

引用格式: 麻寿东, 吴立群, 郭亚杰, 等. 超声驻波场中固液黏附液滴悬浮分离研究[J]. 声学技术, 2020, 39(5): 581-585. [MA Shoudong, WU Liqun, GUO Yajie, et al. Mathematical modeling and experimental study on solid-liquid suspension separation in ultrasonic standing wave field[J]. Technical Acoustics, 39(5): 581-585.] DOI: 10.16300/j.cnki.1000-3630.2020.05.010

超声驻波场中固液黏附液滴悬浮分离研究

麻寿东, 吴立群, 郭亚杰, 庄 龙, 吴 浩

(杭州电子科技大学机械工程学院, 浙江杭州 310018)

摘要: 针对影响高能束内加工质量和效率关键因素, 提出新的废屑排出方法。首先建立了超声驻波作用下固液分离数学模型; 其次模拟了有无液滴声场分布; 然后模拟并试验研究了液滴的形变及运动过程。结果表明, 液滴周围的声压大于液滴内部的声压, 可促使液滴收缩分离, 为液滴超声悬浮分离提供理论支持; 在声辐射力、表面张力、黏附力、静压等力耦合作用下, 液滴发生变形驱动液滴周围的气流向中心集聚, 进而实现分离, 并以中央凹陷的扁平球状稳定悬浮于声波节点。

关键词: 驻波声场; 固液黏附; 悬浮分离模型; 排屑机理

中图分类号: TB559

文献标识码: A

文章编号: 1000-3630(2020)-05-0581-05

Mathematical modeling and experimental study on solid-liquid suspension separation in ultrasonic standing wave field

MA Shoudong, WU Liqun, GUO Yajie, ZHUANG Long, WU Hao

(School of Mechanical Engineering, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, Zhejiang, China)

Abstract: A new method of removing waste chips is proposed by focusing on the key factors affecting the processing quality and efficiency of high energy beams. Firstly, a mathematical model has been established to provide the theoretical basis for the separation of solid-liquid suspension under ultrasonic standing wave. Secondly, the distribution of sound field with and without droplet has been simulated. Thirdly, the deformation and movement of droplets are simulated and tested. It is found that the sound pressure around the droplet is greater than the sound pressure in the droplet, which can promote the separation of droplets and provide theoretical support for the ultrasonic suspension separation of droplet; under the interaction of acoustic radiation force, surface tension, adhesion and static pressure, the droplet is deformed, so that the gas fluid around the droplet is concentrated in the centre to achieve droplet separation, and the droplet just as a flat ball with a central sag is stably suspended in the acoustic wave node.

Key words: solid-liquid contact; ultrasonic standing wave field; suspension separation process; shrinkage deformation mechanism

0 引 言

内加工^[1-4]直接将加工工具即高能束用于待加工材料内部, 改变指定位置处的物理、化学特性, 完成材料微观结构改变或性能修饰, 实现中空微结构制造。与传统“外加工”方法互补, 联合发挥作用, 有利于突破传统设计方法和加工工艺的约束, 解决制备三维中空微结构时, 加工速度慢、处理工序多、产品成功率低及复杂空间型结构不易实现等

问题, 具有广阔的应用前景。

然而, 废屑如何顺利排出是限制内加工技术发展的瓶颈, 国内外学者就此做了大量研究。Li 等^[5]研究了玻璃三维空间螺旋形微通道飞秒激光与材料相互作用机制, 探讨了废屑排出对加工质量和效率的影响; Hwang 等研究了不同截面形状、深宽比在不同液体辅助下的加工机制, 研究了辅助液粘度对排屑的促进作用^[6]; Kevin 等^[7]研究了低功率飞秒激光加工螺旋形通道中排屑的动态过程。通过对文献分析可以得出以下结论: (1) 内加工集中在透明材料领域, 对金属材料内加工的研究较少; (2) 排屑是影响加工质量和效率的关键因素, 以往研究多集中在液体辅助排屑等方面, 对超声辅助排屑的研究未见系统报道。

