

引用格式: 徐敬岗, 邓景珊, 李书齐. 兰姆波检测参数曲线的应用研究[J]. 声学技术, 2020, 39(5): 574-580. [XU Jinggang, DENG Jingshan, LI Shuqi. Study on the application of detection parameter curves related to Lamb wave inspection[J]. Technical Acoustics, 39(5): 574-580.] DOI: 10.16300/j.cnki.1000-3630.2020.05.009

兰姆波检测参数曲线的应用研究

徐敬岗¹, 邓景珊², 李书齐¹

(1. 常州工程职业技术学院, 江苏常州 213164; 2. 上海大学, 上海 200444)

摘要: 为了推广应用兰姆波进行无损检测, 对兰姆波检测参数曲线进行了研究。通过对兰姆波频率特征方程的对称模式和反对称模式两种情况进行算法分析, 用 VC++ 软件加以编程实现, 设计了专门用于绘制兰姆波参数曲线的软件, 同时依据激励角频散曲线设计了兰姆波换能器的斜楔结构参数, 并制作了兰姆波换能器, 进而解决了兰姆波检测参数曲线的绘制和应用问题, 所绘制的参数曲线适用于不同材质、不同型号的金属薄板兰姆波检测。

关键词: 兰姆波; 无损检测; 参数曲线

中图分类号: TG115.28

文献标识码: A

文章编号: 1000-3630(2020)-05-0574-07

Study on the application of detection parameter curves related to Lamb wave inspection

XU Jinggang¹, DENG Jingshan², LI Shuqi¹

(1. Changzhou Vocational Institute of Engineering, Changzhou 213164, Jiangsu, China; 2. Shanghai University, Shanghai 200444, China)

Abstract: For spreading the application of Lamb wave to non-destructive inspection, the detection parameter curves related to Lamb wave inspection are studied. A set of software for drawing the Lamb wave detection parameter curves is specially designed by the arithmetic analyzes of symmetrical and asymmetrical modes of Lamb wave frequency characteristic equation and the software of VC++. Meanwhile the parameters of wedge structure of Lamb wave transducers are designed by the incident angle curves, and Lamb wave transducers are made. And, the problems of drawing and application of Lamb wave detection parameter curves are also solved. The plotted parameter curves are suitable for Lamb wave inspection of thin plates of different materials and types.

Key words: Lamb wave; non-destructive inspection; parameter curves

0 引言

兰姆波作为超声无损检测中的一种特殊类型, 在金属薄板的超声检测研究领域中, 应用越来越广泛。国内外无损检测技术人员相继对兰姆波检测技术进行了深入的研究, 但由于兰姆波在激励、传播和信号处理等方面的复杂性, 导致其在工业检测中的应用受到一定的限制。在薄板兰姆波检测技术的研究过程中, 其频散特性是关键点, 深入理解兰姆波产生的原理和传播特点, 依据兰姆波的频散特性确定薄板检测的合理方案^[1]。为了满足实际检测的需要, 如何根据兰姆波的频散特性绘制出解决特定检测需求的兰姆波参数曲线就成为迫切需要解决的问题。因此, 满足特定检测需求的兰姆波参数曲

线的绘制研究将对兰姆波在无损检测领域的应用具有极其重要的意义。

兰姆波参数曲线一般包括相速度-频厚曲线、群速度-频厚曲线、激励角-频厚曲线和板中质点位移振幅分布-板厚位置曲线。其中相速度曲线是由兰姆波频率特征方程求解所得, 其他三种曲线则是分别由群速度、激励角、质点振动位移与特征方程的解 C_p 之间特定关系所确定的不同方程求解所得。群速度曲线表示各模式兰姆波在对应频厚条件下的能量传播速度, 激励角曲线表示在对应频厚条件下激励产生各模式兰姆波所应采用的入射角度, 质点位移振幅分布曲线表示各模式兰姆波在对应频厚条件下平行和垂直于板材表面方向上振动位移的大小, 它与兰姆波在板中的能量分布状况存在一定的对应关系。在求解兰姆波频率特征方程中, 薄板的纵波速度 C_l 、横波速度 C_s 、频厚积 $f \cdot d$ (薄板厚度 d 与检测频率 f 的乘积) 是三个独立变量, 由于频厚积由实际检测条件确定, 因此薄板的纵波和横波声速就成为求解兰姆波频率特征方程和绘制兰

收稿日期: 2020-04-26; 修回日期: 2020-07-21

基金项目: 国家自然科学基金项目(51705039)

