

引用格式: 马凯, 王易川, 陈喆, 等. 混响背景下基于分数阶傅里叶变换的自适应 LMS 滤波算法[J]. 声学技术, 2020, 39(6): 769-773. [MA Kai, WANG Yichuan, CHEN Zhe, et al. Adaptive LMS filtering algorithm based on fractional Fourier transform in reverberation background[J]. Technical Acoustics, 39(6): 769-773.] DOI: 10.16300/j.cnki.1000-3630.2020.06.019

混响背景下基于分数阶傅里叶变换的 自适应 LMS 滤波算法

马 凯, 王易川, 陈 喆, 程玉胜

(海军潜艇学院航海观通系, 山东青岛 266000)

摘要: 针对强混响背景下经典的最小均方误差(Least Mean Square, LMS)滤波算法难以有效地实现信混分离的问题, 提出一种基于分数阶傅里叶变换的自适应 LMS 算法。首先将混响信号和自适应 LMS 滤波算法中的参考信号进行分数阶傅里叶变换, 寻找最优变换域, 并在分数阶域进行带通滤波, 然后将得到的信号进行分数阶傅里叶反变换, 最后将基于正态分布曲线的变步长 LMS 算法应用于此混响条件下进行滤波。仿真和海试数据验证结果表明, 在信混比为 0 dB 的情况下, 算法仍可以有效地滤除混响, 使信混比提高 6 dB。

关键词: 混响; 分数阶傅里叶变换; 自适应 LMS 滤波; 变步长

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1000-3630(2020)-06-0769-05

Adaptive LMS filtering algorithm based on fractional Fourier transform in reverberation background

MA Kai, WANG Yichuan, CHEN Zhe, CHENG Yusheng

(Navigation and Observation Department, Navy Submarine Academy, Qingdao 266000, Shandong, China)

Abstract: Aiming at the problem that the classical least mean square (LMS) filtering algorithm in the strong reverberation background is difficult to separate signal and reverberation effectively, an adaptive LMS algorithm based on fractional Fourier transform (FRFT) is proposed. Firstly, FRFT is performed to the reverberation signal and the reference signal of adaptive LMS filtering algorithm to find out the optimal transform domain, and the band-pass filtering is performed in the fractional order domain, then the fractional Fourier inverse transform (FRFIT) is performed to the obtained signal; and finally the variable-step-size LMS algorithm based on normal distribution curve is used for filtering in this reverberation condition. The verification results of simulation and sea-trial show that the algorithm can effectively filter out the reverberation under a signal-to-reverberation ratio of 0.3 dB, and the signal-to-reverberation ratio is improved by 6 dB.

Key words: reverberation; fractional Fourier transform; adaptive least mean square (LMS) filtering; variable step size

0 引 言

最小均方误差(Least Mean Square, LMS)算法是由 Hoff 和 Widrow 在 1960 年提出的, 它计算量小, 并且算法简单容易实现^[1-3], 被广泛用于信号处理的各个方面。此外, LMS 算法还可用于处理非平稳信号^[4], 这是因为它不需要预知信号和噪声的自相关函数。但在固定步长的 LMS 算法中, 收敛速度和稳态误差是一对矛盾: 收敛速度越快, 稳态误

差越大。针对此问题, 提出了各种变步长 LMS 算法^[5-11], 这些算法在迭代初始阶段, 为获取较快的收敛速度, 采用较大步长; 当算法收敛后, 为获得较小的稳态误差, 采用较小的步长因子。

变步长 LMS 算法的出现, 解决了收敛速度和稳态误差之间的矛盾, 但在信混比较低的情况下, 性能较差, 尤其随着现代主动声呐向低频、大功率的方向发展, 混响对主动声呐性能的影响日趋凸显, 如何提高算法在低信混比下的性能显得尤为重要。利用时域和频域结合的处理方法, 包括小波变换、分数阶傅里叶变换(Fractional Fourier Transform, FRFT)^[12-16]、自适应滤波及 Wigner 分布可以较好地滤除混响。基于此, 本文提出一种基于分数阶傅里叶变换的自适应 LMS 滤波算法。