基于此, 本文致力于研究声悬浮条件下金属材料内加工熔融废料排出过程, 且作为前瞻性研究,

收稿日期: 2018-10-02; 修回日期: 2018-12-29

基金项目: 国家自然科学基金(51175134)、浙江省自然科学基金重点项目(LZ15E050004)、浙江省自然科学基金(LQ17E050012、LY15E050024)、浙江省博士后基金(2018-61)资助项目。

作者简介: 麻寿东(1996—), 男, 浙江永嘉人, 研究方向为超声内加工数学模型建立与分析。

通讯作者: 吴立群, E-mail: wuliquan@hdu.edu.cn

运用超声技术, 将废料排出过程简化成声悬浮条件下, 液滴与固体的分离脱附过程。

1 数值方法

1.1 数学建模

声悬浮条件下简化固液脱附模型如图 1(a)所示, 平壁上液滴加载超声驻波, 液滴在声流耦合作用下, 液面收缩, 边界分离, 进而在驻波节点稳定悬浮(图 1(b)所示)。固液界面润湿角 θ 如图 1(c)所示, 表征固体相界、气体相界、液体相界相互之间的界面张力的关系; 设定固液接触面半径为 λ 。

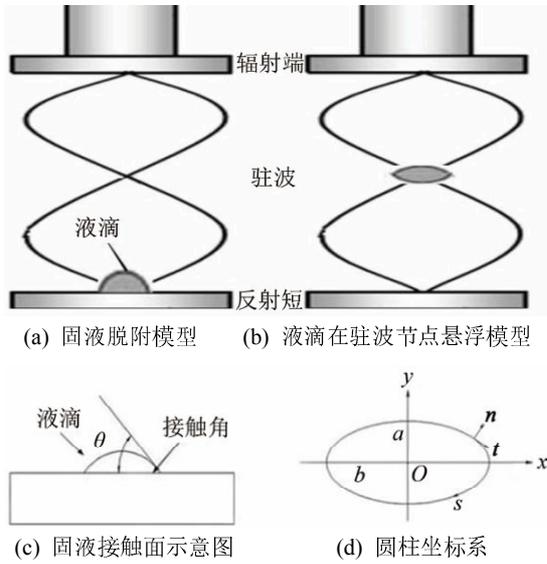


图 1 固液脱附模型

Fig.1 Solid-liquid desorption model

以辐射端及反射端之间为计算域, 建立相关数学模型如下。

(1) 连续性方程^[8]:

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_m u) = 0 \quad (1)$$

式中: ρ_m 为计算域的平均密度; u 为液滴速度; 定义液滴与计算域的体积比为 β , ρ_G 为计算域中空气密度, ρ_L 为液滴密度, 则有

$$\rho_m = (1 - \beta)\rho_G + \beta\rho_L \quad (2)$$

(2) 伯努利方程^[8]:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_m u) + \nabla \cdot M = -\nabla p \quad (3)$$

式中: M 为平均动量, 则将式(1)代入式(3), 有:

$$\rho_m \frac{\partial u}{\partial t} - u \nabla \cdot (\rho_m u) + \nabla \cdot M = -\nabla p \quad (4)$$

因 u 及 βu 的二次项较小, 结合式(2), 上述方程可化为

$$[(1 - \beta)\rho_G + \beta\rho_L] \frac{\partial u}{\partial t} + \nabla p = 0 \quad (5)$$

(3) 运动学方程^[8]:

考虑液滴的运动速度及运动过程, 液滴内部不可压缩, 并假设液滴内部是无粘且无旋的, 故速度 u 可描述为势能 Φ_L 的梯度: $u = -\nabla \Phi_L$ 。液滴内部速度势满足拉普拉斯(Laplace)方程:

$$\nabla^2 \Phi_L = 0 \quad (6)$$

液滴表面的运动学条件可由伯努利方程定义:

$$\rho_L \frac{\partial \Phi_L}{\partial t} + \frac{1}{2} \rho_L u \cdot u + \Delta p = 0 \quad (7)$$

式中: Δp 是驱动液滴振动的气液界面压差, 与表面张力、静压力、声辐射压力、黏附力相平衡:

$$\Delta p = \sigma \nabla \cdot n + \frac{\beta - 1}{\beta} \rho_L g (z - z_0) + p_a + \Gamma \quad (8)$$

