

引用格式: 聂永发, 朱海潮. 声辐射模态理论及应用研究综述[J]. 声学技术, 2021, 40(1): 1-8. [NIE Yongfa, ZHU Haichao. A review of the modal theory of acoustic radiation and its applications[J]. Technical Acoustics, 2021, 40(1): 1-8.] DOI: 10.16300/j.cnki.1000-3630.2021.01.001

声辐射模态理论及应用研究综述

聂永发^{1,2}, 朱海潮³

(1. 海军潜艇学院作战指挥系, 山东青岛 266071; 2. 中国人民解放军 92771 部队, 山东青岛 266404;
3. 船舶振动噪声重点实验室, 湖北武汉 430033)

摘要: 文章对声辐射模态技术研究相关进展进行了综述。介绍了声辐射模态理论从创立以来的研究成果及其在结构声有源控制、噪声源识别和声场重建等方面应用研究情况。对当前制约声辐射模态技术应用的关键问题进行了简单分析, 并对其进一步发展提出了展望。

关键词: 声辐射模态; 噪声源识别; 结构声有源控制; 声场重建

中图分类号: O422.6

文献标志码: A

文章编号: 1000-3630(2021)-01-0001-08

A review of the modal theory of acoustic radiation and its applications

NIE Yongfa^{1,2}, ZHU Haichao³

(1. Operational Command Department, Navy Submarine College, Qingdao 266071, Shandong, China; 2. PLA, No.92771 Troop, Qingdao 226404, Shandong, China; 3. National Key Laboratory on Ship Vibration & Noise, Wuhan 430033, Hubei, China)

Abstract: A comprehensive description in the research progress of the modal theory of acoustic radiation and its applications is made in this paper. The achievements which have been made since the beginning of establishing the modal theory of acoustic radiation and the application results of this theory in active structural acoustic control, noise source identification and acoustic field reconstruction are introduced. Several key problems in the development of acoustic radiation modal technology are analyzed, and the prospect of its future development is presented.

Key words: acoustic radiation modes; noise source identification; active structural acoustic control; acoustic field reconstruction

0 引言

声辐射模态(Acoustic Radiation Mode, ARM)理论是从上世纪 90 年代出现并逐渐发展完善起来的, 根据参量不同可分为振速声辐射模态、声压声辐射模态、源强密度声辐射模态等。声辐射模态与结构辐射声功率紧密相关, 声辐射模态只能由辐射声功率所构造的辐射算子得到, 从而保证获得的各阶声辐射模态独立辐射声功率, 进而实现辐射声功率的解耦, 实现辐射声功率解耦是声辐射模态的本质特征。计算结构声辐射模态的出发点是构造结构辐射声功率的二次型表达式, 落脚点为获得使辐射声功率解耦的正交基函数。声辐射模态只与结构的形状尺寸和分析频率有关, 而与结构的物理属性无关,

声辐射模态实现了结构声辐射功率的解耦, 方便了结构声辐射问题的分析, 使得声辐射模态理论在分析结构的声辐射方面具有独特的优势。目前, 声辐射模态理论已经广泛应用于有源控制、声场重建、噪声源识别定位、声学设计优化等方面, 但从目前可获得的文献来看, 没有发现对其理论和应用进行详细分析介绍的文献, 本文工作试图填补这一空白, 以期给相关研究人员提供参考。

1 声辐射模态理论研究

利用声辐射模态理论解决声辐射问题的关键是获得结构的声辐射模态, 学者们一直在试图寻找一种便捷的声辐射模态的计算方法。上个世纪 90 年代初, Borgiotti^[1]最早通过结构远场辐射声功率的近似表达式构造了一个与声辐射有关的泛函, 通过对其泛函算子的奇异值分解, 获得了结构表面的奇异振速模式, 指出声源表面的法向振速场可以用这些奇异振速模式线性叠加表示, 且只有少量奇异振速模式能够进行有效辐射。Borgiotti 的研究让人们

收稿日期: 2019-12-02; 修回日期: 2020-01-24

基金项目: 国家自然科学基金(51675529)资助项目。

作者简介: 聂永发(1978—), 男, 吉林通榆人, 博士, 研究方向为振动与噪声控制。

通信作者: 聂永发, E-mail: yongfnie@163.com

看到了利用奇异值分解技术对声场空间进行分解所带来的优势,为声辐射模态后续发展奠定了基础。随后,Photiadis^[2]在 Borgiotti 研究基础上用简单源积分公式将远场辐射声压表示成算子形式,然后对离散后的算子矩阵进行奇异值分解,得到两个酉矩阵列向量分别表示表面源强泛化模态(声辐射模态)和声场辐射模态。Borgiotti 和 Photiadis 通过奇异值分解方法得到的声辐射模态是复数形式的,在数值分析和实际应用时会带来不便。值得一提的是,声辐射模态概念是由 Cunefare^[3]最早提出的,其博士论文指出,对辐射声功率离散表达式进行特征值分解会得到一个模态表达式,并用该方法计算了长方体的弱辐射模态。Sarkissian^[4]将观察点由远场改变到声源表面上,从另一个视角发展了声辐射模态理论,他对声源表面进行了均匀离散,通过对实对称辐射阻矩阵进行特征值分解得到了实向量形式的声辐射模态,开创了利用结构辐射阻计算结构声辐射模态的先河,这种声辐射模态分析计算方法优势明显,简化了声辐射模态求解难度。随后,Elliott 等^[5]在 Sarkissian 的研究基础上基于结构模态理论和单元辐射器方法给出了带有无限障板的梁和矩形平板辐射阻计算公式。自此以后,声辐射模态理论的研究重点转向了声辐射模态特性和声辐射模态简化算法研究,Cunefare^[6]通过类比动力学系统中瑞利(Rayleigh)商对称特征值问题,利用一组代表梁表面法向振速分布的正弦函数和辐射声功率表达式,分解后其特征向量形成一组基函数,可以用来表示表面法向速度,其特征值与声辐射效率相关,同时证明了每增加一个自由度会产生一个新的声辐射模态,且其辐射效率要小于所有其它模态。Cunefare 等^[7]又通过对 Rayleigh 商公式的研究,考察了声辐射模态的收敛性、有界性和敏感度,指出声辐射模态辐射效率存在一个上限,且会随着自由度增加迅速减小,在自由度足够大时,高阶声辐射模态辐射效率会无限接近于 0,高辐射效率的声辐射模态对振动中扰动不敏感,而低辐射效率声辐射模态对扰动却非常敏感。Borgiotti 等^[8]指出介质中辐射体时间谐波边界法向速度场可以分解成为(有效)辐射部分和非(有效)辐射部分,两者属于正交“辐射”和“倏逝”子空间,证明了辐射算子复共轭转置与其本身乘积为实对称矩阵,且正比于表面声阻矩阵,因此对辐射算子奇异值分解(Singular Value Decomposition, SVD)获得的速度滤波函数为实向量,还证明了 SVD 空间滤波器的“嵌套”特性,即“由小于最大分析频率的速度滤波函数张成的空间为最大分析频率的速度滤波函数所张成的