收稿日期: 2019-06-02; 修回日期: 2019-07-17

作者简介: 马凯(1993—), 男, 山东潍坊人, 硕士, 研究方向为水声目标识别与信号处理。

通讯作者: 马凯, E-mail: makainue@163.com

1 分数阶傅里叶变换

如果将信号的傅里叶变换看作是将信号沿逆时针方向旋转 $\pi/2$, 由 t 轴变为 ω 轴, 则 FRFT 可以看作是时间轴 t 逆时针旋转 α 角后信号的时频分布在 u 轴上的投影, 其定义式为

$$X_p(u) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{K}_p(u, t) x(t) dt \quad (1)$$

式中的核函数 $\tilde{K}_p(u, t)$ 为

$$\tilde{K}_p(u, t) = \begin{cases} A_\alpha \exp[j\pi(u^2 \cot \alpha - 2ut \csc \alpha + t^2 \cot \alpha)], & \alpha \neq n\pi \\ \delta(t-u), & \alpha = 2n\pi \\ \delta(t+u), & \alpha = (2n\pm 1)\pi \end{cases} \quad (2)$$

其中: $A_\alpha = \sqrt{1 - j \cot(\alpha)}$, p 为分数阶傅里叶变换的阶数, α 为旋转角度, $\alpha = \pi p/2$ 。从式(1)、(2)中可以看出, 通过 FRFT, 目标信号的能量将集中在分数阶傅里叶域上, 形成一个能量尖峰。混响虽然是发射信号经过各个散射体散射成分的叠加形成的, 但是各个散射体之间分布不同并且散射性质也不同, 混响经过 FRFT 后无法形成一个尖峰。利用此特性可以使信号和混响大部分分离开, 再利用 LMS 滤波算法, 可以很大程度地滤除混响, 提取有用信号。

2 变步长 LMS 算法

LMS 算法的计算公式为

$$y(n) = \mathbf{x}^T(n) \mathbf{W}(n) \quad (3)$$

$$e(n) = d(n) - y(n) \quad (4)$$

$$\mathbf{W}(n+1) = \mathbf{W}(n) + 2\mu e(n) \mathbf{d}(n) \quad (5)$$

其中: $\mathbf{x}(n)$ 为输入信号; $\mathbf{W}(n)$ 为自适应滤波器的权系数; $d(n)$ 为参考信号; $e(n)$ 为误差, μ 为算法的迭代步长。

变步长 LMS 算法遵循的基本原则为: 在算法收敛的初始阶段采用较大的步长因子以加快算法的收敛速度, 当算法收敛后应采用较小的步长因子以减小稳态误差, 同时算法的计算量要小。

针对稳态误差与收敛速度之间矛盾的问题, 提出了一系列变步长 LMS 算法。其中, 比较经典的是覃景繁等^[8]提出的基于 Sigmoid 函数的变步长 LMS 算法(Sigmoid-Variable-Step Least Mean Square, SVS-LMS), 其步长因子计算公式为

$$\mu(n) = \beta \left[\frac{1}{1 + \exp[-\alpha |e(n)]} - 0.5 \right] \quad (6)$$

其中, α 控制函数曲线的陡峭程度, β 控制函数的值域大小。

由式(6)可得, 当 $\mu > \beta/2$ 并且 $0 < \mu < 1/\lambda_{\max}$ 时, 算法收敛, 其中 λ_{\max} 是输入信号自相关矩阵的最大特征值。SVS-LMS 算法的步长因子 μ 相比于固定步长 LMS 算法的步长因子是变化的, 在算法迭代的初始阶段, 步长因子较大, 因此具有较快的收敛速度; 而当算法收敛时, 误差 $e(n)$ 最小, 此时 $\mu(n)$ 也最小接近于 0。但如图 1 和图 2 所示, 该步长因子计算公式在算法收敛阶段(即当 $\mu(n)$ 接近 0)时, $\mu(n)$ 变化较大, 不具备平缓变化的特点, 导致稳态失调变大, 并且计算公式也较为复杂。

