

引用格式: 陈宇, 王彪. 基于改进蚁群算法的二维 MUSIC 多谱峰搜索研究[J]. 声学技术, 2021, 40(1): 128-133. [CHEN Yu, WANG Biao. Ant colony algorithm based two-dimensional MUSIC multi-spectral peak search[J]. Technical Acoustics, 2021, 40(1): 128-133.] DOI: 10.16300/j.cnki.1000-3630.2021.01.020

基于改进蚁群算法的二维 MUSIC 多谱峰搜索研究

陈宇, 王彪

(江苏科技大学, 江苏镇江 212003)

摘要: 针对二维基于特征分解的多重信号分类(Multiple Signal Classification, MUSIC)算法在多谱峰搜索时计算量大、估计失败率高以及传统蚁群算法在进行二维多谱峰搜索时无法同时搜索多个谱峰的问题, 将蚁群算法进行改进, 同时与聚类思想相结合, 加上动态调整搜索范围, 使得改进后的蚁群算法可以进行二维 MUSIC 多谱峰搜索, 同时可以分辨出相距较近的信号源的波达方向。通过仿真验证了改进后的蚁群算法在一定信噪比下进行谱峰搜索成功率高, 鲁棒性强, 且不受信号源距离大小的影响, 证明了该算法适合进行多谱峰搜索的任务。

关键词: 波达方向估计; 谱峰搜索; 改进的蚁群算法; 群智能算法

中图分类号: TN911.7

文献标志码: A

文章编号: 1000-3630(2021)-01-0128-06

Ant colony algorithm based two-dimensional MUSIC multi-spectral peak search

CHEN Yu, WANG Biao

(Jiangsu University of Science and Technology, Zhenjiang 212003, Jiangsu, China)

Abstract: In order to solve the problems of large computation amount and high failure rate in two-dimensional MUSIC multi-spectral peak search, and the traditional ant colony algorithm cannot search multiple spectral peaks simultaneously in two-dimensional multi-spectral peak search, the ant colony algorithm is improved by combining with clustering idea and dynamically adjusting the peak search range. After the improvement, ant colony algorithm can perform two-dimensional MUSIC multi-spectral peak search, and meantime distinguish the direction of arrival of the signal source which is closer to each other. By simulation, it is confirmed that the improved ant colony algorithm has high success rate, strong robustness and is not affected by the source distance under certain signal to noise ratio, which proves that the algorithm is suitable for the two dimensional multi-spectral peak searches.

Key words: direction of arrival (DOA) estimation; peak search; improved ant colony algorithm; swarm intelligence algorithm

0 引言

空间信号到达方向(Direction of Arrival, DOA)作为声呐阵列信号处理的一个重点, 其作用在于确定搜索空间信号源的位置。Schmidt^[1]在 1979 年提出的基于特征分解的多重信号分类(Multiple Signal Classification, MUSIC)算法真正突破了瑞利限, 实现了超分辨 DOA 估计, 以 MUSIC 算法为代表的基于特征分解的子空间算法得到了研究者的认可, 该类

算法一般需要在算法所对应的空间谱函数上进行谱峰搜索, 计算量巨大。如何进行快速有效的谱峰搜索一直是研究的热点, 可将谱峰搜索算法分为两类: 无策略搜索算法和策略搜索算法。无策略搜索方法是指这类算法遵循固定的搜索方法来进行谱峰搜索, 代表算法为传统的均匀遍历法, 该算法根据预设的精度要求来对解空间进行遍历搜索, 计算量大, 且计算量随着精度要求的提高而增大。策略搜索算法中, 有一类算法是采用分步搜索的办法, 这类算法的特点是先进行粗搜索, 再对部分区域进行细搜索, 如文献[2]提出的算法, 该算法将噪声子空间进行分块, 逐步收敛到谱峰附近, 再进行细搜索, 但是空间中的信号并不能保证服从某一分布, 所以分块的依据有待商榷; 如果分块不合理, 会在无信号空间进行搜索从而造成计算资源的浪费。文