空间的子空间”,该特性可用于宽带声场控制和识别问题。Chen 等^[9]扩展了在结构表面上声压和法向振速分布之间的互易关系,证明了用来表示对结构阻抗有声贡献的矩阵具有对称性,指出互易性质形成两个特征值问题,它们的解分别为对复表面声辐射功率解耦的速度和声压辐射模态,声压辐射模态与速度辐射模态是一一对应的,两者的相对相角随着辐射功率相对无功功率比率的增加而单调减小。Kim 等^[10]指出低阶声辐射模态对应的辐射效率较高,可代表声辐射分析中的传播波成分,高阶声辐射模态对应的辐射效率较低,可代表倏逝波成分。Berkhoff^[11]以声压为参量通过对结构表面辐射阻矩阵求逆获得一个具有“导纳”意义的矩阵,对该矩阵进行特征值分解,特征向量即为声压声辐射模态,并指出在计算声压声辐射模态时会出现“边缘效应”,同时给出了抑制边缘效应的方法。结构声辐射模态计算的关键是获得结构辐射阻矩阵,Cunefare 等^[12]利用边界元法计算了长方体结构声辐射阻矩阵,指出应用边界元方法时不可避免要处理解的非唯一性和奇异积分问题,且由于离散误差的存在,计算得到辐射阻矩阵也是不对称的,同时他还证明了声辐射模态具有“群组”效应。Arenas^[13]利用集总参数模型计算了固支和简支圆板辐射阻矩阵。Wu 等^[14]利用快速多极子边界元法提高了平面结构辐射阻抗矩阵的计算速度,并指出所提出的方法在计算时间、占用内存等方面都有很大的优势,可大幅提高声辐射模态的求解速度,为声辐射模态理论在大型结构辐射噪声预报中的应用提供了方法。大型复杂结构的辐射阻也可通过声阻探针测量或通过数值计算得到,利用声阻探针测量结构辐射受到环境和精度的限制且测量工作量大。边界元方法也可以用来求解大型复杂结构辐射阻矩阵,Peters 等^[15]指出利用边界元方法计算辐射阻抗矩阵时对于计算机内存的要求会降低很多,但该方法得到的辐射声阻抗矩阵一般为非对称的,Peters 等研究了这种非对称性产生的根源并提出了一种简单的方法得到了对称的辐射声阻抗矩阵。

国内,毛崎波等提出利用声辐射模态结合结构模态研究声辐射问题,并且从物理和数学意义上对声辐射模态进行了解释,改进了声辐射模态算法,使声辐射模态形状在中、低频时与频率无关^[16-17]。黎胜等^[18]通过将混合亥姆霍兹(Helmholtz)积分方程方法用广义逆引入到声辐射模态公式中,成功解决了利用有限元法计算声辐射模态存在的解的不唯一性问题。赵志高等^[19]利用边界元法表达复杂结构声源辐射的总声功率,获得了声辐射模态向量。姜

哲^[20-21]通过特征值分解声辐射阻矩阵的实部,得到了与 Cunefare 构造的基函数等效的解,同时利用厄米特矩阵的正定性与共厄性定义了一个线性自伴正算子,进而确定在希尔伯特(Hilbert)空间中的声辐射模态和声场分布模态。吴卫国等^[22]建立了时域结构声辐射模型,通过时域瑞利积分构造辐射算子,得出了时域声辐射模态计算公式。李双等^[23]研究了声辐射模态和结构振动模态之间的内在联系,获得了低频激励的简支矩形平板各阶振动模态与主导声辐射模态间的对应关系。Wu 等利用等效源法和多极子展开算法提出了映射声辐射模态理论^[24-25],基于 Helmholtz 积分方程通过球谐波函数推导映射声辐射模态,以求解复杂结构的声辐射功率,对于球形或类球形结构声源,可较大幅度降低时间耗费,但映射声辐射模态理论的缺陷在于,用映射声辐射模态去构建狭长结构声源的声辐射模态时收敛性较差,需要的映射声辐射模态的阶数比较多。聂永发等提出了一种以结构表面源强(源强密度)为参量的声辐射模态分析理论,用该理论分析复杂结构声辐射问题更为简单方便,指出复杂结构源强(源强密度)声辐射模态的辐射声场类似于多极子辐射声场,明确了源强(源强密度)声辐射模态的物理意义^[26-27]。随后,聂永发等^[28]利用等效源法的思想提出复杂结构声源表面法向振速的声辐射模态算法,对影响结构辐射阻矩阵计算精度的因素进行了分析,给出了复杂结构辐射阻矩阵构造的一般原则。聂永发^[29]在其博士论文中,对自由空间的声辐射模态的空间滤波特性、远场指向特性和叠加振速时的收敛特性进行了系统的分析和介绍。Liu 等^[30]指出感知和控制近场中的声辐射模态对于宽带噪声的抑制具有重要意义,通过推导近场复声功率的二次型表达式,分别对复辐射矩阵的实部和虚部进行特征值分解,分别得到了有效声功率的声辐射模态和无效声功率的声辐射模态,Liu 的方法对于分析近场问题具有一定的意义,但是其分别对复辐射矩阵的实部和虚部进行特征值分解得到的无效声功率的声辐射模态的物理意义不够明确。随后,Liu 等^[31]利用声压-振速法对一球形结构的声辐射模态进行计算研究,在观察距离不受限制的条件下得到了主动和被动模态,两种模态分别对应辐射和非辐射功率部分,利用球形仿真和 3D 打印的球帽结构实验验证了方法的有效性。

