\psi}_i \tag{1}$$

基于信号逼近的思想，定义稀疏表示：设 N 维希尔伯特(Hilbert)空间有一组正交字典 $\boldsymbol{D}=\{d_1,d_2,\cdots,d_N\}$，$d_i$ 为原子函数，将 $\boldsymbol{Y}$ 表示为 $K(K\ll N)$ 个原子的线性组合形式：

$$\boldsymbol{Y}=\sum_{i=1}^{k}d_i x_i=\boldsymbol{DX} \tag{2}$$

式(2)中，$\boldsymbol{X}=[x_1\ \ x_2\ \cdots\ x_i]^{\mathrm{T}}$ 是投影系数，显然，$\boldsymbol{X}$ 是 $\boldsymbol{Y}$ 在字典 $\boldsymbol{D}$ 中的表示形式；研究表明，$\boldsymbol{X}$ 具有唯一性。此时，$\boldsymbol{X}$ 中只有 K 个非零元素。

把待表示信号 $\boldsymbol{Y}$ 考虑为一个 $M\times1$ 的向量，一般而言，该向量大多数元素不为 0，稀疏表示就是将信号 $\boldsymbol{Y}$ 在字典 $\boldsymbol{D}$ 上表示成具有很多 0 元素向量 $\boldsymbol{X}$ 的过程，使得数据具有稀疏性，字典 $\boldsymbol{D}$ 是一个 $M\times N$ 的矩阵。稀疏表示原理如图 1 所示。

为了用尽可能少的原子表示信号的本质特征，获得待表示信号 $\boldsymbol{Y}$ 的最稀疏形式，限定稀疏系数非 0 项的个数为 ε，求解如下优化问题：

$$\min\|\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{DX}\|_2^2,\qquad \text{s.t.}\|x\|_0\leqslant\varepsilon \tag{3}$$

式(3)中，$\|\|_2$ 表示 l_2-范数，是向量元素的平方和再开方。由于训练分类模型时，为避免训练集出现过拟合现象，这里使用 l_2-范数实现对模型的限制，在一定程度上避免了过拟合，从而提高模型(3)的泛化能力；$\|\|_0$ 表示 l_0-范数，即向量 $\boldsymbol{X}$ 中非零元素的个数。

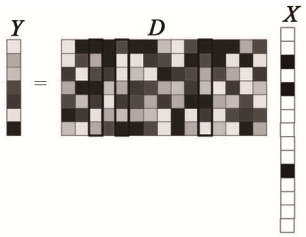


图 1　稀疏表示原理图

Fig.1　Schematic diagram of sparse representation

l_0-范数是一个多项式复杂程度的非确定性问题(NP-hard problem)，很难直接优化求解。由于 l_1-范数表示计算非零元素绝对值之和，是 l_0-范数的最优凸近似，并且更好优化求解，因此，使用 l_1-范数替代 l_0-范数，优化问题等价于如下问题：

$$\min\|\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{DX}\|_2^2,\qquad \text{s.t.}\|x\|_1\leqslant\varepsilon \tag{4}$$

当优化目的为得到与信号 $\boldsymbol{Y}$ 误差最小的稀疏表示形式时，改写优化问题为

$$\min\|x\|_1,\qquad \text{s.t.}\|\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{DX}\|_2^2\leqslant\gamma \tag{5}$$

式中，γ 表示误差最大值。

1.2　稀疏表示分类

典型的稀疏表示分类方法是基于信号在字典中呈现稀疏状态，用一组原子函数线性地表示信号，在满足一定稀疏度的条件下，获取对原始信号的良好近似，并捕捉信号内在的本质特征，得到特征明显的稀疏信号。在此基础上选择并提取特征，最后结合分类器对信号进行分类。

本文提出了基于字典学习的稀疏表示水下目标分类方法(Dictionary Learning-Sparse Representation Classification, DLSRC)，该方法与典型稀疏表示分类方法在原理上都是基于信号在字典中呈稀疏状态，将信号表示为稀疏形式，不同点在于分类方法。本文采用学习的类别字典进行分类，以重构信号与测试信号的匹配度作为分类策略，实现目标分类。

2　基于字典学习的主动声呐目标稀疏表示分类方法

2.1　基于字典学习的稀疏表示水下目标分类

本文提出的 DLSRC 方法，是由字典学习算法得到各类别字典，通过各字典重构信号，根据重构信号与原信号的匹配度来判断数据的类别，DLSRC 方法框图如图 2 所示。将实测信号分为训练集和测

