

引用格式: 宋恒玲. 基于声线法的特殊体育馆模型中声场均匀性分析[J]. 声学技术, 2020, 39(6): 704-709. [SONG Hengling. Study of sound field uniformity in 3D stadium model by ray-tracing algorithm[J]. Technical Acoustics, 39(6): 704-709.] DOI: 10.16300/j.cnki.1000-3630.2020.06.009

基于声线法的特殊体育馆模型中声场均匀性分析

宋恒玲

(石家庄铁道大学, 河北石家庄 510640)

摘要: 采用声线法得到体育馆模型和三维矩形空间中声线传播特性, 通过 Wolf 方法计算了体育馆模型和矩形空间的李雅普诺夫(Lyapunov)指数, 得到两个空间声线系统的混沌特性。通过比较两个空间中声线传播的位置和方向遍历特性, 探索几何空间形状对声场均匀性的作用。研究表明, 这类特殊体育馆模型是一个有两个正的 Lyapunov 指数的超混沌结构。声线在体育馆模型空间的传播有着位置和方向的遍历性, 而在矩形空间中只有位置的遍历性, 没有方向的遍历性。通过声学软件 Odeon 对体育馆模型和三维矩形空间进行仿真, 采用彩色网格计算多个维度平面位置的声压级差异并做整体对比。可以看到, 空间几何形状对声场均匀性有着重要的作用。

关键词: 体育馆模型; 声线法; 遍历性; 声场均匀性

中图分类号: TU112

文献标识码: A

文章编号: 1000-3630(2020)-06-0704-06

Study of sound field uniformity in 3D stadium model by ray-tracing algorithm

SONG Hengling

(ShiJiaZhuang TieDao University, Shijiazhuang 050043, Hebei, China)

Abstract: In this paper, a method of mapping ray motions in three-dimensional (3D) enclosed space is proposed, and a ray-tracing algorithm is used to describe the paths of ray propagation in a rectangular space or 3D stadium model. The ray chaotic characteristic is discussed by using Wolf method to calculate the largest Lyapunov exponents (LLEs) of the ray systems in the rectangular space and the 3D stadium model. By comparing the ergodicity of position and direction in the two spaces, the effect of geometry on sound field uniformity is explored. The study shows that the 3D stadium model is a hyper-chaotic structure with two positive Lyapunov exponents (LE), in which the ray has the ergodic characteristics of position and direction, whereas the rectangular room is a regular one, in which the ray only has the ergodic characteristics of the position rather than the direction. The acoustic uniformity is evaluated by the difference of the sound pressure levels (SPLs) at different positions in the sound field by using Odeon room acoustics software. The results show that the geometry has significant effect on acoustic field uniformity.

Key words: stadium model; ray-tracing; ergodicity; sound field uniformity

0 引言

体育馆除了作为单项的体育馆(或称为专用馆)外, 也逐渐发展成了具有综合性功能的大型空间场馆。除了承担体育训练和竞赛的基本功能外, 还要满足各类文娱演出及演讲、会议等需求。体育馆功能的扩展, 必然对其室内声环境提出了更高、更综合的要求。在建筑形态方面, 体育馆也由单一的几何形体转变为复杂的几何形体, 设计中曲线与曲

面的运用也逐渐成熟^[1]。

作为一种新的多用途大厅, 对体育馆音质的研究有着现实的指导意义^[2-3]。根据《体育馆声学设计及测量规程》(JGJ/T131—2000)^[4], 对于体育馆建筑声学设计, 要求大厅应具有合适的混响时间和语言清晰度, 声场均匀分布, 没有回声、颤动回声、声聚焦等声缺陷。由于体育馆空间较大, 对所研究频率范围的声学问题符合几何声学特点, 所以可以通过声线在厅堂中的传播来研究体育馆室内声场特性, 如声聚焦、颤动回声和声扩散等。