在 Sarkissian^[4]提出声辐射阻概念之前,对结构声辐射模态的研究主要基于远场辐射声功率表达式的奇异值分解,由此获得的声辐射模态包括两组复数形式的基函数,一组为声辐射模态,而另一组

为声场声辐射模态。由于获得的声辐射模态为复数形式,实际应用很不方便。在 Sarkissian 提出声辐射阻概念之后,声辐射模态的研究主要基于结构表面上的声辐射阻矩阵的特征值分解,该方法获得的声辐射模态为实数,且物理意义更加明确,实际应用也更为方便。目前的声辐射模态算法对于大型、不规则结构都不是很理想,仍需进一步研究。国内外学者对声辐射模态的“群组”效应、“嵌套”滤波特性、收敛特性、有界性等的研究成果对声辐射模态的广泛应用奠定了理论基础。

2 声辐射模态理论应用研究

由于声辐射模态理论所具有的良好性质,现在已经在结构声有源控制、声场及源重建、声辐射功率计算及声学设计优化等方面获得广泛应用。

2.1 结构声有源控制

随着声辐射模态计算理论不断发展完善,声辐射模态已经成功应用于自由空间结构声有源控制和封闭耦合声腔结构声有源控制领域。

2.1.1 自由空间结构声有源控制

Elliott^[4]给出了梁和平板的辐射阻矩阵计算公式,将声辐射模态应用于平板声辐射有源控制,设计了一个以辐射声功率最小化为准则的前馈控制系统。Naghshineh 等基于声辐射模态理论,给出了一种设计低辐射效率结构的策略^[32-33]。随后,Naghshineh 等又将声辐射模态作为表面速度滤波函数,以辐射声功率最小化作为控制目标,给出了一种有源结构声控制方法,并用该方法对梁和带有端盖圆柱体的辐射声功率进行了控制,取得了很好的控制效果^[34-35]。Berkhoff^[11]将声辐射模态应用于平板结构声有源控制,提出了结构声有源控制中传感器和作动器的数量以及控制通道数的设计准则。Chanpheng 等^[36]研究使用声辐射模态识别低频噪声特征和在低频噪声有源控制方面的优势,指出辐射模态可以使低频噪声的辐射特征在物理上更好理解,通过声辐射模态设计的有源控制器优于未考虑辐射行为的控制器设计,适用于高速公路桥的低频噪声辐射问题。毛崎波等^[37]利用中低频条件下结构声辐射模态对应的声辐射效率随其阶数的增加而迅速降低的性质,以声功率最小化为控制策略,对结构进行有源控制,并通过声辐射模态伴随系数对控制效果进行了评价。Sors 等^[38]对加速度计作为传感器进行结构声有源控制开展了相关研究。陈克安等^[39]基于近场声压测量值估算结构辐射声功率,针

对不同控制目标研究了相关因素的控制。姜哲^[40]利用声辐射模态讨论声能量的传递与辐射,以声强控制为目标进行有源控制,为结构有源控制策略提供了新思路。李双等^[41]利用结构振动模态和声辐射模态之间的对应关系建立了一种新的自适应声学结构有源控制策略,该策略引入单个或多个次级结构抵消初级结构振动模态对应的主导声辐射模态,使得主导辐射模态的声功率最小,从而控制总辐射声功率。Hill 等^[42]介绍了一种由 128 个声压传感器组成的传感系统,其传感策略的核心在于发展了一种正交声辐射形状,该正交模式可适用于任意声源,无论是结构声还是非结构声都可以应用。吴卫国^[22]根据时域声辐射模态能够独立辐射声功率的特点,基于状态空间法用一个控制力就可抵消第一阶辐射模态的伴随系数,数值仿真计算表明了该控制策略的有效性。靳国永等^[43]研究了密闭空间内的声腔模态与模态向量间的相互关系,实现了声辐射模态在有源控制领域中的应用。Alexander 等^[44]利用声辐射模态去控制球形扬声器阵列的指向性,获得了理想的效果。和卫平等^[45]对两端简支的单层圆柱壳进行结构振动模态与声辐射模态分析,通过振动模态叠加和各种模态形状的对称或反对称特点,分析了圆柱壳振动模态与声辐射模态之间的内在联系,利用模态扩展构造一个模态滤波矩阵,从有限个结构测点测量数据中得到了结构声辐射模态参与系数。崔怀峰等^[46]针对动态噪声控制问题,将声辐射模态理论应用于有源结构声智能控制中,基于各阶声辐射模态独立辐射声功率的特性将噪声控制问题分解为若干阶辐射模态的控制问题,构造了针对不同阶辐射模态的智能结构,并建立了基于声辐射模态的有源智能控制系统。

2.1.2 封闭耦合声腔结构声有源控制

与自由空间中结构声有源控制研究几乎同时起步, Snyder 等^[47]在进行封闭空间中结构声控制时,选择封闭声腔声势能作为全局误差准则,经特征值分解得到一组“转换模态”,该模态即为耦合封闭声腔中声辐射模态的雏形,这组“转换模态”能够实现封闭声腔声势能解耦,为耦合封闭声腔有源结构声控制提供了新的控制思路。Cazzolato 等^[48]对 Snyder 的研究进行扩展,以不规则耦合封闭声腔为研究对象,开展了基于声辐射模态的耦合封闭声腔结构声有源控制研究,给出了相应的结构误差传感策略,并构造与频率无关的声辐射模态以简化控制系统,最后以带底板的圆柱腔为例仿真验证了利用声辐射模态进行耦合封闭声腔结构声有源控制