作者简介: 徐敬岗(1982—), 男, 江苏徐州人, 硕士, 讲师, 研究方向为兰姆波检测技术、高速旋转超声自动检测技术。

通讯作者: 徐敬岗, E-mail: xjgczie@163.com

姆波检测参数曲线的关键参数。

1 兰姆波特征方程

兰姆波根据质点振动特点和波动特性的不同，可以分为对称和反对称两种模式，对称模式和反对称模式均有不同的阶次，对称模式包括： S_0 、 S_1 、 $S_2 \dots$ ，反对称模式包括： A_0 、 A_1 、 $A_2 \dots$ [2]。若满足自由边界的条件，兰姆波特征方程可表示为 [3]

对称模式：

$$4mn \tan \frac{\pi f d}{C_p} n = -(m^2 - 1)^2 \tan \frac{\pi f d}{C_p} m \quad (1)$$

反对称模式：

$$4mn \tan \frac{\pi f d}{C_p} m = -(m^2 - 1)^2 \tan \frac{\pi f d}{C_p} n \quad (2)$$

式中： $m = \left[\left(\frac{C_p}{C_s} \right)^2 - 1 \right]^{\frac{1}{2}}$ ； $n = \left[\left(\frac{C_p}{C_1} \right)^2 - 1 \right]^{\frac{1}{2}}$ ； C_p 为兰姆波的相速度； f 为兰姆波的频率； d 为板的厚度。

此组方程看似简单，实则隐含着多种变化情况，同时此频率特征方程的特性决定了兰姆波是具有多模式和频散特性的，且模式不同，非线性关系也不同。公式中的兰姆波相速度 C_p 并非常数，而是随频厚积 $f \cdot d$ 的变化而改变，兰姆波的此种特性反映在相速度 (C_p) - 频厚积 ($f \cdot d$) 平面内，即表现为一系列特性曲线，也就是所谓的兰姆波相速度频散曲线 [4]。

2 兰姆波特征方程算法分析

2.1 方程分析

求解兰姆波对称模式和反对称模式方程时，以兰姆波相速度 C_p 为自变量，求解过程会相对简单，若令 $x = f \cdot d$ ，则式(1)和式(2)分别可变换为式(3) [4] 和式(4)：

$$C \tan (Dx) + E \tan (Fx) = 0 \quad (3)$$

$$G \tan (Hx) + K \tan (Lx) = 0 \quad (4)$$

式(3)和式(4)中各系数的值随兰姆波相速度 C_p 的变化而变化。对于一般的材料，满足 $C_s < C_1$ ，对称模式方程式(3)中各系数的值如表 1 [4] 所示，反对称模式方程式(4)中各系数的值如表 2 所示。

2.2 算法分析思路

为了更透彻地分析兰姆波特征方程和避免方程求解无意义的情况出现，特对方程求解过程进行分段处理，同时对特殊点进行分析求解。方程分段求解主要从 $0 < C_p < C_s$ 、 $C_s < C_p < C_1$ 和 $C_1 < C_p$ 三个区段

表 1 方程式(3)系数的值 [4]
Table 1 Coefficient values in Equation (3) [4]

分析区段	C	D	E	F
$0 < C_p < C_s$	-c	di	e	fi
$C_s < C_p < C_1$	ci	di	e	f
$C_1 < C_p$	c	d	e	f

注： $c = 4 |mn| > 0$ ， $d = \left| \frac{\pi n}{C_p} \right| > 0$ ， $e = (m^2 - 1)^2 > 0$ ， $f = \left| \frac{\pi m}{C_p} \right| > 0$ ，i 为虚数单位。

表 2 方程式(4)系数的值
Table 2 Coefficient values in Equation (4)

分析区段	G	H	K	L
$0 < C_p < C_s$	g	hi	-k	li
$C_s < C_p < C_1$	g	hi	ki	l
$C_1 < C_p$	g	h	k	l

注： $g = (m^2 - 1)^2 > 0$ ， $h = \left| \frac{\pi n}{C_p} \right| > 0$ ， $k = 4 |mn| > 0$ ， $l = \left| \frac{\pi m}{C_p} \right| > 0$ ，i 为虚数单位。