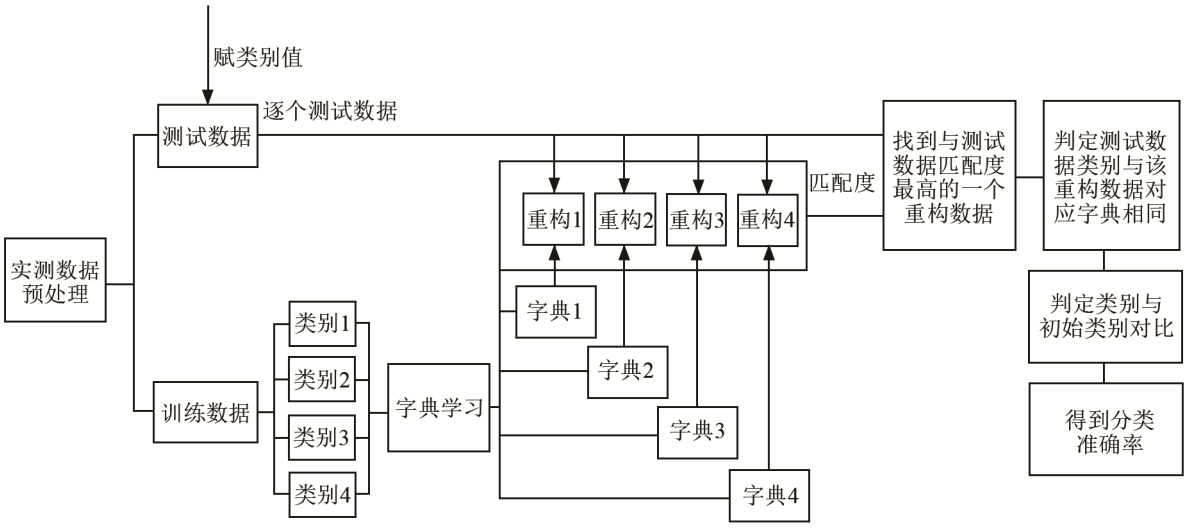


图 2 DLSRC 方法总框图
Fig.2 General block diagram of DLSRC method

试集导入 Matlab 程序中，训练集由字典学习算法训练出具有类别信息的字典，测试集赋初始类别标签。

具体步骤如下：

(1) 导入实测信号：将信号分为训练集和测试集导入 Matlab 软件中；

(2) 加噪声：利用 Matlab 软件通过仿真给所有信号加入高斯噪声；

(3) 训练字典：采用 K-SVD 算法训练出各类对应的字典，分别标记为字典 1、字典 2、字典 3、字典 4；

(4) 标记测试信号：每类测试集附上各自的初始类别标签(测试集本身没有标签，此步是为了计算分类模型的准确率)；

(5) 计算稀疏系数：测试信号分别放入各类别字典中，经过正交匹配追踪(Orthogonal Matching Pursuit, OMP)算法得到不同的稀疏系数(每个测试信号产生 4 个稀疏系数)；

(6) 重构数据：由各类别字典及对应的稀疏系数重构出对应的数据；

(7) 计算匹配率：计算测试信号与其对应重构数据的匹配率(每个测试信号对应 4 个匹配度)；

(8) 判定标签：找到与测试信号匹配率最高的重构信号，判定类别与其对应字典相同；

(9) 计算准确率：判断初始类别标签和新的类别标签是否相同，相同即分类正确，统计正确个数，得到准确率。

2.2 基于训练学习的字典构造

K-SVD 算法主要由稀疏编码和更新字典两个步骤迭代。首先，由 OMP 算法计算稀疏编码矩阵，然后逐列更新字典(奇异值分解方法)，同时在当前字典下更新稀疏编码矩阵，最后反复迭代、更新，直到收敛或满足结束条件。K-SVD 算法的流程图如图 3 所示。