特殊体育馆模型最早被用于研究电磁混响室中电磁波的混沌现象^[5-6], 模型由四个矩形和两个方向不同的柱面边界构成。混沌系统有两种形成机理: 扩散机理(比如 Sinai 模型中相邻路径与扩散体边界元的碰撞产生分离)和去聚焦机理(相邻路径与

收稿日期: 2019-08-13; 修回日期: 2019-12-18

基金项目: 河北省教育厅科学研究计划项目(QN2019096)

作者简介: 宋恒玲(1983—), 男, 山西大同人, 博士, 研究方向为建筑声学。

通讯作者: 宋恒玲, E-mail: hsong@stdu.edu.cn

聚焦边界单元碰撞后产生聚焦，经过聚焦点之后开始发生分离，当路径足够长时，聚焦被分离所补偿导致去聚焦效果)。体育馆模型属于后者，相邻声线与柱面边界碰撞后，经过柱面焦点之后开始分离最终导致混沌行为的产生^[7]。近几年已有通过声线混沌方法研究不同几何空间中声场特性的报道，如通过判定空间是否具有混沌几何特性，并进一步探索其声场特性^[8-11]，对于此类体育馆的声场特性分析较少见于报道。体育馆模型的混沌声线分析，对理解几何空间对声场特性的影响有重要作用。

体育馆模型的混沌特性可以通过计算声线系统的李雅普诺夫(Lyapunov)指数来判定。李雅普诺夫指数是指无限靠近的两条轨道随时间演化分离或者收敛的平均指数速率，正的 Lyapunov 指数意味着相邻轨道会随着时间的演化而分离，系统表现出混沌的特性^[12]，以 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 表示不同类型系统所有的 Lyapunov 指数，即 Lyapunov 指数谱。Lyapunov 指数对系统的判定如表 1 所示。可以看到：对混沌系统而言，其 Lyapunov 指数为正，相邻轨道发生分离；对收敛系统而言，从相邻点出发的邻近轨道和基准轨道的距离逐渐变小，最终变为一个点或极限环。研究表明，Lyapunov 指数与声场的扩散有关^[13]：Lyapunov 指数为正时声线随时间演化以指数分离，声场趋于扩散；Lyapunov 指数为 0 时系统的声线运动呈现出规律性，声场中产生颤动回声或聚焦等声缺陷。通过计算体育馆模型的 Lyapunov 指数，并对比体育馆模型和矩形空间声线传播的位置和方向遍历性，可以对体育馆模型声场均匀性进行分析。

表 1 不同符号 Lyapunov 指数谱的系统类型 Table 1 The system types of different Lyapunov exponents	
Lyapunov 指数($\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$)	类型
$-, -, -$	固定点
$-, -, 0$	极限环
$-, 0, +$	混沌
$-, +, +$	超混沌

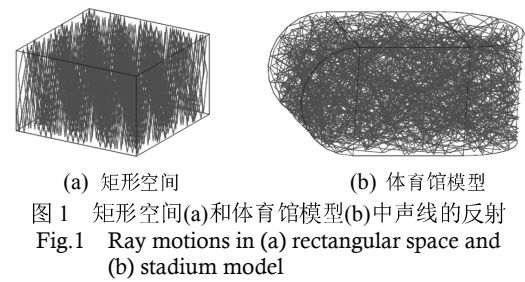
1 Lyapunov 指数计算

在三维空间中，声线在空间内壁碰撞反射，反射遵循反射角等于入射角的反射定律，通过跟踪声线反射后的反射点和反射线方向，得到整个反射路径的分布。

声线在三维空间中反射，有三种特殊情况：

- (1) 声线在反射过程中落入角落，没有声线反射出来；
- (2) 声线反射垂直于壁面，没有其他方向的声

- 线反射；
 - (3) 声线在一个平面内反射，未经过其他平面。
- 对于情况(1)和(2)，声线失去反射的连续性；在情况(3)中，声线虽然连续反射，却没有经过所有的平面，丢失了其它平面的信息。图 1 是声线在三维矩形和体育馆模型空间中碰撞反射的示意图。