是有效的。Johnson 等^[49]在优化圆柱腔中结构-声耦合场时,通过对误差加权矩阵进行奇异值分解得到了被其称之为“基础速度模式”的耦合封闭声腔的声辐射模态。同一时期,靳国永^[50]在国内最早开展了耦合封闭声腔的声辐射模态相关研究,建立了基于声辐射模态耦合封闭声腔中结构声传感及有源控制模型,对声辐射模态、声模态和结构模态三者之间的耦合规律进行了探讨,指出在中、低频范围内,通常只需抵消辐射效率较高的几阶声辐射模态贡献的声势能,就能实现有效控制。随后, Jiang 等^[51]利用模态耦合理论构建了基于声辐射模态的耦合封闭声腔结构声有源控制模型,并以弹性板-矩形腔为例进行了仿真分析。Bagha 等^[52]为解决基于声辐射模态的耦合封闭声腔结构声有源控制中的误差信号获取问题,开展了结构误差传感策略研究,并对所需传感器数目进行了探讨。苏长伟等^[53]提出一种基于“初选-预留-后验”的主导声辐射模态确定方法,克服了主导声辐射模态需要结构模态信息的缺点,可用于指导控制目标选取或重构封闭声腔声势能。毛荣富等^[54]通过类比自由空间声辐射模态理论,将声势能直接表示为结构表面法向振速的二次型形式,提出了新的耦合封闭声腔的声辐射模态计算方法,有效回避了结构模态信息难以准确获得的难题,方便了耦合封闭声腔的声辐射计算及有源结构声控制。

2.2 声场与源重建

Borgiotti 等^[55]将声辐射模态用于远场声场重建,首先根据测到的结构表面法向振速求解声辐射模态组合系数,然后对声远场进行重构,对带有半球帽的圆柱辐射声场的重构证明了其方法的有效性,同时指出在求解过程中需要对声辐射模态阶数进行选择,并给出了阶数选取的经验公式,但具体参数选取需要人为主观确定。Sarkissian^[56]将结构表面法向速度展开成一组基函数(声辐射模态)叠加形式,利用远场测量的声压数据实现了结构表面辐射到远场的法向速度重建,但远场重建分辨率会受到瑞利波长限制。Bai 等^[57]利用声辐射矩阵概念,提出了基于速度全辐射模态方法和改进的基于速度主辐射模态方法计算远场声压或声功率,该方法对环境适应性强,计算简单,明显优于常规的基于声压的方法。姜哲^[58]基于声辐射模态向量进行了声场信息的相关计算,丰富了声辐射问题中的模态分析内容。杨东升等^[59]利用声辐射模态对嵌在刚性球体上的振动活塞的声场进行了重构,利用很少的测点取得了较好的重建效果,并指出了在重构过程中使

用正则化方法的必要性。Cédric^[60]利用声辐射模态进行声源识别，在重建过程中采用基于奇异值截断的正则化方法得到了稳定的重建值，取得了理想的识别效果。李秀莲等^[61]利用平板声源的声辐射模态向量，研究了测点布置对于声场重构的影响，指出测点非均匀分布时，有利于减小测点数目和声辐射模态的数量，但没有进一步提出非均匀分布的准则。樊士贡等^[62]对利用声辐射模态进行声场重构时的声辐射模态的阶数进行了分析，指出利用很少的阶数就能对声场进行精确的重建。Wu 等^[25]将映射声辐射模态用于辐射声功率的计算，并将其引入到近场声全息中，取得了理想的效果，证明了映射声辐射模态的优越性。Marburg 等^[63]利用声辐射模态构建了声源结构表面上的代表离散单元对远场声辐射贡献量的辐射声功率因子，实现了对声源结构表面的噪声辐射区域的识别。聂永发等^[27]提出了基于源强密度声辐射模态的声场重建方法，并利用该方法对球体和平板的声场进行了重建，取得了很好的效果，并且明确指出少测点和对复杂结构的适应性是该方法的优势之所在。郭亮等^[64]通过分析球形声源的球谐波函数和声辐射模态向量的相似性及在球形声源重建领域的差异，指出在低频段尤其是存在干扰源的非自由场条件下的声场重建应用中，基于声辐射模态的声场重建方法能得到更高的重建精度。毛荣富等^[65]利用声辐射模态包含结构表面几何形状信息的特性，提出一种基于声辐射模态的稀疏测点条件下的结构法向振速重构方法，利用两端带封闭端盖的双层钢制圆柱体消声水池试验验证了方法的有效性。苏俊博等分析了利用声辐射模态重建声源表面振速场时，模态截止阶数对重建结果的影响，针对声源面振速场重建测点布置问题，分别提出了适用于单频分析的测点优化选择方法和适用于宽频分析的测点优化选择方法，并在少量测点条件下，提出了一种联合利用声源面少量声压和法向振速重建声源表面振速场和声压场的方法^[66-68]。鱼海涛等^[69]利用声传递矩阵给出了任意结构声辐射模态的流体域求解方法，理论上证明了目标的散射声压与声辐射模态具有函数关系，然后借助声场分布模态的概念，提出了基于声辐射模态的正则化散射声场重构算法。Liu 等^[70]在使用适当正则化方法的前提下，将声辐射模态引入到噪声源表面振动的逆向计算方面，简支铝板仿真实验表明在采用合适正则化方法条件下，即使测量距离超过一个声波长度时，也可以获得较高精度的重建结果。

2.3 其他应用

Johnson 等^[71]用声辐射模态分析了带无限障板

平板的声辐射机理和超溢效应，利用仿真实验证明了在低频条件下，体积速度相消与声功率最小化可以取得类似的辐射衰减效果。在声学设计领域，杜向华等^[72]利用声辐射模态理论分析了声功率对三类变量的灵敏度，证明利用声辐射模态处理声功率声学灵敏度是一种准确而有效的方法。毛崎波等^[73]给出了任意边界条件下矩形薄板的模态辐射效率，该方法避免了数值积分的困扰。薛晓理等^[74]采用有限元与声辐射模态相结合方法研究了两相材料薄板辐射声功率，并分析了结构声功率关于设计参数的灵敏度。基于声辐射模态良好的空间滤波特性，国内一些学者将声辐射模态应用到近场声全息领域，张诗科等^[75]为了解决声场重建过程中易受到干扰源、散射效应及测量孔径效应干扰的问题，提出一种强干扰声场环境下基于声辐射模态声场分离算法的双面 patch 近场声全息技术，建立了基于声辐射模态声场分离算法的内插、外推数学模型。随后，郭亮等将声辐射模态引入到非自由场的近场声全息领域，提出了基于声辐射模态理论的双面声场分离技术和基于数据内插与外推的 Patch 技术，指出利用少测点的声场声压数据可有效分离目标声源和干扰声源，并等效得到多测量点条件下的全息数据，方法对于相关参数具有较好的普适性和稳定性^[76-77]。田湘林等^[78]将声辐射模态应用到了近场瞬态声全息研究中，基于声辐射模态理论建立了瞬态近场声全息公式，脉动球的仿真试验表明其提出的方法在近场重构出的声场能反映声场随时间的变化规律，且误差较小。