式中: z 是垂直方向坐标; z_0 是液表面垂直方向坐标的最大值; 如图 1(d)所示, n 是曲面的单位外法线向量; t 是与之对应的单位外切线向量。因液滴振动频率远低于超声波频率, 故作用在液滴表面的声辐射压力可表示为时均声辐射压力:

$$p_a = \left\langle \frac{k^2 \Phi^2 - (t \cdot \nabla \Phi)^2}{2} \rho_G \right\rangle \quad (9)$$

为简化计算, 使用圆柱坐标系, 如图 1(d)所示, s 为母线沿液滴表面的弧长。定义特征长度 a_0 为液滴当量球体半径, 特征压力 p_0 为半径 a_0 的球体液滴所产生的表面张力, 特征速度势 Φ_0 为入射声场速度势幅值, 则液滴表面演变的数学描述可表达为入射声场速度场振幅:

$$2d \frac{d\Phi}{dt} = u_t^2 + u_n^2 - \nabla \cdot n - 2Bo(z - z_0) - We \left\langle \Phi^2 - \frac{1}{K^2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial s} \right)^2 \right\rangle - \Gamma(\lambda) \quad (10)$$

$$\frac{dr}{dt} = u_t \frac{dr}{ds} - u_n \frac{dz}{ds} \quad (11)$$

$$\frac{dz}{dt} = u_t \frac{dz}{ds} + u_n \frac{dr}{ds} \quad (12)$$

式中: $Bo = \rho_L g a_0^2 (1 - \varepsilon) / (2\sigma)$, 是重力邦德数; $We = \rho_0 a_0 k^2 \Phi_0^2 / (2\sigma)$, 为声学韦伯数; $K = k a_0$, 是无量纲波数; $\Gamma(\lambda)$ 是液滴与反射端的黏附力, 与接触半径 λ 成正比。对式(10)积分, 可分步获得 Φ_L 及 u_t 的值, 进而结合方程(6), 可得 u_n , 同时, 速度势 Φ 满足亥姆霍兹(Helmholtz)方程和液滴表面边界条件^[8]:

$$\nabla^2 \Phi + K^2 \Phi = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0 \quad (14)$$

至此, 可得液滴表面边界积分方程, 并采用边界元法求解:

$$\Phi(r) = 2\Phi_m(r) + 2 \iint \Phi(r') \frac{\partial G(r, r')}{\partial n'} ds' \quad (15)$$

式中： $G(r, r')$ 是在自由空间中声场的格林(Green)函数， $\Phi_m = \sin[K(z-h)]\exp(-j\omega t)$ 是入射声场的速度势。

1.2 计算方法

方程(10)~(12)为一阶微分方程, 描述了液滴表面随时间推移的运动。假设初始条件液滴表面速度为零, 采用四阶 Runge-Kutta 法数值求解, 并记录液滴表面形状及速度。为加快计算进程及稳定性, 首先模拟声压分布, 并将其作为初始条件, 采用两相流-移动网格技术模拟超声驻波作用下液滴形态及运动状态变化。采用多物理场仿真软件 COMSOL Multiphysics 进行模拟计算, 计算域及边界条件如图 2 所示, 计算参数如表 1 所示。

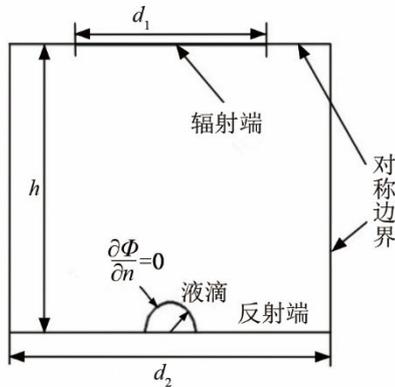


图 2 计算域及边界条件
Fig.2 Calculation domain and boundary conditions

表 1 计算参数
Table 1 Calculation parameters

液滴半径 a_0/mm	液滴黏着 半径 λ/mm	超声频率 f/kHz	超声振幅 $A_0/\mu\text{m}$	变幅杆直径 d_1/mm
2.9	≤ 2.5	30	30	20
反射端直径 d_2/mm	谐振腔高 度 h/mm	声速 $c_0/$ $(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	表面张力 $\sigma/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$	重力加速度 $g_0/(\text{m}\cdot\text{s}^{-2})$
30	30	340	0.0072	9.8
液滴密度 $\rho_L/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	液滴粘度 $\nu/(\text{Pa}\cdot\text{s}^{-1})$	空气密度 $\rho_G/$ $(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	时间常数 t_0/s	
1 000	0.0008937	1.21	0.00525	