通过声线在体育馆模型内壁的反射，研究混沌结构的几何空间对声场均匀性的影响有着重要意义。设体育馆模型相对尺寸为 $L=5.3, W=6, H=5$ ，矩形空间相对尺寸为 $L=6.8, W=6.62, H=5.1$ ，采用 Matlab 编程对声线传播路径进行模拟和混沌特性判定。对于声线系统方程未知的 Lyapunov 指数计算，可以采用 Wolf 算法^[14]。Wolf 算法基于跟踪相邻轨道的指数分离情况，通过测得实验数据的时间序列计算出动力学系统的最大 Lyapunov 指数，采用 Wolf 轨道跟踪法根据实验数据计算 E_L 的演变和替换程序如图 2 所示。

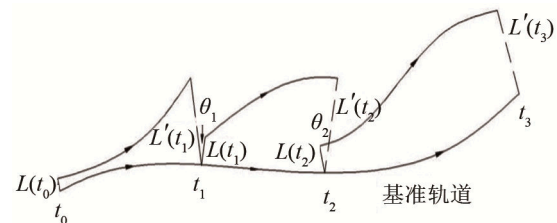


图 2 采用 Wolf 轨道跟踪法根据实验数据计算 E_L 的演变和替换程序
Fig.2 The evolution and replacement procedure using Wolf algorithm to estimate E_L from experimental data

Wolf 算法分为 5 个步骤：(1) t_0 时刻在轨道初始点附近寻找最近的一个邻近点，用 $L(t_0)$ 表示初始点和邻近点之间的距离；(2) 在 t_1 时刻这两个点分别在基准轨道和相邻轨道上的距离演化为 $L'(t_1)$ ，计算这两个点在 t_1 时刻的距离 $L'(t_1)$ 与初始时刻的距离 $L(t_0)$ 的比值；(3) 在 t_1 时刻寻找满足尽可能在相邻轨道方向上，即 θ 角最小新的邻近点，得到 $L(t_1)$ ；(4) 在时刻 t_2 重复第(2)步；(5) 对上面的过程重复 M 次并计算指数比。从而得到 Lyapunov 指数的计算公式为

$$E_L = \frac{1}{M \Delta t} \sum_{k=1}^M \log_2 \frac{L'(t_k)}{L(t_{k-1})}$$

(1)

式中: $\Delta t = t_k - t_{k-1}$, M 为重复次数。 $L'(t_k)$ 和 $L(t_{k-1})$ 代表欧拉距离。

在 Wolf 算法中, 取声线反射路径上与壁面碰撞的反射点作为计算数据, 以反射路径为基准轨道, 在相空间中构建邻近轨道, 计算随时间演化邻近轨道和基准轨道的分离指数, 从而判断基准轨道是分离还是收敛。

通过计算, 矩形空间 Lyapunov 指数为 0。体育馆模型中声线系统 Lyapunov 指数列于表 2。表 2 中组 1 和组 2 模型的形状有所改变, 组 1 和组 2 中每个模型的形状相同, 尺寸以倍数增加。

表 2 几何形状不同体育馆模型中声线系统 Lyapunov 指数
Table 2 Lyapunov exponents of ray systems in stadium model with various geometries

组别	模型编号	相对尺寸			E_L
		L	W	H	
组 1	1	3	2.5	2.65	0.44, 0.34
	2	6	5	5.3	
	3	12	10	10.6	
	4	24	20	21.2	
组 2	5	3	2.5	2.5	0.43, 0.39
	6	6	5	5	
	7	12	10	10	
	8	24	20	20	

