

引用格式: 李娜, 贺西平. 矩形板辐射体弯曲振动的轴向声场计算[J]. 声学技术, 2020, 39(6): 655-659. [LI Na, HE Xiping. Calculation of the axial acoustic field of bending vibration of rectangular plate radiator[J]. Technical Acoustics, 39(6): 655-659.] DOI: 10.16300/j.cnki.1000-3630.2020.06.001

矩形板辐射体弯曲振动的轴向声场计算

李 娜^{1,2}, 贺西平¹

(1. 陕西师范大学物理学与信息技术学院, 陕西西安 710119; 2. 宁夏医科大学理学院, 宁夏银川 750004)

摘要: 文章利用数值计算结合有限元方法, 推导了一种计算自由边界条件下弯曲振动矩形板辐射体近远场轴向声压的方法。以算例中的矩形平板辐射体和阶梯矩形板辐射体为例, 分别计算了其轴向声压并进一步进行了实测。最后, 测试了声压与施加在激励换能器上的输入功率之间的关系。结果表明: 在辐射体近场区域内, 轴向声压随距离的增大有较大的起伏, 近场多次出现声压极大值与极小值; 在远场区域声压随距离的增加而缓慢衰减。输入功率不同时, 辐射体轴向声压随距离变化的趋势相同, 进一步说明所述计算方法的正确性。

关键词: 矩形平板辐射体; 阶梯矩形板辐射体; 轴向声压; 轴向距离; 输入功率

中图分类号: O426.1

文献标识码: A

文章编号: 1000-3630(2020)-06-0655-05

Calculation of the axial acoustic field of bending vibration of rectangular plate radiator

LI Na^{1,2}, HE Xiping¹

(1. School of Physics and Information Technology, Shanxi Normal University, Shaanxi Key Laboratory of Ultrasonics, Xi'an 710119, Shaanxi, China;
2. Ningxia Medical University, College of Science, Yinchuan 750004, Ningxia, China)

Abstract: In this paper, the theoretical method of calculating the axial radiation sound pressure of rectangular plate bending vibration under free boundary condition is deduced by using the numerical calculation and finite element method. This method can not only calculate the axial radiation pressure for a single flat rectangular plate radiator, but also for the stepped rectangular plate radiator. Taking the single flat rectangular plate radiator and a stepped one as examples, the variation of the axial pressure with the axial distance is calculated and tested. In addition, the relationship between the axial pressure and the input power applied to the transducer is also tested. It shows that in the near field of the radiator, the axial pressure fluctuates significantly with the increase of distance, and the maximum and minimum values of the sound pressure appear repeatedly; in the far field of the radiator, the sound pressure decreases slowly with the increase of distance; for different input powers, the variation trend of the axial pressure with the distance is the same, which further proves the correctness of the calculation method described in this paper.

Key words: flat rectangular plate radiator; stepped rectangular plate radiator; axial pressure; axial distance; input power

0 引言

由纵向振动换能器与弯曲振动辐射体组成的纵弯超声辐射系统, 兼具纵振换能器大功率、高效率与弯振辐射体低辐射阻抗、大辐射面等特点, 在超声悬浮、食品加工过程中的干燥和除泡、污泥处理、超声空气除尘等大功率气介质超声领域获得了应用^[1]。

在弯曲振动辐射体辐射声场中, 辐射体附近声

压与质点速度不同相的区域称为近场, 在该区域内辐射体轴向声压随与辐射体几何中心间距的增大有较大的、无规律的起伏变化。辐射体远处声压与质点速度同相时的声场称为远场, 在该区域辐射体的轴向声压与距声源几何中心的距离成反比, 即声压随轴向距离的增加而缓慢衰减^[2-3]。实际应用中需要根据具体需求, 选择恰当的工作区域。如近场悬浮技术, 其工作机理是在换能器与被悬浮物体之间形成高强度声场, 利用声场平衡被悬浮物自身的重力, 使其被悬浮在一定的高度上, 但是近场具有声压分布不均匀、起伏变化较大的特点, 因此对于近场声压分布规律的研究显得尤为重要^[4]。文献[5-7]中利用数值方法计算了活塞圆盘辐射体、固定及简支边界条件下的圆盘辐射体近场区域轴向声压, 并对这三种辐射体的轴向声压进行了比较分