收稿日期: 2019-11-18; 修回日期: 2019-12-27

基金项目: 国家自然科学基金(11574120、U1636117)资助项目。

作者简介: 陈宇(1995-), 男, 江苏兴化人, 硕士研究生, 研究方向为水声工程。

通信作者: 陈宇, E-mail: 182010043@stu.just.edu.cn

献[3-4]提出设置一个门限，然后通过大步进搜索，找出高于门限的谱峰所在的一个大致范围，再在该范围内进行小步进搜索，找出准确的谱峰。但是文中也表示，门限设置的好坏直接影响了算法的成功率。与上述策略算法不同，群智能算法充分利用了空间谱函数的形状^[5-6]，确定相应的搜索策略从而快速收敛到谱峰附近；同时，群智能算法并不需要对空间进行分块，这大大加强了算法的鲁棒性。如文献[7]提出的基于遗传算法的 MUSIC 谱峰搜索技术，文献[8]提出的基于鸡群优化算法的谱峰搜索，都取得了很好的效果，但是由于群智能算法属于全局优化算法，所以鲜有文章考虑空间中存在多个信号源的情况，也即多谱峰搜索问题。

在实际应用中，水下或者水面经常存在多个信号源，同时有些信号源相距很近，例如海战中的航母编队。在该实际背景下如何快速准确地估计出所有信号源的波达方向是本文的研究重点。蚁群算法作为群智能算法中的典型算法，已有非常完善的应用背景与数学理论依据，本文利用蚁群算法来进行 DOA 估计的研究，并且针对传统蚁群算法的一些缺陷，提出了更加适合多谱峰搜索的改进蚁群算法，并利用仿真实验，证明了本文算法的有效性。

1 二维 MUSIC 算法

1.1 接收信号模型^[9]

进行二维 DOA 估计一般选择 L 型阵列或者均匀平面阵，本文采用的是均匀平面阵。设平面阵列阵元数为 $M \times N$ ，信源数为 K 。假设空间中各信号源的波达方向表示为 $(\theta_1, \phi_1), (\theta_2, \phi_2), \dots, (\theta_K, \phi_K)$ ，其中 θ_k, ϕ_k 分别为第 k 个信号源的仰角和方位角。均匀平面阵可以按照行或者列分成若干个子阵，其中每个子阵为均匀线阵，以行为例，则子阵 m 的数学模型可表示为

$$\mathbf{A}_m = \mathbf{A}_x \mathbf{D}_m(\mathbf{A}_y), \quad m=1, 2, \dots, M \quad (1)$$

式中： \mathbf{A}_x 和 \mathbf{A}_y 为子阵对应的 L 型阵列响应矩阵， $\mathbf{D}_m(\cdot)$ 表示由括号里面的矩阵 m 行构成的一个对角矩阵。则该均匀平面阵接收信号为

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_x \mathbf{D}_1(\mathbf{A}_y) \\ \mathbf{A}_x \mathbf{D}_2(\mathbf{A}_y) \\ \vdots \\ \mathbf{A}_x \mathbf{D}_M(\mathbf{A}_y) \end{bmatrix} \mathbf{S} + \mathbf{N} \quad (2)$$

1.2 MUSIC 推导^[9]

通过特征分解可以将阵列协方差矩阵 \mathbf{R} 划分为信号子空间与噪声子空间两个空间，即：

$$\mathbf{R} = \mathbf{U}_s \boldsymbol{\Sigma}_s \mathbf{U}_s^H + \mathbf{U}_N \boldsymbol{\Sigma}_N \mathbf{U}_N^H \quad (3)$$