声辐射模态能够实现结构辐射声功率解耦的优良性质首先应用到了结构声有源控制领域，解决了传统结构模态在解决结构声有源控制时存在的“减振不消声”的问题。由于各阶声辐射模态单独辐射声功率，且在中低频域只有前几阶模态有较高的辐射效率，前几阶模态辐射的声功率占总辐射功率的绝大部分，因此只要控制了前几阶模态，就可获得较好的消声效果。为此，学者们基于声辐射模态理论，研究了以辐射声功率、声势能等最小化为准则的控制策略及传感器和作动器的布放策略，在不同结构上取得较好的控制效果。由于声辐射模态是频率的函数，结构声有源控制在窄频带会有较好的适应性，但对于宽频带和高频时控制效果不够理想。声辐射模态低阶模态为传播波模态，而高阶模态为倏逝波模态，因此可以利用少量的测点数据实现声场和声源重建。由于声场和声源重建问题是逆问题，绝大多数都是不适定的，必须采用适当的正则化方法和正则化参数选取方法，测量点的布置方

式对重建结果也有较大影响。虽然基于声辐射模态理论利用少量测点能够实现声场和声源的重建,但模态截断的阶数的选取准则和测点优化策略的研究还不够深入。近年来,声辐射模态理论还被应用到了近场声全息等领域,尤其在声场分离和基于数据内插与外推的 Patch 技术方面取得了较好的效果。随着声辐射模态理论不断发展完善,相信未来会在更多领域得到应用。

3 结论与展望

虽然声辐射模态理论出现的比较晚,但经过近 30 年的发展,理论逐步完善,已经成为研究解决相关声学问题的一种有效方法。但在解决实际问题过程中,为满足工程应用的需要,还有一些理论和技术问题亟待深入研究和解决,主要表现在:

(1) 目前,对球体、平板和圆柱等规则几何形状结构的声辐射模态计算求解研究比较充分,未来应加强研究快速、准确地计算求解工程应用中的任意复杂几何形状结构声辐射模态的算法,进一步提出解决大型结构声辐射模态求解过程中计算效率低和计算量大问题的有效方法,进一步拓展声辐射模态的工程应用范围。

(2) 利用声辐射模态进行声源识别和声场重建过程本质上还是声学逆问题的求解问题,仍需处理逆问题所固有的不适定和病态问题,研究适合具体声学问题的正则化方法和正则化参数选取方法;在利用少量测点识别复杂结构声源和重建声场时,需进一步研究模态截止阶数的选取方法和测点优化的方法。

(3) 目前声辐射模态在声场重建方面的应用研究多数仍是在自由场平稳状态条件下进行的,未来应大力开展在混响场条件下存在多个干扰源时声辐射模态的应用研究,为其工程化应用做好进一步的理论和技术准备。

参 考 文 献

- [1] BORGOTTI G V. The power radiated by a vibrating body in an acoustic fluid and its determination from boundary measurements[J]. J. Acoust. Soc. Am., 1990, **88**(4): 1884-1893.
- [2] PHOTIADIS D M. The relationship of singular value decomposition to wave-vector filtering in sound radiation problems[J]. J. Acoust. Soc. Am., 1990, **88**(2): 1152-1159.
- [3] CUNEFARE K A. The design sensitivity and control of acoustic power radiated by threedimensional structures[D]. Pennsylvania: The Pennsylvania State University, 1990.
- [4] SARKISSIAN A. Acoustic radiation from finite structures[J]. J. Acoust. Soc. Am., 1991, **90**(1): 574-578.
- [5] ELLIOTT S J, JOHNSON M E. Radiation modes and the active control of sound power[J]. J. Acoust. Soc. Am., 1993, **94**(4): 2194-2204.
- [6] CUNEFARE K A. The minimum multimodal radiation efficiency of baffled finite beams[J]. J. Acoust. Soc. Am., 1991, **90**(5): 2521-2529.
- [7] CUNEFARE K A, CURREY M N. On the exterior acoustic radiation modes of structures[J]. J. Acoust. Soc. Am., 1994, **96**(4): 2302-2312.
- [8] BORGOTTI G V, JONES K E. Frequency independence property of radiation spatial filters[J]. J. Acoust. Soc. Am., 1994, **96**(6): 3516-3524.
- [9] CHEN P T, GINSBERG J H. Complex power, reciprocity, and radiation modes for submerged bodies[J]. J. Acoust. Soc. Am., 1995, **98**(6): 3343-3351.
- [10] KIM B K, IH J G. On the reconstruction of the vibro-acoustic field over the surface enclosing an interior space using the boundary element method[J]. J. Acoust. Soc. Am., 1996, **100**(5): 3003-3016.
- [11] BERKHOFF A P. Sensor scheme design for active structural acoustic control[J]. J. Acoust. Soc. Am., 2000, **108**(3): 1037-1045.
- [12] CUNEFARE K A, CURREY M N, JOHNSON M E, et al. The radiation efficiency grouping of free-space acoustic radiation modes[J]. J. Acoust. Soc. Am., 2001, **109**(1): 203-215.
- [13] ARENAS J P. Numerical computation of the sound radiation from a planar baffled vibrating surface[J]. Journal of Computational Acoustics, 2008, **16**(3): 321-341.
- [14] WU H J, JIANG W K, LIU Y J. Analyzing acoustic radiation modes of baffled plates with a fast multipole boundary element method[J]. Journal of Vibration and Acoustics, 2013, **135**(1): 011007.
- [15] PETERS H, KESSISOGLOU N, MARBURG S. Enforcing reciprocity in numerical analysis of acoustic radiation modes and sound power evaluation[J]. Journal of Computational Acoustics, 2012, **20**(3): 1250005.
- [16] 毛崎波, 姜哲. 对声辐射模态的讨论[J]. 振动工程学报, 2000, **13**(4): 633-637.
MAO Qibo, JIANG Zhe. Research on sound radiation modes[J]. Journal of Vibration Engineering, 2000, **13**(4): 633-637.
- [17] 毛崎波, 徐柏龄, 姜哲. 对声辐射模态法的改进[J]. 振动工程学报, 2002, **15**(3): 262-266.
MAO Qibo, XU Boling, JIANG Zhe. Improvement of radiation mode method[J]. Journal of Vibration Engineering, 2002, **15**(3): 262-266.
- [18] 黎胜, 赵德有. 结构声辐射的振动模态分析和声辐射模态分析研究[J]. 声学学报, 2004, **29**(3): 200-208.
LI Sheng, ZHAO Deyou. Research on modal analysis of structural acoustic radiation using structural vibration modes and acoustic radiation modes[J]. Acta Acustica, 2004, **29**(3): 200-208.
- [19] 赵志高, 黄其柏. 复杂结构的声辐射解耦及其声辐射效率分析[J]. 振动工程学报, 2004, **17**(3): 326-331.
ZHAO Zhigao, HUANG Qibai. Analysis of acoustical radiation decoupling and acoustical radiation efficiency of complex structure[J]. Journal of Vibration Engineering, 2004, **17**(3): 326-331.
- [20] 姜哲. 声辐射问题中的模态分析: I 理论[J]. 声学学报, 2004, **29**(4): 373-378.
JIANG Zhe. A modal analysis for the acoustic radiation problems: I. Theory[J]. Acta Acustica, 2004, **29**(4): 373-378.
- [21] 姜哲. 声辐射问题中的模态分析, II. 实例[J]. 声学学报, 2004, **29**(6): 507-515.
JIANG Zhe. A modal analysis for the acoustic radiation problems: II. Examples[J]. Acta Acustica, 2004, **29**(6): 507-515.
- [22] 吴卫国, 王贵成, 王志. 振动板辐射噪声的结构主动控制[J]. 振动