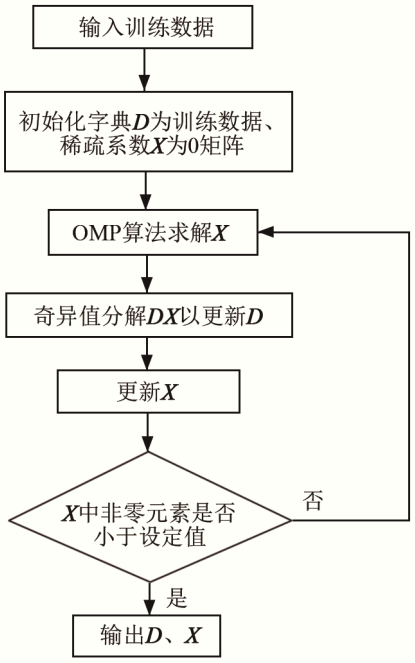


图 3 K-SVD 字典学习算法流程图
Fig.3 Flow chart of k-SVD dictionary learning algorithm

通过求解如式(4)的优化问题，得到最优字典 $\boldsymbol{D}$。具体实现步骤如下：

(1) 初始化：设训练集为字典 $\boldsymbol{D}$ 的初始矩阵，初始化稀疏编码矩阵 $\boldsymbol{X}$ 为 0 矩阵；

(2) 稀疏编码：已知字典 $\boldsymbol{D}$，用 OMP 算法稀疏

编码近似求解稀疏系数 $\boldsymbol{X}$，惩罚项可以写为

$$\|\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{D}\boldsymbol{X}\|_2^2=\sum_{i=1}^{N}\|\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{D}\boldsymbol{x}_i\|_2^2$$

(3) 更新字典和稀疏系数：已知稀疏系数 $\boldsymbol{X}$，固定除当前更新原子 d_i 外其它 K–1 项原子，剥离原子 d_i 的贡献，逐列更新字典 $\boldsymbol{D}$。目标函数为

$$\|\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{D}\boldsymbol{X}\|^2=\left\|\boldsymbol{Y}-\sum_{i=1}^{k}d_i\boldsymbol{x}_i^{\mathrm{T}}\right\|^2=\left\|(Y-\sum_{i\neq k}d_i\boldsymbol{x}_i^{\mathrm{T}})-d_i\boldsymbol{x}_i^{\mathrm{T}}\right\|^2=\left\|\boldsymbol{E}_k-d_k\boldsymbol{x}_k^{\mathrm{T}}\right\|^2$$

其中，误差 $\boldsymbol{E}_k=\boldsymbol{Y}-\sum_{i\neq k}d_i\boldsymbol{x}_i^{\mathrm{T}}$ 是去掉原子 d_i 后的样本误差。找出最优的 d_k 和 $\boldsymbol{x}_k^{\mathrm{T}}$ 是一个最小二乘问题，仅保留 $\boldsymbol{X}$ 中的非零元素(数值和位置)，同时保存 $\boldsymbol{E}_k$ 中非零元素对应位置为 $\boldsymbol{E}_k'$，利用奇异值分解方法(SVD)分解 $\boldsymbol{E}_k'$：

$$\boldsymbol{E}_k'=\boldsymbol{U}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}} \tag{6}$$

式(6)中：$\boldsymbol{U}$ 为左奇异矩阵，$\boldsymbol{\Sigma}$ 为对角阵，其对角线上的元素为奇异值，$\boldsymbol{V}$ 为右奇异矩阵。取 $\boldsymbol{U}$ 的第一个列向量作为 $\boldsymbol{d}_k$，最大奇异值与右奇异矩阵对应行向量的乘积作为 $\boldsymbol{x}_k^{\mathrm{T}}$，完成更新。

(4) 迭代更新 $\boldsymbol{D}$ 和 $\boldsymbol{X}$，直到收敛或满足结束条件。

2.3　稀疏编码方法

稀疏表示中，字典学习和稀疏分解均用到了稀疏编码计算稀疏系数。1993 年，Mallat 等[10]提出了匹配追踪(Matching Pursuit, MP)算法。为了改进 MP 算法收敛速度慢这一缺点，研究者们提出了正交匹配追踪(OMP)算法[19]，引入施密特正交化，对每一步分解所选择的全部原子进行正交化处理，由于残差总是与被选择过的原子正交，一个原子不会被重复选择，加快了收敛速度。目标函数为

$$e_n=\langle e_n\boldsymbol{\varphi}_t\rangle\boldsymbol{\varphi}_t+\boldsymbol{P}e_{n+1} \tag{7}$$