收稿日期: 2020-04-12; 修回日期: 2020-09-10

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11774211)、宁夏医科大学校级项目(XT2020004)

作者简介: 李娜(1984—), 女, 宁夏西吉人, 博士研究生, 研究方向为功率超声。

通讯作者: 贺西平, E-mail: Hexiping@snnu.edu.cn

析,为弯曲振动圆盘辐射体的应用提供了理论基础。Sadayuki 等推导了平面圆盘弯曲振动所产生的近场声压分布的数学表达公式^[8]。文献[9-12]中利用叠加法和高斯数值积分算法,计算了自由边界条件弯曲振动圆盘辐射体及具有比圆盘辐射体指向性更加尖锐的阶梯圆盘辐射体的声场分布,并以二阶梯圆盘为例计算了其轴向声压随距离的变化关系,对设计的二阶梯、三阶梯和四阶梯圆盘的轴向声压进行了测试,验证了理论计算的正确性。

弯曲振动矩形辐射体的振动模式复杂,边界自由时没有解析解,但其振动模态中有节线平行于长边或宽边的条纹模态,与圆形弯振辐射体相比,处于条纹振动模态下的矩形辐射体的位移分布比较均匀^[13-15]。本文利用数值方法结合有限元方法,推导了计算自由边界矩形板辐射体轴向声压的公式,该公式适用于任意形状平面状辐射声源,对阶梯厚度等于辐射介质中半波长的阶梯形辐射体也适用。

1 矩形板辐射体轴向声压计算

假设弯曲振动矩形板辐射体被嵌置在无限大刚性障板上。以辐射体上表面中心为坐标原点建立直角坐标系,如图 1 所示。

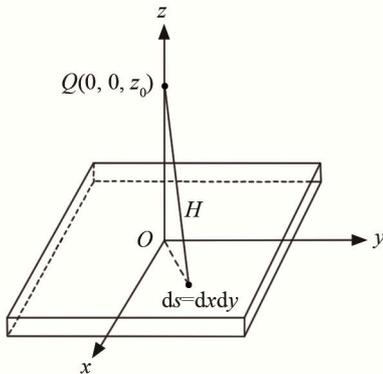


图 1 辐射声场计算示意图

Fig.1 Schematic diagram of radiation field calculation

辐射体向障板前面的空间辐射声场,观察点 $Q(0, 0, z_0)$ 位于 z 坐标轴上,取辐射体表面某一微元 $ds(x, y, 0)$,其面积 $ds = dxdy$,则 ds 在 Q 点产生的声压为

$$dp = j \frac{k\rho_0 c_0}{2\pi H} u(x, y) e^{j(\omega t - kH)} ds \quad (1)$$

式中: H 为 ds 与观察点 Q 之间的距离, $H = \sqrt{x^2 + y^2 + z_0^2}$; $u(x, y)$ 为 ds 的振速幅值。积分可得整个辐射体产生的辐射声压:

$$p = j \frac{k\rho_0 c_0}{2\pi} \iint \frac{u(x, y) e^{j(\omega t - k\sqrt{x^2 + y^2 + z_0^2})}}{\sqrt{x^2 + y^2 + z_0^2}} dxdy \quad (2)$$

利用欧拉公式展开式(2)得:

$$p = \frac{k\rho_0 c_0}{2\pi} e^{j\omega t} \iint \frac{u(x, y)}{\sqrt{x^2 + y^2 + z_0^2}} \sin(k\sqrt{x^2 + y^2 + z_0^2}) dxdy + j \frac{u(x, y)}{\sqrt{x^2 + y^2 + z_0^2}} \cos(k\sqrt{x^2 + y^2 + z_0^2}) dxdy \quad (3)$$

令:

$$\begin{cases} m_1 = \iint \frac{u(x, y)}{\sqrt{x^2 + y^2 + z_0^2}} \sin(k\sqrt{x^2 + y^2 + z_0^2}) dxdy \\ m_2 = \iint \frac{u(x, y)}{\sqrt{x^2 + y^2 + z_0^2}} \cos(k\sqrt{x^2 + y^2 + z_0^2}) dxdy \end{cases} \quad (4)$$