- 与冲击, 2006, **25**(5): 10-13, 17, 187-188.
- WU Weiguo, WANG Guicheng, WANG Zhi. Active control of structure noise radiated from vibrating plate[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2006, **25**(5): 10-13, 17, 187-188.
- [23] 李双, 陈克安. 结构振动模态和声辐射模态之间的对应关系及其应用[J]. *声学学报*, 2007, **32**(2): 171-177.
- LI Shuang, CHEN Ke'an. The relationship between acoustic radiation modes and structural modes and its applications[J]. *Acta Acustica*, 2007, **32**(2): 171-177.
- [24] WU H, JIANG W, ZHANG Y, et al. A method to compute the radiated sound power based on mapped acoustic radiation modes[J]. *J. Acoust. Soc. Am.*, 2014, **135**(2): 679-692.
- [25] WU H J, JIANG W K, PAN S W. Some research of mapped radiation modes and its application in analyzing the radiation surface of vibrating structures[C]//*Proceedings of Meetings on Acoustics*, 2013, **19**: 065058.
- [26] 聂永发, 朱海潮. 利用源强声辐射模态识别噪声源[J]. *振动工程学报*, 2014, **27**(4): 539-546.
- NIE Yongfa, ZHU Haichao. The method of identification of the planar noise source based on source strength acoustic radiation modes[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2014, **27**(4): 539-546.
- [27] 聂永发, 朱海潮. 利用源强密度声辐射模态重建声场[J]. *物理学报*, 2014, **63**(10): 256-267.
- NIE Yongfa, ZHU Haichao. Acoustic field reconstruction using source strength density acoustic radiation modes[J]. *Acta Physica Sinica*, 2014, **63**(10): 256-267.
- [28] 聂永发, 朱海潮. 复杂结构声辐射模态的计算[J]. *应用声学*, 2014, **33**(6): 534-540.
- NIE Yongfa, ZHU Haichao. Calculation of acoustic radiation modes of the complicated structure[J]. *Journal of Applied Acoustics*, 2014, **33**(6): 534-540.
- [29] 聂永发. 声辐射模态理论及其应用研究[D]. 武汉: 海军工程大学, 2014.
- [30] LIU Z B, MAURY C. An improved method for the calculation of Near-Field Acoustic Radiation Modes[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2016, **363**: 316-328.
- [31] LIU Z B, MAURY C. Numerical and experimental study of Near-Field Acoustic Radiation Modes of a baffled spherical cap[J]. *Applied Acoustics*, 2017, **115**: 23-31.
- [32] NAGHSHINEH K, KOOPMANN G H, BELEGUNDU A D. Material tailoring of structures to achieve a minimum radiation condition[J]. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1992, **92**(2): 841-855.
- [33] NAGHSHINEH K, KOOPMANN G H. A design method for achieving weak radiator structures using active vibration control[J]. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1992, **92**(2): 856-870.
- [34] NAGHSHINEH K, KOOPMANN G H. Active control of sound of soud power using acoustic basis functions as surface velocity filters[J]. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1993, **93**(5): 2740-2752.
- [35] NAGHSHINEH K, CHEN W C, KOOPMANN G H. Use of acoustic basis functions for active control of sound power radiated from a cylindrical shell[J]. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1998, **103**(4): 1897-1903.
- [36] CHANPHENG T, YAMADA H, MIYATA T, et al. Application of radiation modes to the problem of low-frequency noise from a highway bridge[J]. *Applied Acoustics*, 2004, **65**(2): 109-123.
- [37] 毛崎波, 姜哲. 通过声辐射模态研究结构噪声的有源控制[J]. *江苏理工大学学报(自然科学版)*, 2000, **21**(4): 1-6.
- MAO Qibo, JIANG Zhe. A research on active structural acoustic control by radiation modes[J]. *Journal of Jiangsu University of Science and Technology*, 2000, **21**(4): 1-6.
- [38] SORS T C, ELLIOTT S J. Volume velocity estimation with accelerometer arrays for active structural acoustic control[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2002, **258**(5): 867-883.