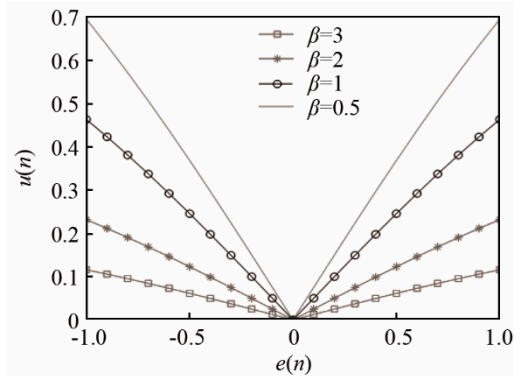


图 1 β 取值对误差变化的影响

Fig.1 The influence of the value of β on the error variation

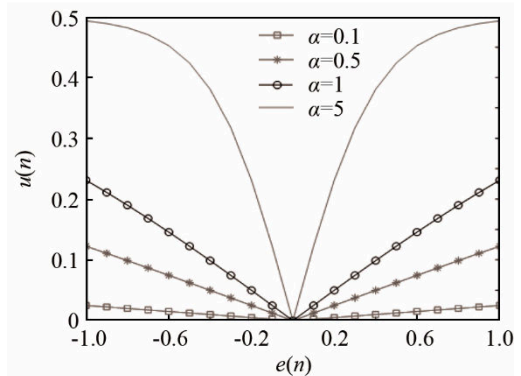


图 2 α 取值对误差变化的影响

Fig.2 The influence of the value of α on the error variation

针对上述问题, 文献[11]提出一种基于正态分布曲线的变步长 LMS 算法, 此方法在信混比较高的条件下性能较好, 但在信混比较低情况下性能较差, 基于此本文在分析基于正态分布曲线的变步长 LMS 算法的性能的基础上提出一种基于傅里叶变换域的自适应 LMS 算法。

正态分布曲线如图 3 所示, 正态分布曲线顶部相较于 Sigmoid 函数顶部更加平滑, 并且上升和下降速度较快, 其概率密度函数为

$$y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \quad (7)$$

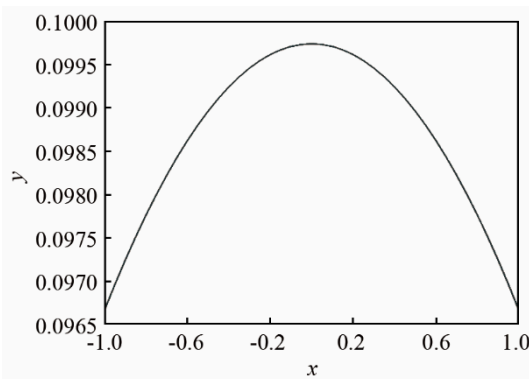


图 3 自适应 LMS 滤波算法采用的正态分布曲线
Fig.3 Normal distribution curve for adaptive LMS filtering algorithm

式中， σ 为标准差。

对函数进行简单的反转平移变换，并引入 a 、 b 、 c 3 个参数以增强函数可控性。将误差函数 $e(n)$ 及步长因子 $\mu(n)$ 代入得：

$$\mu(n) = c \{1 - \exp[-a|e(n)|^b]\} \quad (8)$$

下面通过仿真验证算法的性能。

假定输入信号为噪声和单频信号的叠加，噪声是均值为 0、方差为 1 的高斯白噪声。其中信号在第 1000 个采样点处，信噪比为 0 dB，参考信号为均值为 0、方差为 1 的高斯白噪声，每次仿真均进行 1000 次蒙特卡洛仿真。未知系统的权系数为 [0.70, 0.42]，未知系统在第 700 个采样点处发生时变，权系数突变为 [0.47, 0.31]，用以比较算法的跟踪能力。