进行分析，特殊点求解分析主要从 $C_p = C_1$ 、 $C_p = \sqrt{2}C_s$ 和 $C_p = C_s$ 等几种情况考虑。在方程分段求解的过程中，主要用到了二分法的原理，求解相对容易 [5]。其他研究人员已经做过类似的工作，此处仅做简单介绍作为参考。郑玉明等 [1] 先对兰姆波特征方程进行化简，随后从 $0 < C_p \leq C_s$ 、 $C_s < C_p \leq C_1$ 和 $C_1 < C_p$ 三个区间对方程进行了分析，给出了无限大兰姆波频散曲线的计算方法。艾春安等 [4] 以兰姆波对称模式方程为例，先对 $C_p = C_1$ 等特殊点进行求解分析，然后用二分法从 $0 < C_p < C_s$ 、 $C_s < C_p < C_1$ 和 $C_1 < C_p$ 三个区间分段求解。倪园等 [6] 研究人员以相速度为自变量求解兰姆波方程，并用 Matlab 软件对求解过程进行了编程。艾春安等 [7] 根据兰姆波运动的时间规律的简谐波因子与频散曲线的物理特性，用数值迭代法在实数域内求解频率特征方程。文献 [8-9] 对兰姆波方程进行了分析，给出 Lamb 波频散曲线的数值计算方法，绘制了 Lamb 波在铝板中传播的相速度和群速度曲线，并通过试验进行了验证。张维刚等 [10] 保持了频率和板厚在计算中的独立性，利用牛顿切线法求解了兰姆波频率特征方程。

3 算法程序框图

文中对兰姆波特征方程的对称模式和反对称模式两种情况进行了简单的算法分析，并按照算法分析的思路采用 VC++ 软件加以编程实现，绘制出满足特定检测需求的薄板兰姆波检测参数曲线，具体算法程序流程图如图 1 所示。

图 1 中计算模块 1 的内容为三角方程的求解子

程序过程，而计算模块 2、计算模块 3 和计算模块 4 为用二分法求解子程序的过程^[4]。

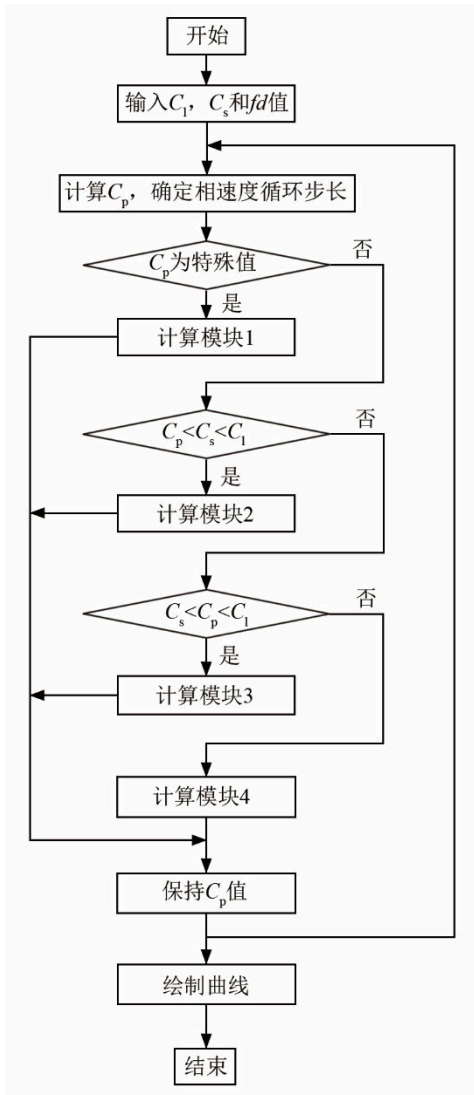


图1 兰姆波检测参数曲线算法程序流程图
Fig.1 Flow chart of the algorithm for Lamb wave detection parameter curves

4 薄板兰姆波检测参数曲线绘制软件的应用

文中所设计的薄板兰姆波检测参数曲线绘制软件主要包括 6 个界面：参数设置、数据查找、相速度曲线、群速度曲线、质点位移振幅分布曲线和激励角曲线界面。下面以厚度为 3 mm 的 1Cr18Ni9Ti 不锈钢板材为例作详细说明。

4.1 参数设置界面

该界面是运行所编制程序以后首先进入的一个界面，在此界面中设定所需要的各项参数，其中最基本的几项参数为：板材材质、纵波声速、横波

声速、斜楔中纵波声速和板材厚度，而另外几项参数在设定好之后，如果没有特殊需要，基本不做修改。以不锈钢 1Cr18Ni9Ti 为例，选用聚枫斜楔(其中声速为 2 350 m·s⁻¹)，相速度曲线横坐标 $f \cdot d$ 最大值设为 10 MHz·mm，纵坐标 C_p 的最大值设为 14 000 m·s⁻¹，板厚设为 3 mm，再将不锈钢的纵波和横波声速输入相应的文本框中，频厚积步长和相速度步长已在程序中设定，无须更改。具体参数设置如图 2 所示。