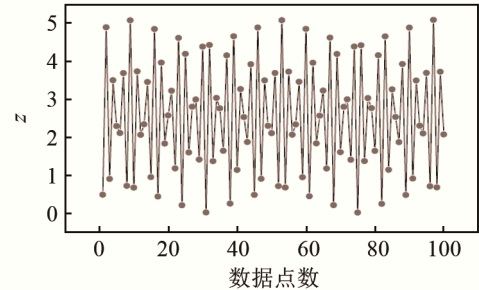
可以看到, 当几何形状确定时(模型 1, 2, 3, 4), 长、宽、高比一定, Lyapunov 指数相同; 当几何形状改变时(如模型 1 和模型 5, 长、宽不变, 高度改变), Lyapunov 指数改变, 因此可以得出, 建筑空间几何形状决定着其中声线系统的 Lyapunov 指数值。从表 2 中还可以看到, 体育馆模型的 Lyapunov 指数都大于 0, 其声线系统具有混沌特性。因此, 体育馆模型是一个有两个正的 Lyapunov 指数(E_L)的超混沌结构。体育馆模型中声线发生分离, 而矩形空间中声线收敛。

2 矩形空间和体育馆模型中声线位置和方向遍历性

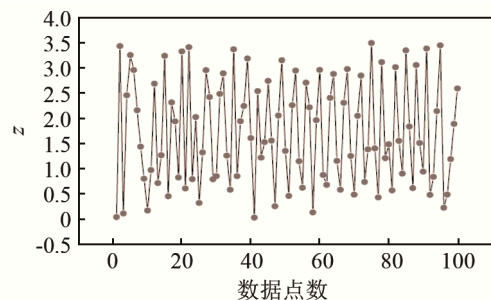
计算 Lyapunov 指数时, 通过时间序列考察三维矩形和体育馆空间中声线位置和方向的遍历性。选取其中一个维度(z 方向)来进行分析, 时间序列分布如图 3 所示。

从图 3 可以看出, 在矩形空间中声线系统的时间序列分布显示出规律性, 而体育馆模型中声线系统的时间序列有着不规则的分布。计算中选择 z 方向, 显而易见, 其余方向(x 、 y 方向)声线系统的时间序列分布也有同样的规律。对于体育馆模型中, 由于存在两个正的 Lyapunov 指数, 其声线系统具

有混沌特性; 对于矩形空间, 声线系统的 Lyapunov 指数为 0, 声线系统具有规则特性。虽然声线系统时间序列分布特性不同, 但在两个空间中声线最终充满整个空间, 即声线反射有位置遍历性。



(a) 三维矩形空间



(b) 体育场模型空间

图 3 三维矩形空间(a)和体育场模型空间(b)声线路径上等长度间隔 100 数据点的 z 值分布

Fig.3 Distributions of z -values taken from 100 equally spaced points on the ray propagation paths for (a) rectangular space and (b) stadium model

再看两个空间中声线传播的方向分布特性。以向量表示声线的传播方向, 避免上述三种特殊反射情形, 通过追踪声线反射路径, 可以得到, 在 3D 矩形空间中, 当声线的初始方向向量为 (a, b, c) 时, 可以得到 8 种可能的传播方向 (a, b, c) , $(a, -b, -c)$, $(a, -b, c)$, $(a, b, -c)$, $(-a, -b, -c)$, $(-a, -b, c)$, $(-a, b, -c)$ 和 $(-a, b, c)$; 在体育馆模型空间中, 用向量空间中一个点(*)表示声线的一个方向向量。体育馆模型中声线反射 10 000 次的方向向量在向量空间中 x - y , y - z 平面上的投影, 如图 4 所示。

可以看出, 体育馆模型空间中声线的反射可能来自空间中不同的方向, 即声线具有方向遍历性。由于混沌空间中声线传播在反射过程中趋于分离, 具有初值敏感性, 声线行为趋于扩散^[13,15]。将声线模型运用到实际声场中, 矩形空间中声线虽然有位置遍历性却没有方向遍历性, 在某一方向来回反射容易产生声缺陷, 导致颤动回声的产生。相反, 体育馆模型中声线不但具有位置遍历性, 还有方向遍历性。声线反射可能来自数个不同的方向, 在某一方向上集中的情况会减少。相对于形状规则的矩形空间, 体育馆空间中声线的反射由于指数分离而扩