- [39] 陈克安, 尹雪飞. 基于近场声压传感的结构声辐射有源控制[J]. *声学学报*, 2005, **30**(1): 63-68.
- CHEN Ke'an, YIN Xuefei. Active control of radiated sound using near field pressure sensing[J]. *Acta Acustica*, 2005, **30**(1): 63-68.
- [40] 姜哲. 基于声辐射模态讨论声能量辐射与传递[J]. *声学学报*, 2005, **30**(2): 125-131.
- JIANG Zhe. Discussion about radiation and transfer of acoustic energy by radiation modes[J]. *Acta Acustica*, 2005, **30**(2): 125-131.
- [41] 李双, 陈克安. 自适应声学结构中基于声辐射模态的有源控制策略[J]. *西北工业大学学报*, 2006, **24**(4): 492-496.
- LI Shuang, CHEN Kean. A new active control strategy applied to adaptive acoustic structure[J]. *Journal of Northwestern Polytechnical University*, 2006, **24**(4): 492-496.
- [42] HILL S G, SNYDER S D, TANAKA N. Practical implementation of an acoustic-based modal filtering sensing technique for active noise control[J]. *Applied Acoustics*, 2007, **68**(11-12): 1400-1426.
- [43] 靳国永, 杨铁军, 刘志刚. 基于声辐射模态的有源结构声传入及其辐射控制[J]. *声学学报*, 2009, **34**(3): 256-265.
- JIN Guoyong, YANG Tiejun, LIU Zhigang. Active control of sound transmission and radiation into an enclosure based on acoustic radiation modes[J]. *Acta Acustica*, 2009, **34**(3): 256-265.
- [44] PASQUAL A M, MARTIN V. On the acoustic radiation modes of compact regular polyhedral arrays of independent loudspeakers[J]. *J. Acoust. Soc. Am.*, 2011, **130**(3): 1325-1336.
- [45] 和卫平, 陈美霞, 魏建辉, 等. 基于有限测点的单层圆柱壳辐射声功率计算[J]. *船舶力学*, 2012, **16**(10): 1204-1211.
- HE Weiping, CHEN Meixia, WEI Jianhui, et al. Calculation of acoustic power radiated from a cylindrical shell based on a limited number of measurements[J]. *Journal of Ship Mechanics*, 2012, **16**(10): 1204-1211.
- [46] 崔怀峰, 胡如夫, 王明军, 等. 基于声辐射模态的有源噪声智能控制[J]. *控制工程*, 2018, **25**(6): 972-979.
- CUI Huafeng, HU Rufu, WANG Mingjun, et al. Active noise intelligent control based on acoustic radiation mode[J]. *Control Engineering of China*, 2018, **25**(6): 972-979.
- [47] SNYDER S D, TANAKA N. On feedforward active control of sound and vibration using vibration error signals[J]. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1993, **94**(4): 2181-2193.
- [48] CAZZOLATO B S, HANSEN C H. Active control of sound transmission using structural error sensing[J]. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1998, **104**(5): 2878-2889.
- [49] JOHNSON W M, CUNEFARE K A. Use of principle velocity patterns in the analysis of structural acoustic optimization[J]. *J. Acoust. Soc. Am.*, 2007, **121**(2): 938-948.
- [50] 靳国永. 结构声辐射与声传输有源控制理论与控制技术研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2007.
- JIN Guoyong. Theories and techniques for active control of structural acoustic radiation and transmission[D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2007.
- [51] JIANG S M, CHEN N. Active structural acoustic control in enclosure using radiation modes[J]. *Transactions of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics*, 2009, **26**(2): 101-106.
- [52] BAGHA A K, MODAK S V. Structural sensing of interior sound for active control of noise in structural-acoustic cavities[J]. *J. Acoust. Soc. Am.*, 2015, **138**(1): 11-21.
- [53] 苏常伟, 朱海潮, 毛荣富. 耦合封闭声腔的主导声辐射模态确定方法[J]. *国防科技大学学报*, 2019, **41**(2): 158-162.
- SU Changwei, ZHU Haichao, MAO Rongfu. Determination method of dominant acoustic radiation modes in coupling enclosure[J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2019, **41**(2): 158-162.
- [54] 毛荣富, 苏常伟, 朱海潮. 弱耦合封闭声腔的声辐射模态理论与计算[J]. *声学学报*, 2019, **44**(3): 297-302.