图2 参数设置界面
Fig.2 Parametre setting interface

4.2 数据输出界面

此界面实际上是一个数据输出窗口，专为查找数据而设计。界面分为两部分：设定部分和输出部分，设定部分包括模数和 $f \cdot d$ 值的输入，输出部分则为相速度、群速度和激励角的输出，其中包含了对称型和反对称型两种情况。当输入模数为 0、 $f \cdot d$ 值为 7 MHz·mm 时，运行程序，输出如图 3 所示的数据。



图3 数据输出窗口
Fig.3 Data output window

4.3 相速度曲线

绘制相速度曲线的依据是兰姆波的频散特性，兰姆波频率特征方程是求解相速度的基础。在参数设置界面，设定预置参数，纵波声速 C_L 为 5 780 m·s⁻¹，横波声速 C_S 为 3 053 m·s⁻¹，探头纵波声速 C_{L0} 为 2 350 m·s⁻¹，板厚 d 为 3.00 mm，然后运行程序，就会显示出相速度曲线界面，具体如图 4 所示。由相速度曲线图可知，随着频厚积 $f \cdot d$ 数值的增加， S_0 、 A_0 模式的相速度 C_p 趋近于瑞利波速

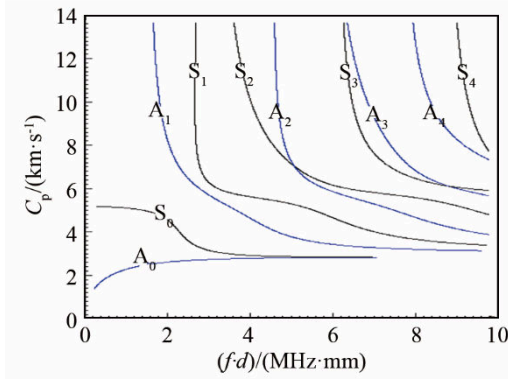


图 4 相速度曲线
Fig.4 Phase velocity curve

度， S_1 、 S_2 … 和 A_1 、 A_2 … 其他高阶模式的相速度 C_p 均趋近于横波速度 C_s 。

4.4 群速度曲线

当用脉冲波激发兰姆波时，所得到的兰姆波是由不同频率的波组成的，速度各不相同，这种合成振动的最大幅度的传播速度称为群速度^[11]。实际上具有有限带宽的脉冲声波在薄板中是以群速度传播的。群速度是由相速度推导计算出来，且存在一定的差异，具体要看介质是否具有频散性^[1]。

为绘制 C_g 和 $f \cdot d$ 之间的关系曲线，必须求出 C_g 和 fd 之间的具体表达式，并确定相应的数值计算模型^[12-13]。

$$\text{令 } r = \left[\left(\frac{\omega}{C_1} \right)^2 - k^2 \right]^{\frac{1}{2}}; \quad s = \left[\left(\frac{\omega}{C_s} \right)^2 - k^2 \right]^{\frac{1}{2}}; \quad \alpha = i \cdot r;$$

$\beta = i \cdot s$; $\omega = 2\pi f$; $C_p = \frac{\omega}{k}$; k 为兰姆波的波数。则式(1)和式(2)可分别转化为式(5)和式(6):

对称模式:

$$\frac{\tan\left(\frac{rd}{2}\right)}{\tan\left(\frac{sd}{2}\right)} = -\frac{(k^2 - s^2)^2}{4k^2rs} \quad (5)$$

反对称模式:

$$\frac{\tan\left(\frac{rd}{2}\right)}{\tan\left(\frac{sd}{2}\right)} = -\frac{4k^2rs}{(k^2 - s^2)^2} \quad (6)$$

由于式(5)和式(6)中均含有 ω 和 k ，故可看作 ω 对 k 的隐函数，即可写成 $G(\omega, k) = 0$ 的形式，利用隐函数求导法则，可得:

$$C_g = \frac{d\omega}{dk} = -\left(\frac{\partial G}{\partial k}\right) / \left(\frac{\partial G}{\partial \omega}\right) \quad (7)$$