散。体育馆空间中由于声线传播有着位置和方向的遍历性，从而能够得到更为均匀的声场。

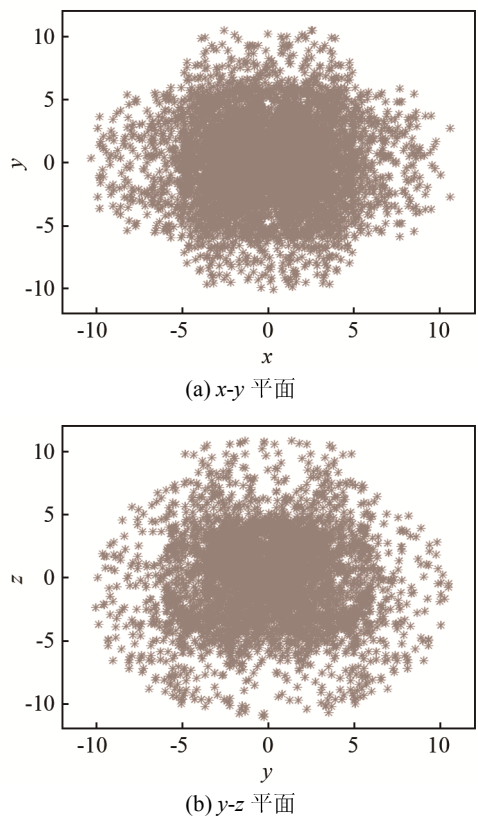


图 4 体育场模型中声线方向向量在(a) x - y 平面和(b) y - z 平面上的投影分布
Fig.4 Projection distributions of the directional vectors on (a) the x - y plane and (b) the y - z plane in stadium model

3 ODEON 仿真

采用仿真软件 ODEON 分别对矩形空间和体育馆空间声场均匀性进行计算仿真，对声场进行网格划分，比较网格处声压级，考察声场均匀性^[16]。仿真中设置声源为无指向性，壁面材质为 Odeon 软件材料库中提供的编号 102 的光滑混凝土，其吸声系数如表 3 所示。在软件中设置声线数为 1 000，脉冲响应为 1 000 ms，不考虑空气的影响，分别计算 P_1 、 P_2 处的声源激发的多个网格平面声压级。

表 3 壁面材质吸声系数

Table 3 Absorption coefficient of wall material 102

中心频率/Hz	吸声系数	中心频率/Hz	吸声系数	中心频率/Hz	吸声系数
125	0.01	500	0.01	2 000	0.02
250	0.01	1 000	0.02	4 000	0.02

4 结果与讨论

对体育馆模型的两个柱面之间矩形空间和 3D

矩形空间采用彩色网格计算多个维度平面并做整体对比。仿真计算了中心频率 125~4 000 Hz 时平面网格的声压级。图 5 为 3D 矩形空间声场分布，图 6 为体育馆的声场分布。由于篇幅原因，只展示了 500、1 000、4 000 Hz 声压级分布图。