图 4 为 3 种算法的权系数收敛图。其中，每种算法在此条件下的最佳步长因子及参数都经过多次蒙特卡洛仿真实验确定，固定步长 LMS 算法的步长因子 $\mu=0.01$ ，SVS-LMS 算法的参数 $\alpha=1.5$ ， $\beta=0.1$ ，基于正态分布曲线的变步长 LMS 算法的参数 $a=10$ ， $b=1$ ， $c=0.1$ 。从图 4 中可以看出，在算法的收敛速度上基于正态分布曲线的算法优于

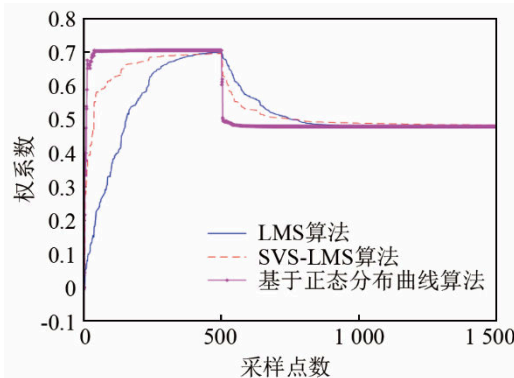


图 4 3 种算法的权系数收敛曲线图
Fig.4 Convergence curves of the weight coefficients of three algorithms (SVS-LMS, LMS and the one in this paper)

SVS-LMS 算法及 LMS 算法；当未知系统突变时，基于正态分布曲线算法的跟踪性能最优，SVS-LMS 算法次之，LMS 算法性能。

图 5 为固定步长 LMS 算法、SVSLMS 算法和基于正态分布曲线算法的均方误差图。从图 5 中可以看出，基于正态分布曲线的算法的稳态误差最小，SVS-LMS 算法的稳态误差较大，固定步长 LMS 算法的稳态误差最大。

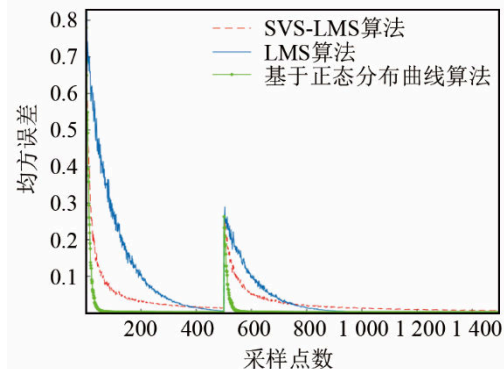


图 5 三种算法的均方误差曲线图
Fig.5 Mean square error curves of the three algorithms

这是因为基于正态分布曲线算法的步长因子曲线在误差较小时非常平缓，并且较小，所以稳态误差较小；SVS-LMS 算法的步长因子曲线在误差较小时比较陡峭，导致稳态误差较大；固定步长 LMS 算法由于步长固定且较大，所以稳态误差较大。当输入信号发生变化时，这几种算法的稳态误差大小排序与未发生变化时一样，基于正态分布曲线算法的稳态误差依然最小，固定步长 LMS 算法的稳态误差最大，表明在算法的跟踪能力方面，基于正态分布曲线的算法性能较优。

综上：基于正态分布曲线的变步长 LMS 算法在收敛速度、稳态误差和跟踪能力方面的性能较好。

3 基于分数阶傅里叶变换的变步长 LMS 算法

变步长 LMS 算法在信混比较高的情况下具有较好的性能。但在实际的信号处理过程中发现，信号的信混比通常较低，此时如果直接利用 LMS 算法进行滤波，则效果不是很理想。针对低信混比下，LMS 滤波算法性能下降的问题，提出一种基于分数阶傅里叶变换的 LMS 滤波算法，算法处理流程如图 6 所示。其处理过程如下：