式(7)中：e_n 表示残差，$\boldsymbol{\varphi}_t$ 表示被选中的原子组成的矩阵，$P=\boldsymbol{\varphi}_t(\boldsymbol{\varphi}_t^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varphi}_t)^{-1}\boldsymbol{\varphi}_t^{\mathrm{T}}$ 为正交投影算子矩阵，具体实现步骤如下：

(1) 给定字典 $\boldsymbol{D}$，初始化残差 $e_0=y$，y 为信号；

(2) 选择与残差内积绝对值最大的原子，表示为 $\boldsymbol{\varphi}_1$；

(3) 将被选中的原子 $\boldsymbol{\varphi}_1$ 作为列组成矩阵 $\boldsymbol{\varphi}_t$(每次循环不清空)，计算 $\boldsymbol{\varphi}_t$ 的正交投影算子矩阵 $\boldsymbol{P}$，通过目标函数计算残差 e_1。

(4) 对残差迭代执行(2)、(3)步，在迭代过程中被选择过的原子均与残差正交，不会重复选中，$\boldsymbol{\varphi}_t$ 为所有被选择过的原子组成的矩阵；

(5) 达到设定迭代次数或残差小于设定值时，计算结束。

OMP 算法的流程如图 4 所示。

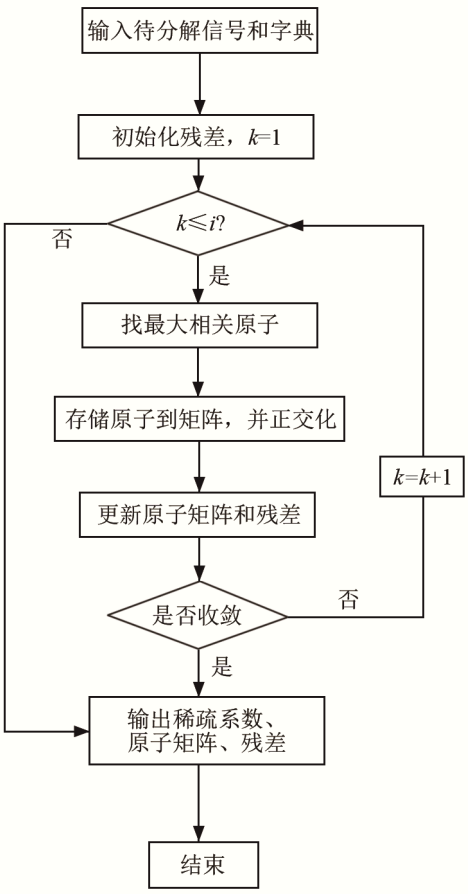


图 4　OMP 算法流程图

Fig.4　Flow chart of OMP algorithm

2.4　分类策略

本方法以测试信号与重构信号的匹配度[20]作为分类策略，匹配率根据 l_2-范数计算。首先，分别计算原信号和重构信号误差和两者总和的 l_2-范数，然后，将结果减去误差的 l_2-范数，最后计算其在总和中的占比。匹配度越高，信号越相似。其数学模型为

$$R_{\mathrm{M}}=1-\frac{\|\,|y|-|y'|\,\|_2}{\|\,|y|+|y'|\,\|_2} \tag{8}$$

式中：y 表示测试信号；$|y'|$ 表示重构信号；$\|\|_2$ 表示 l_2-范数。通过求解 l_2-范数来计算向量最大特征值的平方根。

基于字典学习的稀疏表示分类的判别方法为：每一个测试信号通过 4 类字典稀疏重构，得到 4 个重构信号，分别计算重构信号与当前测试信号的匹配度，得到匹配度最高的重构信号，其对应字典可以最好地重构当前测试信号，随即判定当前测试信号类别与对应字典类别相同。

3 基于字典学习的稀疏表示分类方法在主动声呐目标分类中的应用

在消声水池中，利用主动声呐发射脉冲信号，接收 4 类目标的回波信号。为了产生不同信噪比的回波信号，将原始回波信号加入高斯噪声，形成信噪比分别为–5、–3、0、3、6 dB 的弱信号，然后采用本文提出的 DLSRC 方法对其进行水下弱目标分类。对信号进行短时傅里叶变换，提取频域信号作为特征与支持向量机(SVM)、K-最近邻(KNN)和柔性最大值(Softmax)分类器结合作为对比方法。