应用三阶 B 样条差值函数, 计算表面张力、压力及流体静压, 同时用边界元法求解声散射问题, 获得液滴表面声场速度势, 进而求得目标函数。

2 试验方法

2.1 试验设备

根据相应简化模型及理论分析, 搭建液滴悬浮分离试验台(如图 3 所示), 主要设备仪器包括: 超

声波发生器、辐射端、反射端、CCD、光源及辅助设备如运动控制设备等, 相关设备厂家及参数如表 2 所示。

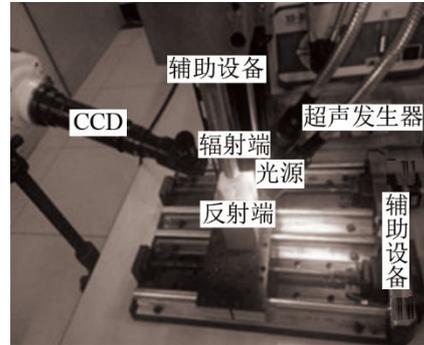


图 3 液滴悬浮分离试验系统图
Fig.3 Test system for droplet suspension separation

表 2 各设备厂家、型号及参数
Table 2 Equipment manufacturers, models and parameters

设备名称	厂家	型号	试验参数
超声波发 生器	杭州鑫特超声设 备有限公司	-	频率: 30 kHz 拍摄频率: 512 帧·s ⁻¹ 分辨率: 1 024×512
CCD	美国 VRI 公司	MIRO M310	
光源	南京亚南特种照明	XD-300 氙气	

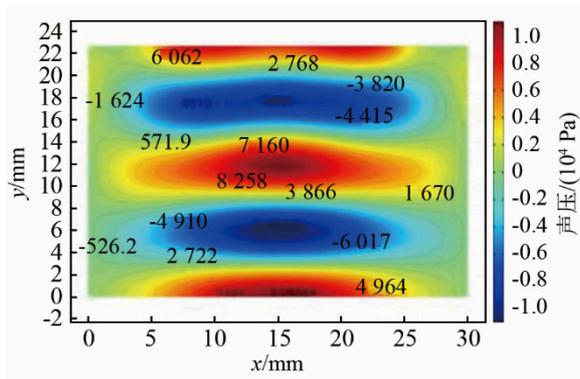
2.2 试验过程

采用拍摄光源照明整个流场及声场, 使液滴脱离, 并用 CCD 拍摄脱离过程。所用光源为白光, 拍摄频率为 512 帧·s⁻¹, 分辨率为 1 024×512。

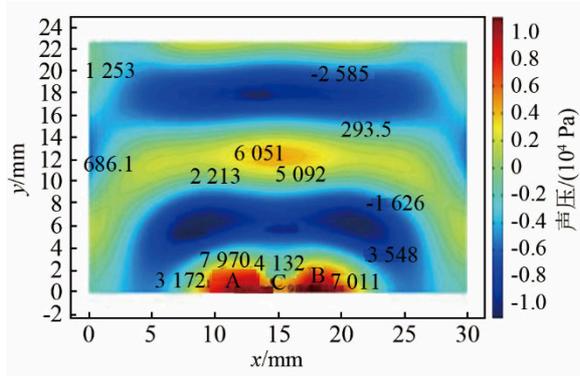
3 结果及分析

3.1 驻波场有无液滴声压分布

声压分布如图 4 所示。图 4(a)中无液滴时, 声压基本呈轴对称分布, 等压面为一系列形状规则的封闭曲面。图 4(b)有液滴时, 声压虽仍呈轴对称分布, 但近反射端和辐射端的声压分布与无液滴时声压分布明显不同, 等压面形状发生变化, 不具有规则形状, 且部分等压面不再完全封闭于计算域内部; 整体声压降低, 近反射端声压较无液滴状态降低 30%; 反射端等压面分为左右对称的两个半球, 明显不同于图 4(a)中无液滴时的等压面。从图 4(b)液滴表面 A、B、C 三处的声压分布可知, A、B 两处声压大于液滴内部 C 处声压, 与文献[8]结论相似。此力学行为可促使液滴收缩分离, 为液滴超声悬浮分离的可靠性提供了理论支持。