则辐射体产生的辐射声压可表示为

$$p = \frac{k\rho_0 c_0}{2\pi} e^{j\omega t} (m_1 + jm_2) \quad (5)$$

声压幅值

$$|p| = \frac{k\rho_0 c_0}{2\pi} \sqrt{m_1^2 + m_2^2} \quad (6)$$

离散 m_1 及 m_2 , 得:

$$\begin{cases} |p| = \frac{k\rho_0 c_0}{2\pi} \sqrt{M_1^2 + M_2^2} \\ M_1 = \sum_{i=1}^N \frac{u_i(x_i, y_i)}{\sqrt{x_i^2 + y_i^2 + z_0^2}} [\sin(k\sqrt{x_i^2 + y_i^2 + z_0^2})] \Delta s_i \\ M_2 = \sum_{i=1}^N \frac{u_i(x_i, y_i)}{\sqrt{x_i^2 + y_i^2 + z_0^2}} [\cos(k\sqrt{x_i^2 + y_i^2 + z_0^2})] \Delta s_i \end{cases} \quad (7)$$

式中: u_i , Δs_i 分别表示第 i 个微元的振动速度及面积, x_i , y_i 分别表示该微元的横坐标与纵坐标。利用 ANSYS 软件建立换能器中心激励矩形辐射体的有限元模型。选择辐射体的单元类型为 SOLID187,将辐射体表面分为 N 个微元,有限元 Modal 模块计算出各微元的相对振动位移,根据任一微元振速 u_i 与其位移 ξ_i 的关系:

$$u_i = \frac{\partial \xi_i}{\partial t} \quad (8)$$

将式(8)代入式(7),即可得到辐射体的轴向声压。

2 算例

矩形阶梯体如图 2 所示。表 1 为矩形板辐射体几何参数。1#辐射体为平板辐射体,2#辐射体为阶梯辐射体。以表 1 所示几何尺寸 1#辐射体为例(位移分布如图 3 所示),2#辐射体(结构如图 2 所示)是由 1#辐射体在上述条纹振动模态下改进成的阶梯辐射体,其位移分布如图 4 所示(图中不同颜色表示不同的位移, ξ_{\max} 表示位移最大, ξ_{\min} 表示位移最小)。计算 1#辐射板条纹振动模态下轴向声压与距离的关系,结果如图 5(a)实线所示。计算得 2#辐射板轴向声压与距离的关系如图 5(b)实线所示。其中辐射体材料均为 45#钢(泊松比 $\nu=0.28$,杨氏模量

$E=1.96 \times 10^{11} \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$, 密度 $\rho=7.91 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$), f 表示换能器与辐射体组成的振动系统的频率, N 表示辐射体表面划分的微元个数。

由近远场临界点 a^2/λ 可得(其中 a 表示矩形辐射体对角线长度, λ 表示矩形辐射体在空气中辐射声波的波长), 1#矩形平板辐射体近远场临界点距矩形平板辐射体几何中心约 1.1 m, 2#矩形阶梯辐射体近远场临界点距矩形平板辐射体约 1.7 m。

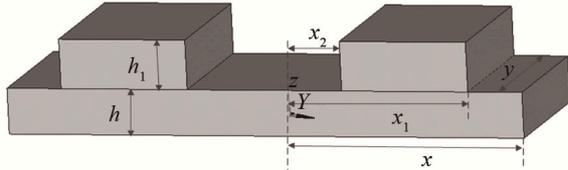
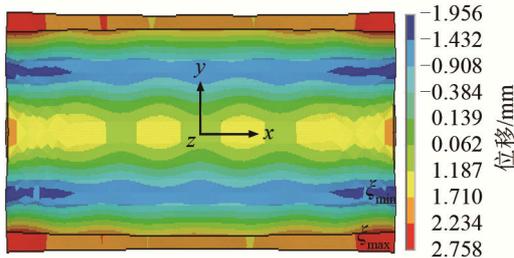