3.1 实测目标回波信号

测试条件：入射信号为线性调频信号、频率范围为 100～200 kHz、脉宽为 0.5 ms。

测试目标：包括空心铝管、实心 PVC 管、实心铝圆柱和加肋圆柱壳体 4 类形似小型目标。这 4 类目标的原始回波信号如图 5 所示。

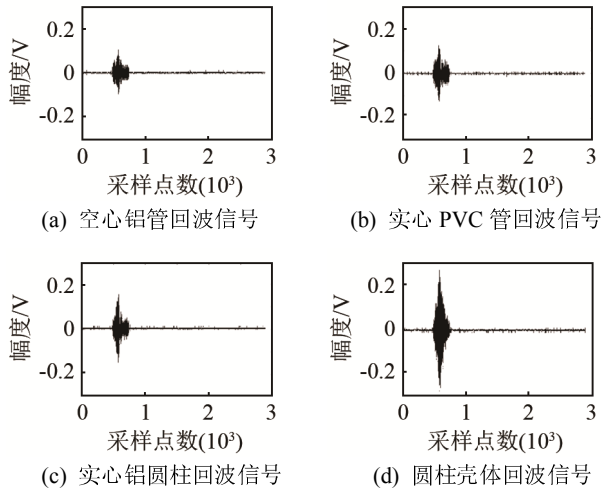


图 5 4 类目标原始回波信号

Fig.5 The original echo signals of four types of targets

3.2 基于 DLSRC 方法的主动声呐目标分类和对比分析

本文的 DLSRC 分类方法的核心是由实测信号训练学习的字典。这实质上是对庞大数据集的降维表示，使得字典保留了目标的大部分特征，当测试样本集过大时，当前学习字典无法表示的特征会更多，出现的分类错误率也会相应增大。学习字典稀疏表示测试样本的过程则是利用计算残差与字典原子最大内积的方法，找到最适合表示当前测试信号的有限原子，再由这些有限原子得到含噪信号的近似(更接近于目标的无噪信号)，可以有效地去除大部分噪声，降低信号中噪声对分类结果的影响，提高对低信噪比信号的分类准确率。

对此，从三个角度测试说明 DLSRC 方法分类性能。在不同测试样本数和不同信噪比的情况下，分析测试样本数和信噪比对本方法的影响，在信噪比分别为–5、–3、0、3、6 dB 时对比 DLSRC 方法与其他分类方法的准确率，分析本方法的优势。

3.2.1 不同测试集样本数时 DLSRC 方法的准确率

固定训练集样本数，分别使用 120、200 和 400 个测试信号下测试 DLSRC 方法的准确率，说明测试信号数量对分类器的影响。结果如图 6～7 所示。

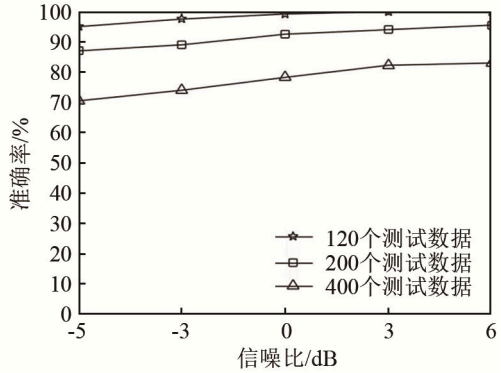


图 6 不同样本数的测试集分类准确率对比

Fig.6 Comparison of classification accuracy of test sets with different sample numbers

由图 6 可知，在 120 个测试信号、信噪比大于 3 dB 情况下，分类准确率达到 100%。由此可见 DLSRC 分类方法受测试集样本数量影响较大，信噪比不变时，测试集样本数越少，分类准确率越高。说明本方法对小样本分类效果较好；反之，在测试样本集过大时效果欠佳，为了得到更高的分类准确率，可以对字典学习算法进行改进。

3.2.2 不同信噪比时 DLSRC 方法的准确率

固定训练集样本数和测试集样本数，在信噪比分别为–5、–3、0、3、6 dB 时对比 DLSRC 方法的准确率，说明不同信噪比对分类方法的影响。结果如图 7 所示。

由图 7 可知，在相同测试集样本数、不同信噪比时，DLSRC 方法的分类准确率结果较为接近，验证了该方法中稀疏表示重构的去噪能力，使得该方法受信噪比的影响较小。

3.2.3 DLSRC 方法与其他分类方法分类准确率对比

在 200 个测试样本数下，信噪比分别为–5、–3、0、3、6 dB 时，DLSRC 方法的准确率与其他分类方法进行对比。对比采用频域信号结合支持向量机(SVM)、K-最近邻(KNN)和柔性最大值(SoftMax)分类器的方法。其中 SoftMax 分类器是 Logistic 回归