- (1) 将信号进行分数阶傅里叶变换；
- (2) 峰值搜索寻找最优变换阶数 p 和分数阶变换域峰值 α_0 ；

- (3) 对参考信号 $d(n)$ 进行 p 阶分数阶傅里叶变换得到 $D(k)$;
- (4) 以 α_0 为中心对变换域信号进行带通滤波, 滤除部分干扰;
- (5) 对得到的信号进行分数阶傅里叶反变换;
- (6) 对第(5)步中得到的结果进行自适应 LMS 滤波, 得到最终输出。

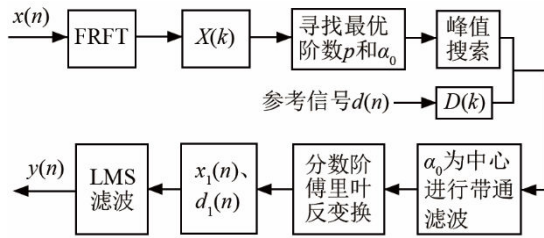


图 6 自适应 LMS 滤波算法的处理流程
Fig.6 Processing flow of the adaptive LMS filtering algorithm

4 计算机仿真及海试数据验证

下面通过海试数据验证算法在低信混比下的性能。发射信号为线性调频(Linear Frequency Modulation, LFM)信号, 中心频率为 700 Hz, 脉宽 0.4 s, 采样频率为 20 000 Hz, 信号位于 30 000~38 000 个采样点处, 信混比为 0 dB。

图 7 为原始信号, 此时信混比较低, 无法判定信号的具体位置, 图 8 为本文基于正态曲线的自适应 LMS 算法滤波后的结果, 虽然信混比有所提高, 但此时混响能量依旧较强。下面利用本文提出的基于分数阶傅里叶变换的 LMS 算法进行处理。

图 9 为 LFM 信号的信号能量在 (p, u) 二维平面上的分布, 通过二维峰值搜索, 寻找最佳变换阶数 p 以及峰值 α_0 。图 10 为在分数阶变换域进行带通滤波, 最后进行分数阶傅里叶反变换得到滤波后的信号。此时信号的信混比虽然有所提升, 但混响依然较强。

图 11 为本文算法滤波后的最终结果。此时已

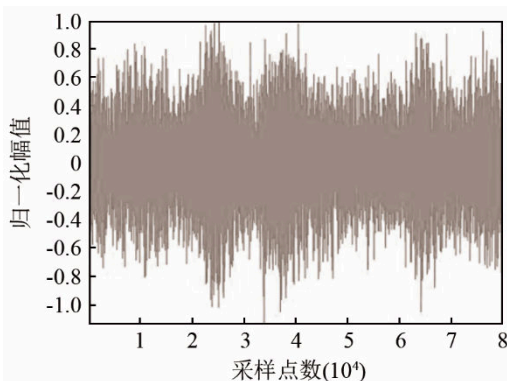


图 7 原始信号
Fig.7 The original signal

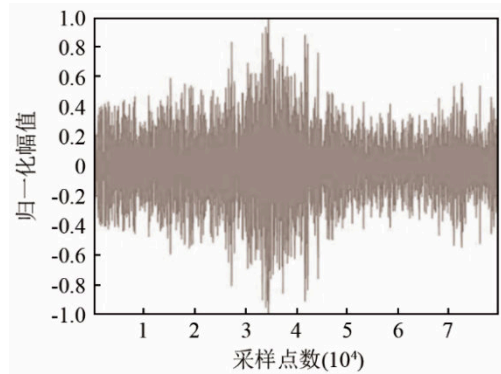


图 8 基于正态曲线 LMS 算法滤波后信号
Fig.8 The filtered signal of the normal distribution curve based LMS Algorithm

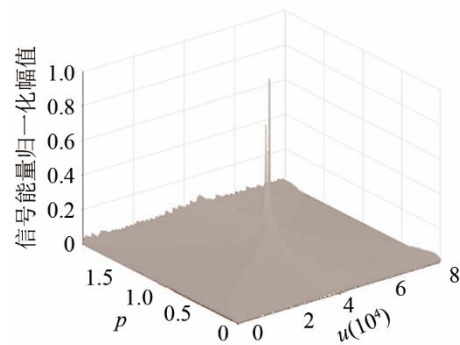


图 9 线性调频信号的信号能量在 (p, u) 二维平面上的分布
Fig.9 Distribution of LFM signal energy on the (p, u) plane