图 2 矩形阶梯辐射体
Fig.2 The stepped rectangular plate radiator

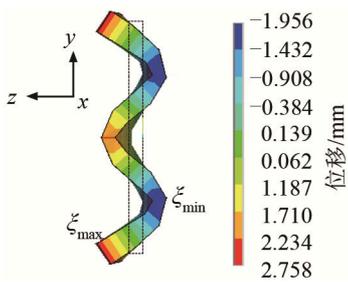
表 1 两个不同矩形板辐射体参数

Table 1 Parameters of two different rectangular plate radiators

辐射体编号	$x/$ mm	$y/$ mm	$h/$ mm	N	$x_1/$ mm	$x_2/$ mm	$h_1/$ mm	$f/$ kHz
1#	85.0	255.0	5.0	1 847	-	-	-	20.0
2#	85.0	255.0	5.0	1 847	34.9	12.8	5.3	33.0



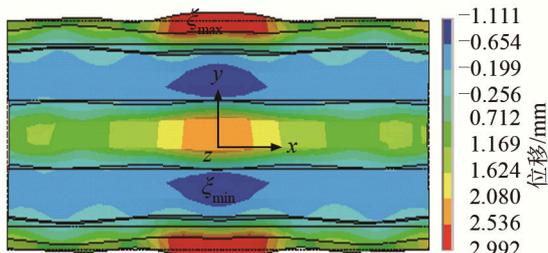
(a) 俯视图



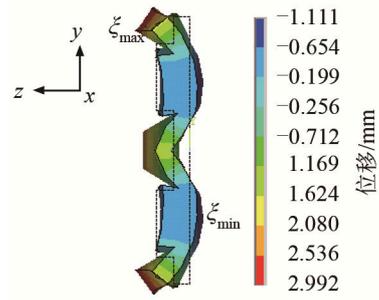
(b) 侧视图

图 3 矩形平板辐射体位移分布

Fig.3 Displacement distribution of the single flat rectangular plate radiator



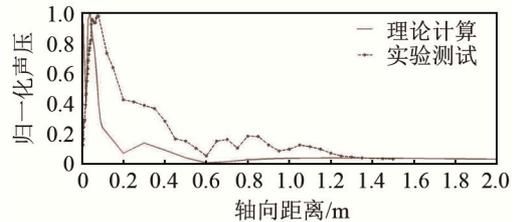
(a) 俯视图



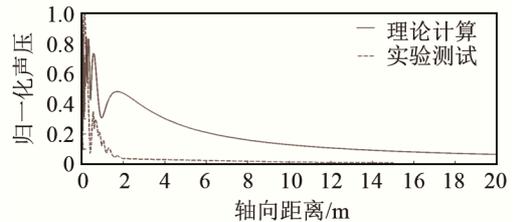
(b) 侧视图

图 4 矩形阶梯辐射体位移分布

Fig.4 Displacement distribution of the stepped rectangular plate radiator



(a) 1#矩形平板辐射体



(b) 2#矩形阶梯辐射体

图 5 矩形板辐射体轴向声压与距离的关系

Fig.5 The relationships between axial pressure and axial distance for the 1# and 2# rectangular plate radiators

3 实验测试

实验中加工了算例中的 1#和 2#辐射体, 实物如图 6 所示。实验测试装置包括声级测量分析仪、换能器、超声波发生器、数字功率计和麦克风(型号为 uc-29, 日本里音公司产, 0.25 in (1 in=2.54 cm), 频响范围为 20 Hz~100 kHz)。实验装置如图 7 所示。超声波发生器施加电激励信号于换能器, 换能器激

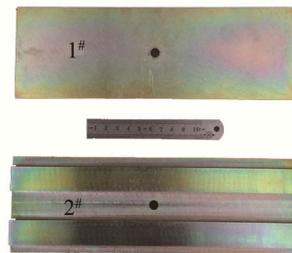


图 6 1#矩形平板辐射体和 2#矩形阶梯辐射体的实物照片
Fig.6 The photographs of 1# flat rectangular plate radiator and 2# stepped rectangular plate radiator

励辐射体中心, 麦克风正对辐射体的几何中心, 其接收到的信号经过前置放大器放大后导入声级测量分析仪中, 利用 $L_p = 20 \lg \frac{p_e}{p_{ref}}$ (L_p 表示声压级, p_e 表示待测声压的有效值, p_{ref} 为参考声压, 参考声压 p_{ref} 在空气中取为 2×10^{-5} Pa) 换算为空气中的声压。图 8 为辐射体轴向声压与输入功率的关系。