群速度曲线的算法分析、程序设计和绘制过程与相速度基本相似的，同样先求出相应的相速度 C_p 值，再判断兰姆波的模式类型，进而代入群速

度公式计算 C_g ，然后即可通过程序绘制出群速度曲线。以 1Cr18Ni9Ti 不锈钢为例，设定参数，运行程序，就能绘制出相应的群速度曲线，如图 5 所示，可以看出，在非频散性介质中，群速度等于相速度，而在频散性介质中，群速度则不等于相速度。

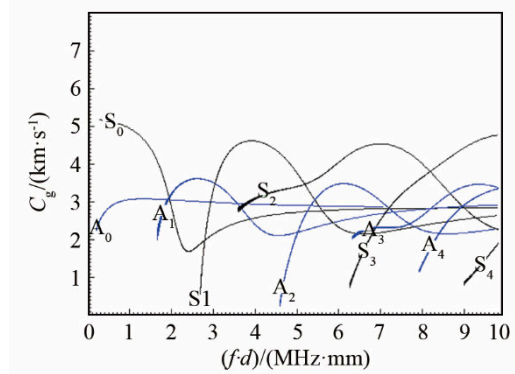


图 5 群速度曲线
Fig.5 Group velocity curve

4.5 位移振幅分布曲线

兰姆波在薄板中传播导致的振动位移振幅分布与不同板厚处的能流分布息息相关，同时也直接反映了不同深度处的探伤灵敏度高低^[11]。令质点水平和垂直位移振幅分别为 U 、 V ，质点到波导轴(图 6 中的 z 轴)的垂直距离为 x ，为避免虚数计算，可利用双曲函数和三角函数的相互关系推导出对称型和反对称型兰姆波不同区间的位移振幅 U 、 V 的表达式^[11]，具体如下:

对称模式:

$$U_s = -B \frac{\omega}{C_p} R_1 \left[\frac{(1+R_1^2)}{2R_1R_1} \times \frac{\sinh[\pi fd (R_1/C_p)]}{\sinh[\pi fd (R_1/C_p)]} \right] \times \cosh\left(R_1 \frac{\omega}{C_p} x\right) - \cosh\left(R_1 \frac{\omega}{C_p} x\right) e^{i\epsilon z} \quad (8)$$

$$V_s = B \frac{\omega}{C_p} i \left[\frac{(1+R_1^2)}{2} \times \frac{\sinh[\pi fd (R_1/C_p)]}{\sinh[\pi fd (R_1/C_p)]} \right] \times \sinh\left(R_1 \frac{\omega}{C_p} x\right) - \sinh\left(R_1 \frac{\omega}{C_p} x\right) e^{i\epsilon z} \quad (9)$$

反对称模式:

$$U_a = -D \frac{\omega}{C_p} R_1 \left[\frac{(1+R_1^2)}{2R_1R_1} \times \frac{\cosh[\pi fd (R_1/C_p)]}{\cosh[\pi fd (R_1/C_p)]} \right] \times \sinh\left(R_1 \frac{\omega}{C_p} x\right) - \sinh\left(R_1 \frac{\omega}{C_p} x\right) e^{i\epsilon z} \quad (10)$$

$$V_a = D \frac{\omega}{C_p} i \left[\frac{(1+R_1^2)}{2} \times \frac{\cosh[\pi fd (R_1/C_p)]}{\cosh[\pi fd (R_1/C_p)]} \right] \times \cosh\left(R_1 \frac{\omega}{C_p} x\right) - \cosh\left(R_1 \frac{\omega}{C_p} x\right) e^{i\epsilon z} \quad (11)$$