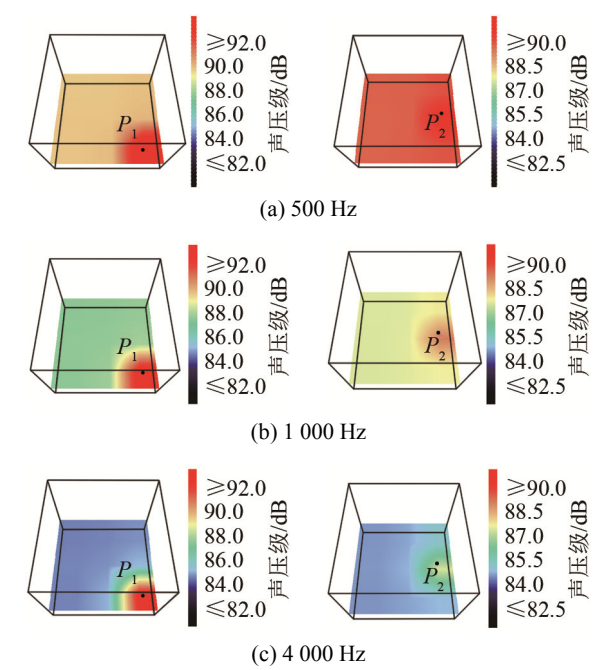


图 5 不同位置声源激发下(a) 500 Hz, (b) 1 000 Hz, (c) 4 000 Hz 时 3D 矩形空间声场分布
Fig.5 Sound field distributions at (a) 500 Hz, (b) 1 000 Hz and (c) 4 000 Hz in 3D rectangular space under the excitations of the sources at different positions

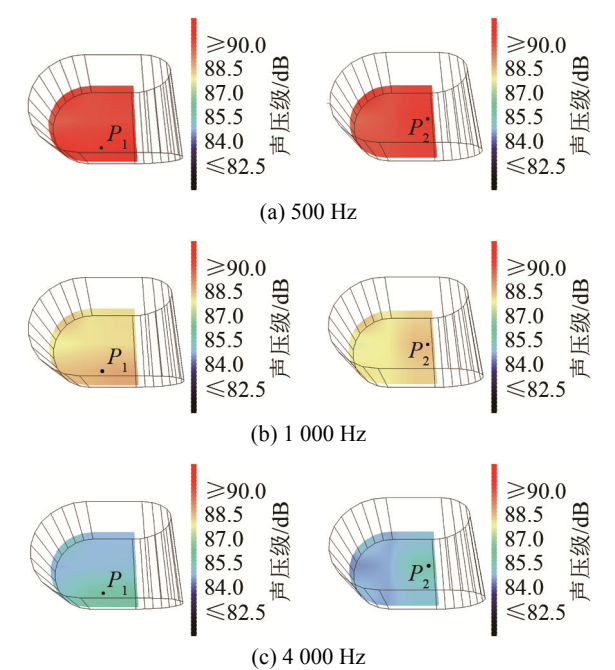


图 6 不同位置声源激发下(a) 500 Hz, (b) 1 000 Hz, (c) 4 000 Hz 时体育馆模型声场分布
Fig.6 Sound field distributions at (a) 500 Hz, (b) 1 000 Hz and (c) 4 000 Hz in stadium model under the excitations of the sources at different positions

对比图 5 和图 6, 可以看到对于不同中心频率, 声源附近有着较高的声压级。在远离声源处, 体育馆的声压级差异小于矩形空间, 即体育馆声场均匀性均好于矩形空间。当声源位置不同时, 可以得到同样的结论。

体育馆模型中声线行为基于去聚焦机理: 声线经过柱面焦点后分离的长期行为抵消了柱面对声线的聚焦作用。去聚焦机理解释了体育馆模型在远离焦点的矩形位置, 比 3D 矩形空间有更好的声场均匀性。从声线模型可以看出, 体育馆空间中声线的位置和方向具有遍历性, 声场中声能分布更为均匀。为方便计算, 通过设置刚性光滑反射壁面得到较长的声线传播路径, 由于 Lyapunov 指数描述几何空间中声线的动力学行为是声线运动的趋势, 需要注意的是, 在足够短的声音路径情况下, 体育馆模型的圆弧结构会产生聚焦。模型中多次反射是为了准确计算 Lyapunov 指数, 由于 Lyapunov 指数计算是针对空间几何特性的定性描述, 是声线经过多个壁面反射后发散的指数平均值, 当 Lyapunov 指数大于 0 时, 混沌模型中声线系统具有混沌特性, 早期声线反射经过焦点后有发散的势。因此, 结论对圆弧结构以外的矩形空间的观众席是适用的, 对于圆弧结构以内的空间, 声音会产生聚焦。