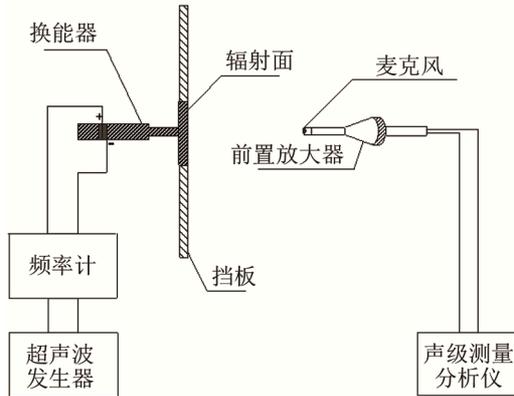


图 7 实验装置图
Fig.7 Experimental setup diagram

将测试得到的声压级换算成空气中声压后进行归一化处理, 得到辐射体轴向距离与声压的关系, 如图 5(a)和 5(b)中虚线所示。

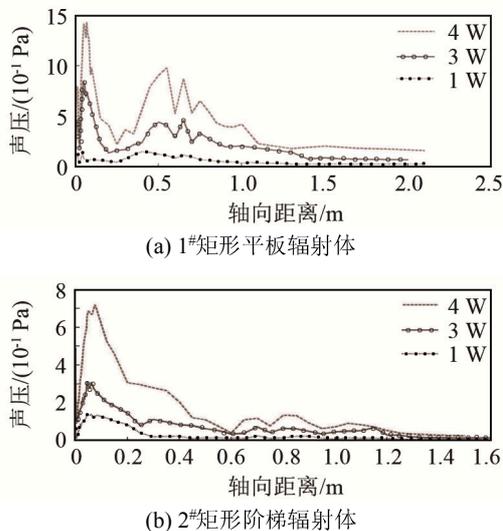


图 8 不同输入功率下矩形平板辐射体和阶梯辐射体的轴向声压
Fig.8 The axial pressures of flat rectangular plate radiator and stepped rectangular plate radiator under different input powers

4 分析与讨论

图 5 中实线所示为理论计算结果, 虚线所示为实验测试结果, 理论计算与实验测试结果均表明, 2# 矩形阶梯辐射体的近远场临界点距离其中心较远, 在其近场区域声压起伏变化剧烈, 极大值与极

小值出现的频率较高, 声压幅值差值较大。1# 辐射体和 2# 阶梯辐射体在其各自近声场中的理论计算与实验测试结果存在一些差异, 主要表现在以下两个方面: 首先, 极大值与极小值出现的位置有偏移, 其次, 声压幅值变化的大小有差异。出现上述情况的可能原因是: (1) 在实验测试中移动麦克风时, 麦克风距辐射体几何中心 h 的读数误差; (2) 理论计算时假设辐射体嵌置于无限大刚性障板中, 而测试时辐射体实际嵌置于有限大障板中, 从而造成的误差。但总体来说, 计算与实验测试的近场和远场声压随轴向距离变化的趋势基本一致。

由图 8 可得, 输入功率不同时, 两个辐射体沿各自轴线方向的声压随距离的变化趋势基本一致, 在各自近场区域, 轴向声压随距离的增大有较大的起伏变化, 极大值与极小值出现的频率较高; 在远场区域, 声压随距离的增加缓慢衰减, 近场和远场声压随轴向距离变化的趋势基本一致。

5 结论

(1) 本文推导了一种计算自由边界条件下弯曲振动矩形板辐射体近远场轴向声压的方法。以算例中的 1# 和 2# 矩形辐射体为例, 分别计算了其轴向声压的变化规律, 并进一步进行了测试, 测试与计算结果基本一致。

(2) 在近场区域, 1# 和 2# 矩形辐射体的声压均随轴向距离的增大有较大的起伏变化, 在其各自的近场区域均多次出现极大值与极小值; 在远场区域, 两类辐射体的轴向声压均随距离的增加而缓慢衰减。