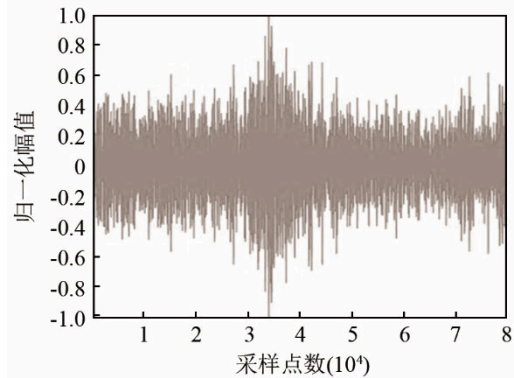


图 10 “分数阶傅里叶变换—带通滤波—分数阶傅里叶反变换”处理后的结果
Fig.10 The results after “FRFT-band-pass filtering-FRFT” processing

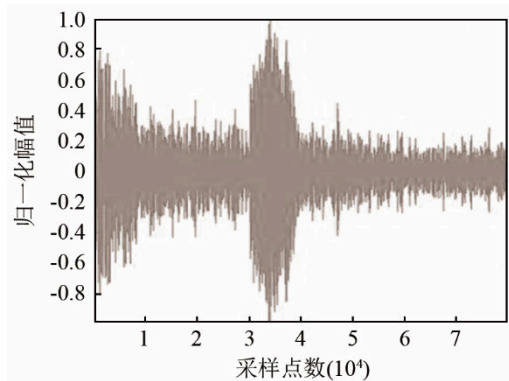


图 11 本文算法滤波后信号
Fig.11 The filtered signal of the algorithm in this paper

滤除大部分混响, 信混比提高了约 6 dB, 验证了本文算法具有较好的性能。

5 结论

针对低信混比下传统的变步长 LMS 滤波算法性能较差的问题, 本文提出了一种基于分数阶傅里叶变换的变步长 LMS 滤波算法。算法首先对信号进行分数阶傅里叶变换滤波, 滤除部分混响, 再对得到的信号进行变步长 LMS 滤波。计算机仿真和海试数据验证结果证明了算法能较好地滤除混响, 一般情况下可使信混比提高约 6 dB。