附录 A 中以 Sinai 空间为例, 对基于去扩散机理的混沌空间中声线传播特性进行了探讨, 进一步阐述混沌结构对空间中声场均匀性的作用。

5 结 论

通过对特殊体育馆空间中声线传播路径的研究, 得出这类几何形状体育馆模型声线系统具有混沌特性, 声线传播有着位置和方向的遍历性。由于声线运动的混沌特性, 体育馆空间中声线路径趋于发散, 声场分布更加均匀。通过声学软件 Odeon 对体育馆和矩形空间声场仿真, 得到相对于矩形空间, 这类几何形状体育馆空间有着更好的声场均匀性。研究是对采用声线混沌法研究声场特性作用的补充, 也为建筑声学里探索声场扩散与空间几何构型的关系提供了启发。

参 考 文 献

- [1] 王一鸣. 我国体育馆建筑造型设计研究[D]. 上海: 上海交通大学, 2010.
WANG Yiming. Research on the design of gymnasium architectural modeling in China[D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2010.
- [2] 柳孝图. 体育馆声学设计探讨[J]. 应用声学, 1996(1): 20-25.
LIU Xiaotu. On the acoustic design of gymnasiums[J]. Applied Acoustics, 1996(1): 20-25.
- [3] 燕翔. 体育馆声学装修设计[J]. 电声技术, 2012, 36(5): 3-10.
YAN Xiang. Acoustic decoration and design for the gymnasium[J]. Audio Engineering, 2012, 36(5): 3-10.
- [4] 中华人民共和国住房和城乡建设部. 体育馆声学设计及测量规程: JGJ/T131-2012[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2012.
Ministry of Housing and Urban-Rural Development of the People's Republic of China. JGJ/T131-2012 Specification for acoustical design and measurement of gymnasium and stadium[S]. Beijing: China Building Industry Press, 2012.
- [5] 谭武端, 余志勇, 宋建社, 等. 混响室的混沌特性及其场统计分布[J]. 强激光与粒子束, 2013, 25(4): 940-944.
TAN Wuduan, YU Zhiyong, SONG Jianshe, et al. Chaotic characteristics and statistic distribution of field in reverberation chamber[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2013, 25(4): 940-944.
- [6] 陆希成, 王建国, 韩峰, 等. 3 维微波腔体本征频率的统计分析[J]. 强激光与粒子束, 2011, 23(12): 3367-3371.
LU Xicheng, WANG Jianguo, HAN Fen, et al. Statistical analysis of eigenfrequencies for three-dimensional microwave cavities[J]. High Power Laser And Particle Beams, 2011, 23(12): 3367-3371.
- [7] PAPENBROCK T. Numerical study of a three-dimensional generalized stadium billiard[J]. Physical Review E Statistical Physics Plasmas Fluids & Related Interdisciplinary Topics, 2000, 61(4 Pt B): 4626.
- [8] YU X J, ZHANG Y. Acoustic ray diffuse behaviors of an architectural semi-stadium model[J]. International Journal of Modelling & Simulation, 2011, 31(4): 301-306.
- [9] YU X J, ZHANG Y. Ray chaos in an architectural acoustic semi-stadium system[J]. Chaos An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science, 2013, 23(1): 787-796.
- [10] LU Y G, SONG H L. Development of a method to realize a uniform sound field in three-dimensional spaces based on the ray-tracing algorithm[J]. Canadian Acoustics, 2018, 46(3): 5-14.
- [11] LU Y G, SONG H L. Forecasting flutter echo: The role of largest local Lyapunov exponents[J]. Noise Control Engineering Journal, 2019, 67(1): 56-68.
- [12] SATO S, SANO M, SAWADA Y. Practical methods of measuring the generalized dimension and the largest lyapunov exponent in high dimensional chaotic systems[J]. Progress of Theoretical Physics, 1987, 77(77): 1-5.
- [13] POLACK J D. Playing billiards in the concert hall: The mathematical foundations of geometrical room acoustics[J]. Applied Acoustics, 1993, 38(2-4): 235-244.
- [14] WOLF A, SWIFT J B, SWINNEY H L, et al. Determining Lyapunov exponents from a time series[J]. Physica D: Nonlinear Phenomena, 1985, 16(3): 285-317.
- [15] JOYCE W B. Sabine's reverberation time and ergodic auditoriums[J]. J. Acous. Soc. Am., 1975, 58(3): 643-655.
- [16] Keränen Jukka, Hongisto Valtteri. Comparison of simple room acoustic models used for industrial spaces[J]. Acta Acustica United with Acustica, 2010, 96(1): 179-194.