(3) 测试了声压与施加在激励换能器上的输入功率之间的关系。输入功率不同时, 辐射体轴向声压随距离变化的趋势相同, 进一步说明该方法是可行的。

参 考 文 献

- [1] 李娜. 空气中板盘超声辐射声场的研究[D]. 西安: 陕西师范大学, 2018.
LI Na. Study on sound field radiated by plate in air[D]. Xi'an: Shaanxi Normal University, 2018.
- [2] 李娜, 贺西平, 张强. 方形平板辐射体轴向声压计算及测试[J]. 云南大学学报(自然科学版), 2020, 42(2): 268-272.
LI Na, HE Xiping, ZHANG Qiang. A study on the acoustic distribution of axial radiation for bending vibrational square radiator[J]. Journal of Yunnan University (Natural Science Edition), 2020, 42(2): 268-272.
- [3] 杜功焕, 朱哲民, 龚秀芬. 声学基础[M]. 南京: 南京大学出版社, 2012.
DU Gonghuan, ZHU Zhemín, GONG Xiufen. Fundamentals of

- acoustics[M]. Nanjing: Nanjing University Press, 2012.
- [4] 李敏姣. 超声驻波在密闭温度场中的悬浮特性与实验研究[D]. 长春: 吉林大学, 2017.
LI Minjiao. The suspension characteristics and experimental study of ultrasonic standing wave in confined temperature field[D]. Changchun: Jilin University, 2017.
- [5] GEORGE W M, LAURA P A. Calculation of the Nearfield Pressure Induced by Vibrating Circular Plates[J]. J. Acoust. Soc. Am., 1967, **42**(6): 578-586.
- [6] BEAVER W L. Sonic nearfields of a pulsed piston radiator[J]. J. Acoust. Soc. Am., 1974, **56**(4): 1043-1408.
- [7] HE C, HAY A E. Near-field characteristics of circular piston radiators with simple support[J]. J. Acoust. Soc. Am., 1993, **94**(1): 554-561.
- [8] UEHA S, HASHIMOTO Y, KOIKE Y. Non-contact transportation using near-field acoustic levitation[J]. Ultrasonics, 2000, **38**(1-8): 26-32.
- [9] 贺西平, 宋旭霞, 李伟. 阶梯圆盘的设计及其声参数计算[J]. 声学学报, 2010, **35**(5): 502-507.
HE Xiping, SONG Xuxia, LI Wei. Design of stepped disk and calculation of its acoustic parameters[J]. Acta Acustica, 2010, **35**(5): 502-507.
- [10] 张频, 贺西平. 弯曲振动阶梯形圆板辐射声场研究[J]. 陕西师范大学学报(自然科学版), 2009, **37**(4): 38-42.
ZHANG Pin, HE Xiping. Study on radiated sound field of flexural vibrating circular stepped plates with[J]. Journal of Shaanxi Normal University(Natural Science Edition), 2009, **37**(4): 38-42.
- [11] HE X P, YAN X L, LI N. Directivity pattern of the sound radiated from axisymmetric stepped plates[J]. J. Acoust. Soc. Am., 2016, **140**(2): 1387-1396.
- [12] 李家星, 贺西平, 刘豆豆. 阶梯圆盘轴向辐射声压的分布[J]. 陕西师范大学学报(自科版), 2016, **44**(2): 43-47.
LI Jiaxing, HE Xiping, LIU Doudou. Study on the distributions of axial radiation pressure for stepped circular plate[J]. Journal of Shaanxi Normal University (Natural Science Edition), 2016, **44**(2): 43-47.
- [13] WALLER M D. Vibrations of free rectangular plates[J]. Proceedings of the Physical Society, 1949, **62**(5): 277.
- [14] LEISSA A W. The free vibration of rectangular plates[J]. Journal of Sound & Vibration, 1973, **31**(3): 257-293.
- [15] 阿卜力孜·阿卜来提, 贺西平, 马焕培. 矩形板条纹振动模式指向性计算[J]. 云南大学学报(自然科学版), 2013, **35**(2): 173-176.
Abulizi·Abulaiti, HE Xiping, MA Huanpei. The calculations of directivity pattern of rectangular thin plate with stripe vibration mode[J]. Journal of Yunnan University (Natural Science Edition), 2013, **35**(2): 173-176.