推广到多类分类的形式，常用于神经网络分类中，具有良好的分类效果。结果如图 8～9 所示。

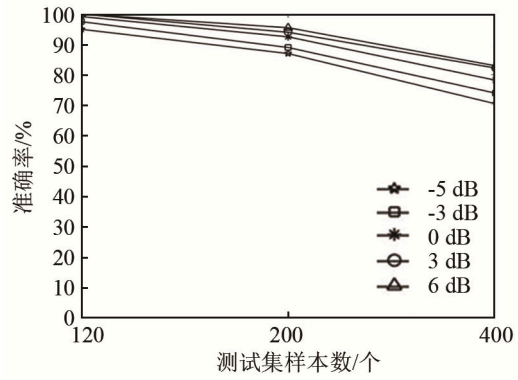


图 7　不同信噪比时 DLSRC 法的分类准确率

Fig.7　Classification accuracy of DLSRC method under different SNR

由图 8～9 可知，与其他 3 种分类方法相比，DLSRC 方法的优势在于不同信噪比情况下的分类准确率较为稳定，且在低信噪比时可以达到较高的准确率。由图 8 可知，SVM 受信噪比影响较大，不适合对低信噪比信号进行分类；由图 9 可以看出，对比受信噪比影响较小的 KNN 和 SoftMax 分类方法，DLSRC 方法在各个信噪比下的准确率均较高，具有更好的分类效果。对比结果验证了 DLSRC 方法分类准确率较高，且在低信噪比信号下也可以达到较好的分类效果，具有良好的分类性能和抗噪性能。

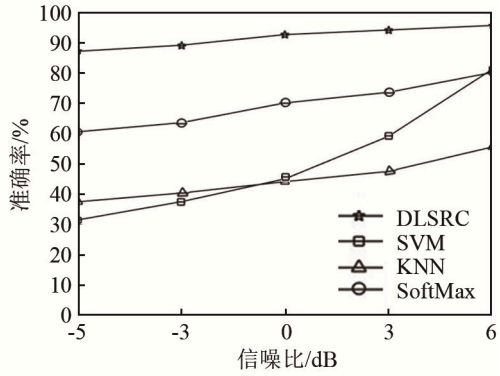


图 8　不同信噪比下 4 种不同分类方法的对比图

Fig.8　Comparison of four different classification methods under different SNR

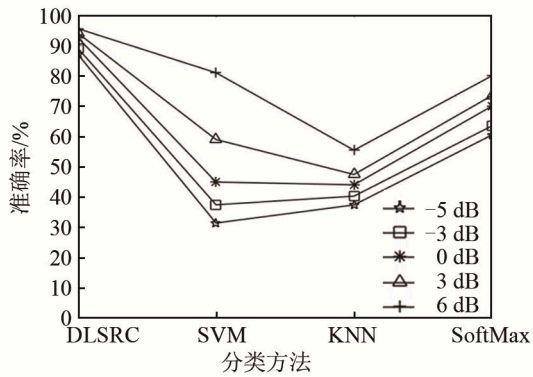


图 9　4 种不同方法的分类准确率对比

Fig.9　Comparison of classification accuracy of four different methods

4　结 论

本文针对主动声呐目标分类问题，基于稀疏表示理论和字典学习，提出了基于学习字典的稀疏表示分类方法(DLSRC)。实现了 4 类低信噪比的主动声呐弱目标的分类，并与 SVM、KNN 和 SoftMax 方法进行了对比分析。

结果表明，DLSRC 分类方法更适用于小样本分类，在测试集样本数过大时准确率降低，且本方法受信噪比的影响较小，说明对于低信噪比弱信号的处理能力较好。由 DLSRC 分类方法与其他分类方法的对比结果可知，DLSRC 分类方法在不同信噪比时相对其他 3 种方法具有更好的分类准确率。综上，DLSRC 分类方法在小样本和低信噪比信号分类时具有良好性能，但对于大样本分类效果欠佳。初步分析，其原因在于 K-SVD 字典学习算法不适用于处理大样本数据。为解决这一问题，今后需要在 K-SVD 字典学习算法基础上加以改进，研究如何提高类别字典的信号表示能力。

参　考　文　献

[1] HALL J J, AZIMI-SADJADI M R, KARGL S G, et al. Underwater unexploded ordnance (UXO) classification using a matched subspace classifier with adaptive dictionaries[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2019, **44**(3): 739-752.