(a) 无液滴



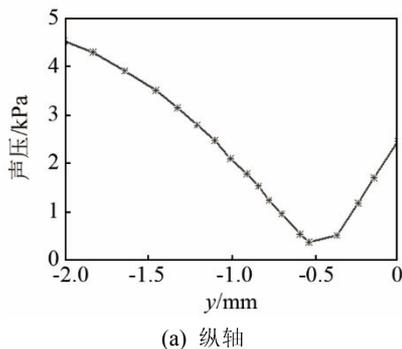
(b) 有液滴

图4 有液滴和无液滴情况下的总声压场分布仿真结果
Fig.4 Simulation of total sound pressure field distribution with (a) and without (b) droplets

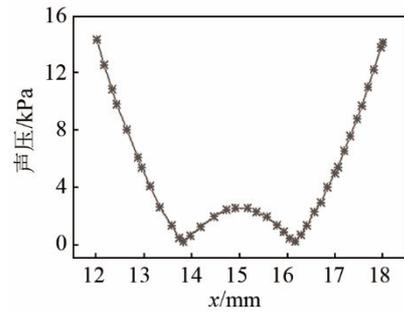
3.2 液滴纵轴及横轴声压及流线分布

为讨论液滴纵轴及横轴的声压及流线分布，选取如图 4(b)中一定区域 ($12 \leq x \leq 18 \text{ mm}$ ， $-2 \leq y \leq 0 \text{ mm}$)作为研究对象，结果如图 5、6 所示。

由图 5(a)可见，纵轴声辐射压力关于液滴顶点对称分布，声辐射压力随着高度的降低，逐渐减小，并在液面处达到最小值 0.4 kPa；随着液滴深度增加，声辐射压力逐渐增大，但增加速度降低。由图 5(b)可知，声辐射压力关于液滴纵轴对称分布，从中心沿径向声辐射压力先呈逐渐减小趋势，直至液滴边缘附近，随后声辐射压力沿径向上升，在这一过程中声压的减小速度及上升速度逐渐增加，且整个声辐射压力曲线呈抛物线形状。



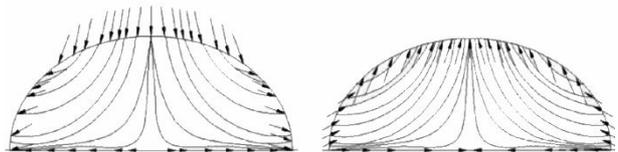
(a) 纵轴



(b) 横轴

图5 声压沿液滴纵轴及横轴的变化
Fig.5 Variations of sound pressure along the longitudinal and transverse direction of the droplet

图 6 为 5 ms 和 10 ms 时液滴纵轴及横轴流线分布。由图 6(a)可见， $t=5 \text{ ms}$ 时，液滴在声压的作用下，流线分别在左右两侧呈顺时针和逆时针方向旋转，流体向延展的方向发展；在 $t=10 \text{ ms}$ 时，流线分别在左右两侧呈逆时针和顺时针方向，流体从边界流向中心，形成向上流动的趋势。



(a) $t=5 \text{ ms}$

(b) $t=10 \text{ ms}$

图6 在 5 ms 和 10 ms 时刻的液滴纵轴及横轴流线分布
Fig.6 Streamline distributions along longitudinal axis and transverse direction of the droplet at $t=5 \text{ ms}$ and 10 ms

经分析可知，液滴黏附中心声辐射压力在两个方向上均呈最大值，相当于有一合力促使液滴向上。同时，液滴受径向向内声辐射压力的作用，整个液滴有向上的趋势。

3.3 超声驻波场作用下黏附液滴悬浮分离过程

为准确描述液滴形态变化及运动过程，一个周期(0.8 s)内各态演变数值模拟及试验结果如图 7 所示。 $t=0$ 时，液滴在表面张力及黏附力的作用下附于铝质反射端表面，并在此时施加超声波作用； $t=0.2 \sim 0.3 \text{ s}$ 时，液滴在声辐射压力作用下开始收缩