附录 A

Sinai 空间也是一个具有两个正 Lyapunov 指数的超混沌结构, 声线系统的混沌行为基于扩散机理, 图 A1 为 Sinai 空间中声线传播特性。图 A2 和图 A3 同样给出了 Sinai 空间中声线传播位置和方向遍历性信息。

Sinai 空间中声线传播位置信息如图 A2 所示。

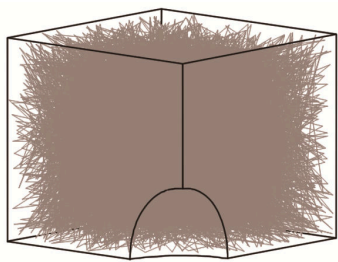


图 A1 扩散的 Sinai 空间声线反射
Fig.A1 Ray motions in the Sinai spaces based on dispersion

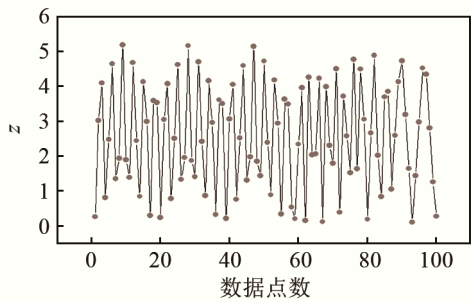
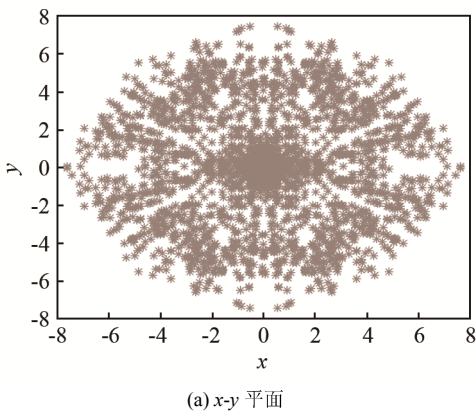
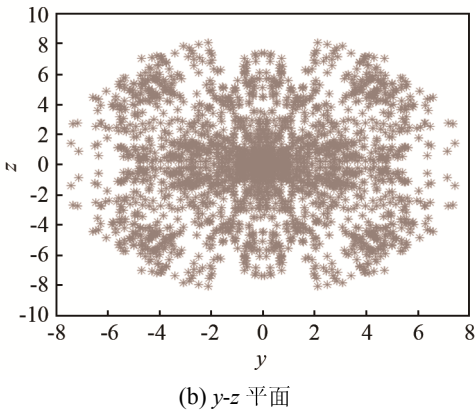


图 A2 Sinai 空间声线路径上等长度间隔 100 数据点的 z 值分布
Fig.A2 Distributions of z -values taken from 100 equally spaced points on the ray propagation paths in the Sinai space

Sinai 空间中声线传播方向信息如图 A3 所示。



(a) x - y 平面



(b) y - z 平面
图 A3 Sinai 空间中声线方向向量在 x - y 平面(a)和 y - z 平面(b)上的投影分布
Fig.A3 The angular distribution of the directional vectors projected onto the x - y plane (a) and the circular distribution of the directional vectors projected onto the y - z plane (b) in the Sinai space