式中： $\boldsymbol{\Sigma}_s$ 为 \mathbf{R} 的特征分解中较大的 K 个特征值构成的对角阵， \mathbf{U}_s 为对应的特征向量张成的信号子空间，同理， $\boldsymbol{\Sigma}_N$ 为 $N-K$ 个特征值构成的对角阵， \mathbf{U}_N 为张成的噪声子空间，由噪声子空间与信号子空间正交可得：

$$\mathbf{R} \mathbf{U}_N = \mathbf{A}(\theta) \mathbf{R}_s \mathbf{A}^H(\theta) \mathbf{U}_N + \sigma_N^2 \mathbf{U}_N = \sigma_N^2 \mathbf{U}_N \quad (4)$$

根据式(4)可得

$$\mathbf{A}(\theta) \mathbf{R}_s \mathbf{A}^H(\theta) \mathbf{U}_N = 0 \quad (5)$$

式中：矩阵 \mathbf{R}_s 为满秩阵，非奇异，所以它存在逆矩阵。于是式(5)可变成： $\mathbf{A}^H(\theta) \mathbf{U}_N = 0$ ，该式说明矩阵 $\mathbf{A}^H(\theta)$ 中的各个矢量与噪声子空间正交，故有：

$$\mathbf{U}_N^H \mathbf{a}(\theta_i) = 0, \quad i=1, 2, \dots, K \quad (6)$$

式中： $\mathbf{a}(\theta_i)$ 为 $\mathbf{A}(\theta)$ 中的第 i 个矢量，由噪声特征矢量和信号特征矢量的正交关系，得到空间谱函数为

$$P_{\text{MUSIC}}(\theta) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{U}_N \mathbf{U}_N^H \mathbf{a}(\theta)} \quad (7)$$

二维 MUSIC 类似于二维 MUSIC，只是方向矩阵进行了扩展，则二维 MUSIC 的空间谱函数为

$$P_{\text{MUSIC}}(\theta, \phi) = \frac{1}{\mathbf{B}^H \mathbf{E}_N \mathbf{E}_N^H \mathbf{B}} \quad (8)$$

式中： $\mathbf{B} = \mathbf{a}_y(\theta, \phi) \otimes \mathbf{a}_x(\theta, \phi)$ ， \mathbf{E}_N 为噪声特征向量，则该谱函数谱峰所在的角度即为空间波达方向。

2 蚁群算法改进

2.1 蚁群算法介绍^[10]

蚂蚁在寻找食物时，会在其经过的路径上释放一种可以称之为“信息素”的物质，蚁群内的蚂蚁对“信息素”具有感知能力，它们会沿着“信息素”浓度较高的路径行走，而每只路过的蚂蚁都会在路上留下“信息素”，这就形成一种类似正反馈的机制，通过这种机制可以快速找到食物源。而蚁群算法正是利用了这种特性来进行全局优化。

2.2 蚁群算法的改进

2.2.1 聚类分析思想

蚁群算法为全局优化算法，在迭代过程中会不断收敛到最优解附近。但是 DOA 估计为多谱峰搜索问题(当存在多个信号源的情况下)，每个谱峰的幅值不一样，所以蚁群往往聚集到幅值最高的谱峰附近，从而使得其他谱峰处蚂蚁较少，影响了估计的精度，也容易造成估计失败。针对该问题，本文创新地将机器学习中的聚类思想与传统的蚁群算法相结合，将每个谱峰周围距离该谱峰最近的蚂蚁归为一类，通过这种方式，使得蚁群可以互不干扰

地分开搜索不同的谱峰。该改进的步骤为：假设蚁群规模为 A ， $\{A_{nt1}, A_{nt2}, \dots, A_{ntM}\}$ ，在蚁群迭代开始之前利用信源数 K ，根据信息素最大且距离较远的原则从蚁群中找出 K 个聚类质心点^[9-11] $\{C_1, C_2, \dots, C_K\}$ ，然后根据误差平方和最小准则将所有的蚂蚁进行聚类。则在第 t 次迭代中，误差平方和函数为

$$J(t) = \min \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^M \|A_{ntk,i} - C_k\|^2 \quad (9)$$