参 考 文 献

- [1] PICHE S W. Steepest descent algorithms for neural network controllers and filters[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 1994, 5(2): 198-212.
- [2] KWONG R H, JOHNSTON E W. A variable step size LMS algorithm[J]. IEEE Trans Signal Processing, 1992, 40(7): 1633-1642.
- [3] EVANS J B, XUE P, LIU B. Analysis and implementation of variable step size adaptive algorithms[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1993, 41(8): 2517-2535.
- [4] 卢炳乾, 冯存前, 龙戈农. 一种基于正弦函数的新变步长 LMS 算法[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2013, 14(2):47-50.
LU Bingqian, FENG Cunqian, LONG Genong. A new variable step size LMS algorithm based on sinusoidal function[J]. Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition), 2013, 14(2): 47-50.
- [5] 张喜涛, 张安清. 基于 Sigmoid 函数的变步长 LMS 自适应滤波算法性能分析[J]. 舰船电子对抗, 2013, 36(6): 52-55.
ZHANG Xitao, ZHANG Anqing. Performance analysis of variable step LMS adaptive filtering algorithm based on sigmoid function[J]. Ship ECM, 2013, 36(6): 52-55.
- [6] 付学志, 刘忠, 李朝旭. Sigmoid 函数变步长 LMS 自适应算法的抗干扰性能改进[J]. 北京邮电大学学报, 2011, 34(6): 112-115.
FU Xuezhi, LIU Zhong, LI Zhaoxu. Anti-jamming performance improvement of variable step size LMS adaptive algorithm for Sigmoid function[J]. Journal of Beijing University of Posts and Telecommunications, 2011, 34(6): 112-115.
- [7] 徐洋, 徐松涛, 马健, 等. 基于 Sigmoid 二次型隶属度函数的改进 LMS 算法[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2014, 45(10): 3470-3476.
XU Yang, XU Songtao, MA Jian, et al. Improved LMS algorithm based on Sigmoid quadratic membership function[J]. Journal of Central South University (Natural Science Edition), 2014, 45(10): 3470-3476.
- [8] 覃景繁, 韦岗. 基于 S 型函数的变步长 LMS 自适应滤波算法[J]. 无线电工程, 1996, 26(4): 44-47.
QIN Jingfan, WEI Gang. Variable step size LMS adaptive filtering algorithm based on S-Type function[J]. Radio Engineering, 1996, 26(4): 44-47.
- [9] 程建民, 张润莲, 秦明峰. 基于双曲正弦函数的改进变步长自适应滤波算法[J]. 无线电工程, 2018, 48(8): 704-708.
CHENG Jianmin, ZHANG Runlian, QIN Mingfeng. An improved variable step size adaptive filtering algorithm based on hyperbolic sine function[J]. Radio Engineering, 2018, 48(8): 704-708.
- [10] 郭瑞, 李宝华, 马奥运. 一种基于改进双曲正切函数的变步长自适应滤波算法[J]. 计算机应用研究, 2015, 32(8): 2335-2338.
GUO Rui, LI Baohua, MA Aoyun. A variable step size adaptive filtering algorithm based on improved hyperbolic tangent function[J]. Application Research of Computers, 2015, 32(8): 2335-2338.
- [11] 马凯, 王平波, 武彩. 一种基于正态分布曲线的变步长 LMS 算法[J]. 计算机仿真, 2019, 36(9): 295-299.
MA Kai, WANG Pingbo, WU Cai. A variable-step-size lms algorithm based on normal distribution curve[J]. Computer Simulation, 2019, 36(9): 295-299.
- [12] 郭波, 宋李彬, 周贵良. 分数阶傅里叶滤波在欺骗干扰中的应用研究[J]. 电子学报, 2012, 40(7): 1328-1332.
GUO Bo, SONG Libin, ZHOU Guiliang. Application of Fractional Fourier Filter in Deception Jamming[J]. Chinese Journal of Electronics, 2012, 40(7): 1328-1332.
- [13] 安澄全, 郝冬艳. LFM 信号的分数阶傅里叶域自适应滤波算法研究[J]. 信号处理, 2013, 29(1): 54-59.
AN Chengquan, HAO Dongyan. Research on fractional fourier domain adaptive filtering algorithm for LFM signals[J]. Signal Processing, 2013, 29(1): 54-59.
- [14] 李香菊, 裴腾达. 基于 FRFT 的雷达微弱目标信号检测算法[J]. 信息技术, 2017(3): 164-167,170.
LI Xiangju, YAN Tengda. Radar weak target signal detection algorithm based on FRFT[J]. Information Technology, 2017(3): 164-167,170.
- [15] 谢岱玲, 陈泽宗, 洪羽萌, 等. 利用分数阶 Fourier 变换抑制高频地波雷达中线性调频干扰[J]. 电讯技术, 2016, 56(3): 313-318.
XIE Yiling, CHEN Zezong, HONG Yumeng, et al. Suppression of chirp in HF ground wave radar using fractional Fourier transform[J]. Telecommunications Technology, 2016, 56(3): 313-318.
- [16] 王瑞, 马艳. 基于分数阶傅里叶变换的线性调频脉冲信号波达方向估计[J]. 兵工学报, 2014, 35(3): 421-427.
WANG Rui, MA Yan. Direction of arrival estimation of chirped pulse signals based on fractional Fourier transform[J]. Journal of Ordnance Engineering, 2014, 35(3): 421-427.