[2] LEFORT R, FABLET R, BOUCHER J M, et al. Automatic fish school classification for acoustic sensing of marine ecosystem[C]//Oceans. Piscataway, NJ: IEEE, 2008.

[3] LI X K, MENG X X, LIU H, et al. Classification of underwater target echoes based on auditory perception characteristics[J]. Journal of Marine Science & Application, 2014, **13**(2): 218-224.

[4] 强超超, 王元斌. 水声目标识别技术现状与发展[J]. 指挥信息系统与技术, 2018, **50**(2): 77-82.
QIANG Chaochao, WANG Yuanbin. Status and development of underwater acoustic target recognition technology[J]. Command Information System and Technology, 2018, **50**(2): 77-82.

[5] KHIZER F, SIDRA S, SALMAN S, FARAN M. Classification of underwater acoustic signals using multi-classifiers[C]//2018 15th International Bhurban Conference on Applied Sciences and Technology (IBCAST), 2018.

[6] IMANI M. Band clustering-based feature extraction for classification of hyperspectral images using limited training samples[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2014, **11**(8): 1325-1329.

[7] BRYT O, ELAD M. Compression of facial images using the K-SVD algorithm[J]. Journal of Visual Communication & Image Representation, 2008, **19**(4): 270-282.

[8] 韩宏，杨静宇．多分类器组合及其应用[J]．计算机科学，2000, **27**(1): 58-61.
HAN Hong, YANG Jingyu. Classifier combination and its application[J]. Computer Science, 2000, **27**(1): 58-61.

[9] LI T T, LI X K, XIA Z. Classification of Underwater Mines by Means of the FRFT and SVM[C]//IEEE International Conference on Information & Automation. Piscataway: IEEE, 2010: 1824-1829.

[10] MALLAT S G, ZHANG Z F. Matching pursuits with time-frequency dictionaries[J]. IEEE Transaction on Signal Processing, 1993, **41**(12): 3397-3415.

[11] 赵亮．信号稀疏表示理论及应用研究[D]．哈尔滨：哈尔滨工程大学, 2012: 1-55.
ZHAO Liang. Research on signal sparse representation theory and application[D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2012: 1-55.

[12] ELAD M, AHARON M. Image denoising via sparse and redundant representations over learned dictionaries[J]. IEEE Tip, 2006, **15**(12): 3736-3745.

[13] 邓承志.图像稀疏表示理论及其应用研究[D]．湖北：华中科技大学, 2008: 1-136.
DENG Chengzhi. Image sparse representation theory and its application[D]. Hubei: Huazhong University of Science and Technology, 2008: 1-136.

[14] 廖斌，许刚，王裕国．基于非抽样小波字典的低速率视频编码[J]．软件学报, 2004, **15**(2): 221-228.
LIAO Bin, XU Gang, WANG Yuguo. Low rate video coding based on non-sampling wavelet dictionary[J]. Journal of Software, 2004, **15**(2): 221-228.

[15] AHARON M, ELAD M, BRUCKSTEIN A. K-SVD: an algorithm for designing overcomplete dictionaries for sparse representation[J]. IEEE Transaction on Signal Processing, 2006, **54**(11): 4311-4322.

[16] BRYT O, ELAD M. Compression of facial images using the K-SVD algorithm[J]. Journal of Visual Communication & Image Representation, 2008, **19**(4): 270-282.

[17] JIANG Z L, LIN Z, DAVIS L S. Label consistent K-SVD: learning a discriminative dictionary for recognition[J]. IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2013, **35**(11): 2651-2664.

[18] MAILHÉ B, LESAGE S, GRIBONVAL R, et al. Shift-invariant dictionary learning for sparse representations: extending K-SVD [C]//Lausanne, Switzerland: European Signal Processing Conference. 2015: 2219-5491.

[19] CAI T T, WANG L. Orthogonal matching pursuit for sparse signal recovery with noise[J]. IEEE Transaction on Information Theory, 2011, **57**(7): 4680-4688.

[20] WITKIN A, TERZOPOULOS D, KASS M. Signal matching through scale space[J]. International Journal of Computer Vision, 1987, **1**(2): 133-144.