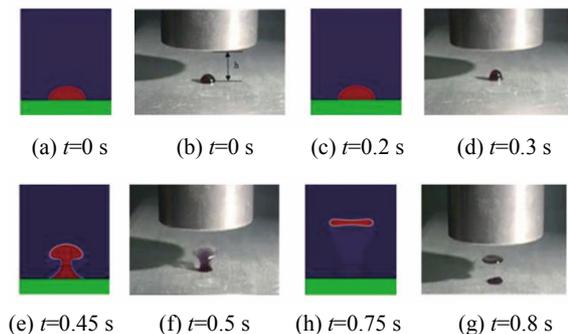


图7 液滴悬浮分离过程
Fig.7 Droplet suspension separation process

变形, 润湿角 θ 逐渐增大, 形变明显; $t=0.45\sim 0.5$ s时, 声辐射力、表面张力、黏附力、静压等力耦合作用驱动液滴轴剖面两侧流体向中心集聚, 液滴被纵向拉长呈蘑菇状, 出现分离趋势; $t=0.75\sim 0.8$ s时, 液滴稳定悬浮在驻波节点, 并在声压的作用下发生形变, 呈扁球状, 进一步被压扁, 上下表面中央部位实现由凸面到凹面的转变, 与解文军^[9]的结论一致; $t>0.8$ s, 液滴在驻波节点处发生雾化。

4 结论

通过以上研究, 可得如下结论:

(1) 液滴剖面两侧处声压大于液滴内部声压, 可促使液滴收缩分离;

(2) 液滴形变及运动过程表明, 在声辐射力、表面张力、黏附力、静压等力耦合作用下, 液滴发生变形, 驱动液滴轴剖面两侧流体向中心集聚, 进而实现分离, 并以中央凹陷的扁平球状稳定悬浮在驻波节点处;

(3) 改变声压, 液滴在驻波节点处发生雾化。

参 考 文 献

- [1] 师汉民. 从外加工拓展到内加工——加工成形技术的一个新的发展动向[J]. 机械工程学报, 2003, 39(11): 17-22.
SHI Hanmin. From external processing to internal processing: a new development trend of machining forming technology[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2003, 39(11): 17-22.
- [2] FARSON D F, CHOI H W, LU C, et al. Femtosecond laser bulk micromachining of microfluid channels in poly (methylmethacrylate)[J]. Journal of Laser Applications, 2006, 18(3): 210-215.
- [3] KUNA L, SOMMER C, REIL F, et al. Femtosecond laser processing as a versatile tool for advanced solid state lighting sources: From efficacy enhancement to colour temperature control [J]. Applied Surface Science, 2012, 258(23): 9213-9217.
- [4] 郑崇. 飞秒激光内加工三维空腔微结构技术研究[D]. 北京: 北京工业大学, 2016.
ZHENG Chong. 3D internal hollow microstructures manufacturing technology by femto-second laser[D]. Beijing: Beijing University of Technology, 2016.
- [5] LI Y, QU S. Water-assisted femtosecond laser ablation for fabricating three-dimensional microfluidic chips[J]. Current Applied Physics, 2013, 13(7): 1292-1295.
- [6] 吕勇军. 声悬浮和自由落体条件下深过冷与快速凝固研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2002.
LYU Yongjun. Rapid solidification of undercooled water and alloy during acoustic levitation and free fall[D]. Xi'an: Northern Polytechnical University, 2002.
- [7] KEVIN K, SANGHYUN L, ERNEST H, et al. Rapidly-prototyped three-dimensional nanofluidic channel networks in glass substrates[J]. Analytical Chemistry, 2005, 77(16): 5083-5088.
- [8] HONG Z Y, XIE W J, WEI B. Acoustic levitation with self-adaptive flexible reflectors[J]. Review of Scientific Instruments, 2011, 82(7): 074904.
- [9] 解文军. 声悬浮优化设计及其应用研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2006.
XIE Wenjun. Optimization theory of acoustic and its experimental application[D]. Xi'an: Northern Polytechnical University, 2006.