式中： B 、 D 为常数项； $\varepsilon = \frac{2\pi f}{C_p}$ ； R_t 、 R_r 的取值为

(1) 当 $C_p < C_s < C_1$ 时，

$$R_t = [1 - (C_p/C_s)^2]^{1/2}, \quad R_r = [1 - (C_p/C_1)^2]^{1/2};$$

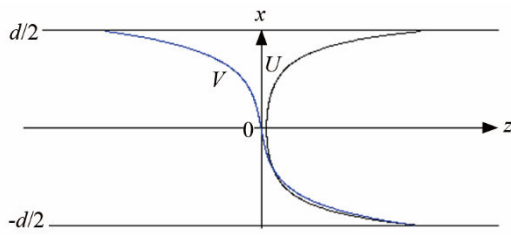
(2) 当 $C_s < C_p < C_1$ 时，

$$R_t = [1 - (C_p/C_1)^2]^{1/2}, \quad R_r = j[(C_p/C_s)^2 - 1]^{1/2};$$

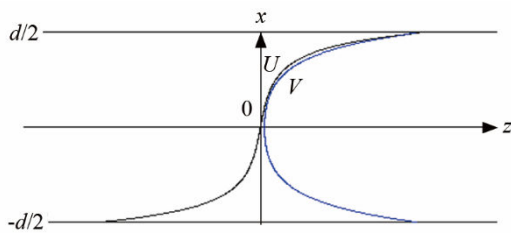
(3) 当 $C_s < C_1 < C_p$ 时，

$$R_t = j[(C_p/C_1)^2 - 1]^{1/2}, \quad R_r = j[(C_p/C_s)^2 - 1]^{1/2}.$$

根据相速度 C_p 计算出薄板中的位移振幅值，并绘制对称和反对称模式下水平、垂直位移振幅 U 、 V 曲线。本程序以 1Cr18Ni9Ti 不锈钢为例，根据检测需求设定模数、频厚积 fd 和其他参数，然后运行程序，就能绘制出相应的位移振幅分布曲线，具体如图 6 所示，图中 z 轴为波导轴， x 轴表示板厚方向的参量。在板中心， $x=0$ ；在板上、下表面位置， $x=+d/2$ 和 $-d/2$ 。



(a) 对称模式下 U 、 V 分布曲线



(b) 反对称模式下 U 、 V 分布曲线

图 6 位移振幅分布曲线

Fig.6 Displacement amplitude distribution curve

4.6 激励角曲线及应用

在薄板中激励兰姆波目前最常用的方法是使用透声斜楔纵波斜入射法，本文绘制的激励角曲线是兰姆波探头纵波入射角(激励角)选择的依据。为了激励较强的发射波，入射角 α 可由公式(12)^[11]计算确定：

$$\sin \alpha = \frac{C_1}{C_p} \tag{12}$$

式中： C_1 为探头斜楔中的纵波声速； C_p 为板中所激起的兰姆波相速度。

利用求出的 C_p 值及式(12)，即可设计程序绘制各种薄板的激励角曲线。文中以 1Cr18Ni9Ti 不锈钢为例，设定参数，运行程序，进而得到相应的激励角曲线，具体如图 7 所示。

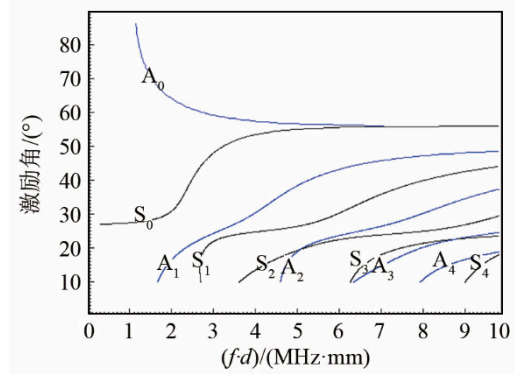


图 7 激励角曲线

Fig.7 Excitation angle curve

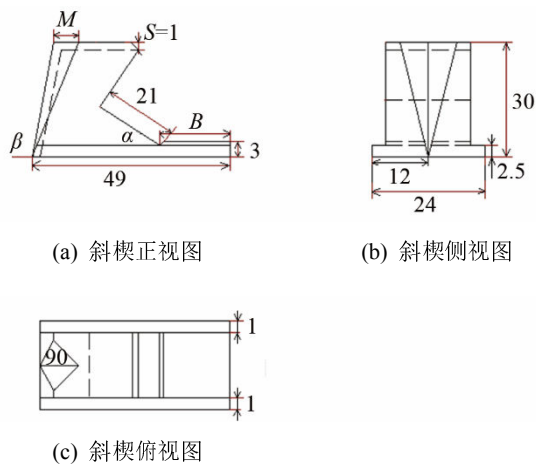
由于兰姆波各模式的相速度是频散的，因此不同频率点，激发不同模式的兰姆波时入射角都是不同的。准确的入射角度是激发兰姆波的必要条件，兰姆波换能器入射角精确，不仅可以避免兰姆波模数激励与识别的错误，而且可以提高兰姆波的能量^[14]。本文依据绘制的激励角曲线，确定了特定频厚积、特定模式对应的激励角，选取了合适的兰姆波换能器斜楔材料，设计了兰姆波换能器斜楔结构参数，并制作了兰姆波换能器。