- MAO Rongfu, SU Changwei, ZHU Haichao. Theory and calculation for acoustic radiation mode of weak coupling enclosure[J]. *Acta Acustica*, 2019, **44**(3): 297-302.
- [55] BORGOTTI G V, JONES K E. The determination of the acoustic far field of a radiating body in an acoustic fluid from boundary measurements[J]. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1993, **93**(5): 2788-2797.
- [56] SARKISSIAN A. Reconstruction of the surface acoustic field on radiating structures[J]. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1992, **92**(2): 825-830.
- [57] BAI M R, TSAO M. Estimation of sound power of baffled planar sources using radiation matrices[J]. *J. Acoust. Soc. Am.*, 2002, **112**(3 pt 1): 876-883.
- [58] 姜哲. 声辐射问题中的模态分析: III. 声场重构[J]. *声学学报*, 2005, **30**(3): 242-248.
JIANG Zhe. A modal analysis for the acoustic radiation problems: III. Reconstruction of acoustic fields[J]. *Acta Acustica*, 2005, **30**(3): 242-248.
- [59] 杨东升, 姜哲. 声辐射模态在声场重构中的应用[J]. *噪声与振动控制*, 2009, **29**(2): 55-58.
YANG Dongsheng, JIANG Zhe. Application of acoustic radiation modes to acoustic fields reconstruction[J]. *Noise and Vibration Control*, 2009, **29**(2): 55-58.
- [60] MAURY C. The radiation modes problem: exact solutions for the active control of sound power and the reconstruction of acoustic sources[C/OL]//Invited Seminar - ISVR Seminar Series, May 4, 2010, Institute of Sound and Vibration Research, University of Southampton, Southampton, United Kingdom[2021-2-2].<http://search.ebscohost.com.nudtproxy.yitlink.com:80/login.aspx?direct=true&db=edsnai&AN=edsnai.ocn695255807&lang=zh-cn&site=eds-live>.
- [61] 李秀莲, 赵东升. 声辐射模态下测量点分布对声场重构影响的研究[J]. *内燃机工程*, 2010, **31**(1): 69-73.
LI Xiulian, ZHAO Dongsheng. Study on influence of measurement point distribution on reconstruction of acoustic fields based on acoustic radiation mode[J]. *Chinese Internal Combustion Engine Engineering*, 2010, **31**(1): 69-73.
- [62] 樊士贡, 姜哲. 声场重构的声辐射模态阶数分析[J]. *应用声学*, 2012, **31**(6): 456-461.
FAN Shigong, JIANG Zhe. Studies of the order of the acoustic radiation modes for sound field reconstruction[J]. *Applied Acoustics*, 2012, **31**(6): 456-461.
- [63] MARBURG S, LÖSCHE E, PETERS H, et al. Surface contributions to radiated sound power[J]. *J. Acoust. Soc. Am.*, 2013, **133**(6): 3700-3705.
- [64] 郭亮, 朱海潮, 毛荣富, 等. 声辐射模态和球谐波函数在球源声场重建中的比较[J]. *声学学报*, 2016, **41**(2): 202-210.
GUO Liang, ZHU Haichao, MAO Rongfu, et al. Comparison of acoustic radiation modes and spherical harmonic functions in the acoustic field reconstructions of spherical sources[J]. *Acta Acustica*, 2016, **41**(2): 202-210.
- [65] 毛荣富, 朱海潮. 稀疏测点条件下的结构法向速度重建[J]. *声学学报*, 2017, **42**(4): 451-456.
MAO Rongfu, ZHU Haichao. Normal velocity reconstruction with sparse measurement points[J]. *Acta Acustica*, 2017, **42**(4): 451-456.
- [66] 苏俊博, 朱海潮, 苏常伟. 一种识别声源噪声辐射区域的方法[J]. *船舶力学*, 2017, **21**(2): 237-243.
SU Junbo, ZHU Haichao, SU Changwei. A method to identify the noise radiation regions on the surface of acoustic source[J]. *Journal of Ship Mechanics*, 2017, **21**(2): 237-243.
- [67] 苏俊博, 朱海潮, 毛荣富, 等. 基于声辐射模态的声场重建中的测点优化方法[J]. *振动与冲击*, 2017, **36**(3): 145-150.
SU Junbo, ZHU Haichao, MAO Rongfu, et al. Optimization of measurement points in reconstruction of acoustic field based on acoustic radiation modes[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2017, **36**(3): 145-150.
- [68] 苏俊博, 朱海潮, 谢志敏, 等. 利用部分声源面测量数据识别噪声源[J]. *振动工程学报*, 2017, **30**(1): 71-78.
SU Junbo, ZHU Haichao, XIE Zhimin, et al. Acoustic source identification using partial measured data on the source surface[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2017, **30**(1): 71-78.
- [69] 鱼海涛, 王英民, 王奇. 利用声辐射模态重构任意目标的散射声场[J]. *应用声学*, 2017, **36**(3): 264-275.
YU Haitao, WANG Yingmin, WANG Qi. Acoustic scattering field reconstruction for arbitrary targets using acoustic radiation modes[J]. *Journal of Applied Acoustics*, 2017, **36**(3): 264-275.
- [70] LIU J W, LIU Y F, BOLTON J S. Acoustic source reconstruction and visualization based on acoustic radiation modes[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2018, **437**: 358-372.
- [71] JOHNSON M E, ELLIOTT S J. Active control of sound radiation using volume velocity cancellation[J]. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1995, **98**(4): 2174-2186.
- [72] 杜向华, 朱海潮, 毛荣富. 利用声辐射模态进行声功率的灵敏度分析[J]. *振动与冲击*, 2011, **30**(11): 183-185, 213.
DU Xianghua, ZHU Haichao, MAO Rongfu. Acoustic sensitivity analysis of sound power using sound radiation modes[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2011, **30**(11): 183-185, 213.
- [73] 毛崎波, 陈小超. 通过声辐射模态计算矩形薄板的模态辐射效率[J]. *机械设计与制造*, 2013(7): 108-110.
MAO Qibo, CHEN Xiaochao. Calculation of modal radiation efficiency of a rectangular thin plate by using radiation mode approach[J]. *Machinery Design & Manufacture*, 2013(7): 108-110.
- [74] 薛晓理, 吴锦武, 赵龙胜. 对两相材料薄板声功率及其灵敏度研究[J]. *声学技术*, 2014, **33**(5): 393-397.
XUE Xiaoli, WU Jinwu, ZHAO Longsheng. Analysis of sound power and sensitivity of bi-material thin plate[J]. *Technical Acoustics*, 2014, **33**(5): 393-397.
- [75] 张诗科, 朱海潮, 毛荣富, 等. 强干扰环境下双面 Patch 近场声全息技术[J]. *武汉理工大学学报(交通科学与工程版)*, 2016, **40**(6): 1025-1031.
ZHANG Shike, ZHU Haichao, MAO Rongfu, et al. Double-layer patch near-field acoustic holography under strong interference environment[J]. *Journal of Wuhan University of Technology (Transportation Science & Engineering)*, 2016, **40**(6): 1025-1031.
- [76] 郭亮, 朱海潮, 毛荣富. 基于声辐射模态的双面 Patch 近场声全息技术[J]. *海军工程大学学报*, 2015, **27**(5): 25-29.
GUO Liang, ZHU Haichao, MAO Rongfu. Double-layer Patch near-field acoustic holography based on acoustic radiation modes[J]. *Journal of Naval University of Engineering*, 2015, **27**(5): 25-29.
- [77] GUO Liang, ZHU Haichao, MAO Rongfu, et al. Sound field separation technique based on acoustic radiation modes[J]. *Journal of Ship Mechanics*, 2017, **21**(6): 779-790.
- [78] 田湘林, 楼京俊. 基于声辐射模态理论的平面近场瞬态声全息[J]. *海军工程大学学报*, 2019, **31**(2): 100-105.
TIAN Xianglin, LOU Jingjun. Planar near field transient acoustic holography based on acoustic radiation modal theory[J]. *Journal of Naval University of Engineering*, 2019, **31**(2): 100-105.