若以最常用的 $C_1 = 2\,730 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ 的有机玻璃作为换能器斜楔材料，则对于横波速度小于 $3\,000 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ 的材料(包括某些钢板在内)，在频厚积取值较低($\leq 3 \text{ MHz}\cdot\text{mm}$)的条件下， A_0 模式的相速度 C_p 小于斜楔材料中的纵波 C_1 ，因而无法激励产生 A_0 模。因此，需要寻找声速低、声衰减小且在金属薄板界面上声透射率较大的材料制作换能器斜楔。通过实验比较，声速为 $2\,350 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ 的聚枫材料可满足上述要求。因此，本文选用了声速为 $2\,350 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ 的聚枫作为制作兰姆波换能器的斜楔材料。

斜楔结构设计时，应能使底面上反射的声波经斜楔内多次反射、散射而衰减并消失，还应在斜楔的前端面的顶部开设声陷阱，浇注吸收块等把到达这些界面上的声能完全吸收，兰姆波换能器斜楔具体设计如图 8 所示。

实验进行过程中，选用频率为 2.5 MHz 的压电陶瓷晶片，针对不同材质、不同厚度板材设计了相应模式的斜楔结构参数，具体如表 3 和表 4 所示。

通过以上激励角曲线的实验验证分析，设计并加工了换能器斜楔，制作了兰姆波换能器，如图 9 所示。



注：(1) 单位：mm；(2) 加工 V 形槽的刀具张角必须为 90°，以保证 V 形槽顶角为 90°；(3) V 形槽的下端面的深度为 0.5~1 mm；(4) 入射角 α 的误差在 $\pm 0.1^\circ$ 内；(5) S 为声陷阱深度

图 8 兰姆波换能器斜楔设计图

Fig.8 Design drawing of the wedge of Lamb wave transducer

表 3 S_0 模对应的兰姆波换能器斜楔参数

Table 3 Parameters of the wedge of Lamb wave transducer for S_0 mode

材质类型	板厚/mm	探头模式	$\beta/(\circ)$	$\alpha/(\circ)$	M/mm	B/mm
1Cr12Ni3MoV	2.3	S_0	105	51.2	11	13
	3.0	S_0	105	51.6	11	12.7
	2.5	S_0	105	55.7	11	8.9
1Cr18Ni9Ti	3.2	S_0	105	55.9	11	8.7
	4.3	S_0	105	56.1	11	8.5
1Cr11NiMoV	3.6	S_0	105	54.5	11	10
GH163	3.25	S_0	105	53.2	11	11.2
GH605	3.0	S_0	105	53.4	11	11
GH4169	3.0	S_0	105	57	11	7.5

注： β 为前端面倾角； α 为换能器激励角(入射角)； M 为 V 型槽上端面深度。

表 4 A_0 模和 A_1 模对应的兰姆波换能器斜楔参数

Table 4 Parameters of the wedge of Lamb wave transducer wedge for A_0 and A_1 mode

材质类型	板厚/mm	探头模式	$\beta/(\circ)$	$\alpha/(\circ)$	M/mm	B/mm
1Cr12Ni3MoV	2.3	A_0	105	52.2	11	12.2
	3.0	A_0	105	51.9	11	12.4
	2.5	A_0	105	56.3	11	8.2
1Cr18Ni9Ti	3.2	A_1	105	47.2	11	15.9
	4.3	A_1	105	49.0	11	14.7
1Cr11NiMoV	3.6	A_1	105	46.8	11	16.1
GH163	3.25	A_1	105	46.5	11	16.3
GH605	3.0	A_0	105	53.6	11	10.9
GH4169	3.0	A_1	105	47.6	11	15.6

注： β 为前端面倾角； α 为换能器激励角(入射角)； M 为 V 型槽上端面深度。

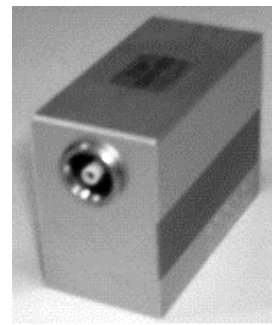


图 9 兰姆波换能器
Fig.9 Lamb wave transducer

5 结论

从兰姆波检测实际应用的角度出发，本文对兰姆波频率特征方程进行了算法分析，提出了以相速度 C_p 为自变量，同时采用编程相对简单的二分法分区间求解的处理方式对方程进行求解，并用 VC++ 软件加以编程实现，设计了专门用于绘制兰姆波检测参数曲线的软件。实际计算及程序运行结果表明，此种方程解法及编程方法是可行的。同时，此软件也存在一定的局限性，首先，所绘制参数曲线显示的频厚积范围有限，未体现大频厚积对应的频散曲线；其次， S_2 模式和 A_3 模式频散曲线的截止频率和参考文献相比偏高。鉴于绘制软件存在的以上问题，需要在日后的工作中逐步进行优化完善。

在目前金属薄板兰姆波检测参数曲线资料相对匮乏的情况下，本文对金属薄板兰姆波检测参数曲线进行了深入研究，解决了金属薄板兰姆波检测参数曲线的绘制和应用问题，适用于不同材质、不同型号的金属薄板兰姆波检测，进一步推动了兰姆波检测技术在工程实践中的应用。

参 考 文 献

- [1] 郑祥明, 赵玉珍, 史耀武. 兰姆波频散曲线的计算[J]. 无损检测, 2003, 25(2):153-154.
ZHENG Xiangming, ZHAO Yuzhen, SHI Yaowu. Calculation for Lamb wave dispersion curves[J]. Nondestructive Testing, 2003, 25(2):153-154.
- [2] 刘镇清. 无损检测中的超声兰姆波[J]. 无损检测, 1999, 21(9): 409-423.
LIU Zhenqing. Ultrasonic Lamb wave in nondestructive testing[J]. Nondestructive Testing, 1999, 21(9): 409-423.
- [3] 超声波探伤编写组. 超声波探伤[M]. 北京: 电力工业出版社, 1980.
- [4] 艾春安, 李剑. 兰姆波频率方程的数值解法[J]. 无损检测, 2005, 27(6): 294-296.
AI Chun'an, LI Jian. Numerical method for Lamb wave frequency equation[J]. Nondestructive Testing, 2005, 27(6): 294-296.
- [5] 邓建中, 刘之行. 计算方法[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2001.
- [6] 倪园, 程建政, 张德俊. 一种求解兰姆波特征方程的方法[J]. 无损检测, 2007, 30(8): 498-500.

- NI Yuan, CHENG Jianzheng, ZHANG Dejun. A method for solving Lamb wave characteristic equation[J]. *Nondestructive Testing*, 2007, **30**(8): 498-500.
- [7] 艾春安, 吴安法. 兰姆波频散方程的分析及数值迭代法[J]. *上海航天*, 2008, **25**(5): 42-44.
AI Chun'an, WU An'fa. The numerical solution of Lamb frequency dispersion equation[J]. *Aerospace Shanghai*, 2008, **25**(5): 42-44.
- [8] 曹正敏, 林莉, 李孟嘉. 兰姆波频散曲线的绘制与试验验证[J]. *理化检验(物理分册)*, 2008, **44**(9): 482-484, 500.
CAO Zhengmin, LIN Li, LI Mengjia. Drawing and experimental verification [J]. *Physical and chemical inspection(Physical fascicule)*, 2008, **44**(9): 482-484, 500.
- [9] 阎石, 张海凤, 蒙彦宇. Lamb 波频散曲线的数值计算及实验验证[J]. *华中科技大学学报(城市科学版)*, 2010, **27**(1): 1-4.
YAN Shi, ZHANG Haifeng, MENG Yanyu. Numerical calculation and experimental validation for Lamb wave dispersion curves [J]. *Journal of Huazhong University of Science and Technology(Urban Science Edition)*, 2010, **27**(1): 1-4.
- [10] 张维刚, 戴美泽, 郭世行, 等. 兰姆波频散方程的理论求解及实验研究[J]. *声学技术*, 2016, **35**(5): 403-407.
ZHANG Weigang, DAI Meize, GUO Shixing, et al. Numerical calculation of the Lamb wave dispersion equation by Newton-Raphson method[J]. *Technical Acoustics*, 2016, **35**(5): 403-407.
- [11] 李家伟, 陈积懋. 无损检测手册[M]. 北京: 机械工业出版社, 2002.
- [12] MAZZOTTI, MARZANI A, BARTOLI I, et al. Guided waves dispersion analysis for prestressed viscoelastic wave guides by means of the SAFE method[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2012, **49**(18): 2359-2372.
- [13] TAKAHIRO H, SONG W J, ROSE J L. Guided wave dispersion curves for a bar with an arbitrary cross-section, a rod and rail example[J]. *Ultrasonics*, 2003, **41**(3): 175-183.
- [14] LOVEDAY P W. Modeling and measurement of piezoelectric ultrasonic transducers for transmitting guided waves in rails[C]// *IEEE International Ultrasonics Symposium Proceedings*, 2008: 410-413.