聚类完成后再进行算法的剩余部分，一次迭代完成之后再重新聚类，重新选取信息素更高的点作为质心点，所以本文提出的算法既是蚁群算法，同时也是完整的聚类算法。通过引入聚类思想，让属于不同族的蚂蚁去寻找不同的谱峰，从而避免了最高谱峰对蚁群算法性能的影响。

2.2.2 动态调整搜索范围

本文的蚁群算法采用了局部搜索和全局搜索两种搜索模式。在一次迭代中，蚂蚁采取哪一种搜索方式是由转移概率决定的；在第 t 次迭代中，第 i 个蚂蚁的转移概率公式为^[7]

$$P_i^{(t)} = \frac{T_i(C_i) - T_i(i)}{T_i[C_i]} \quad (10)$$

式中： $T(\dots)$ 表示信息素， C_i 表示第 i 个蚂蚁所属族的质心点。则当该蚂蚁距离所在质心点较近也即 $P_{i,t}$ 较小时，采用局部搜索，其搜索谱峰公式为

$$c_{o,t} = c_{o,t-1} + (r_{nd} - 1) \cdot \lambda_t \quad (11)$$

当该蚂蚁距离所在质心较远也即 $P_{i,t}$ 较大时，采用全局搜索，其搜索公式为

$$c_{o,t} = c_{o,t-1} + d_{t-1} \cdot (r_{nd} - 0.5) \quad (12)$$

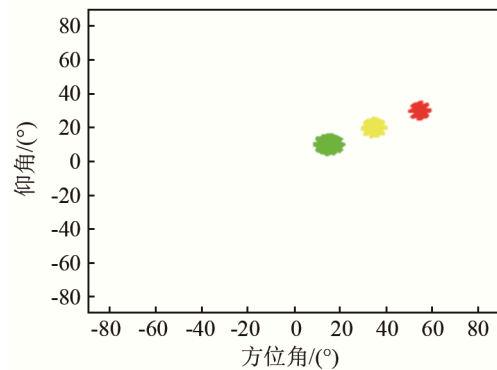
式(11)~(12)中， $c_{o,t}$ 为第 t 次迭代后第 i 个蚂蚁的坐标， r_{nd} 为 $0 \sim 1$ 之间的随机数， λ_t 为第 t 次迭代的步长。 d_{t-1} 为上次迭代后的搜索范围的上下边界差，转移概率 $P_{i,t}$ 的大小往往用一个转移概率常数来衡量，本文取概率转移常数为 0.05。设置上下边界可以防止蚂蚁跑出搜索范围，在传统的蚁群算法中，上下边界是固定不动的，比如需要搜索 $-90^\circ \sim 90^\circ$ 范围的 DOA，则上界设置为 90° ，下界设置为 -90° 。本文创新地随着蚁群算法的迭代调整搜索的边界，从而达到动态调整搜索范围的效果，调整的准则如下：

$$\begin{cases} R_{u,k,t}(x) = \max[A_{nt,i}(x)], & i \in F_k \\ R_{u,k,t}(y) = \max[A_{nt,i}(y)], & i \in F_k \\ R_{l,k,t}(x) = \min[A_{nt,i}(x)], & i \in F_k \\ R_{l,k,t}(y) = \min[A_{nt,i}(y)], & i \in F_k \end{cases} \quad (13)$$

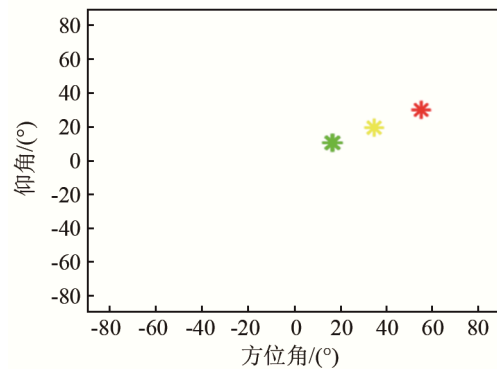
式中，下角 u, l 分别表示上、下的含义，如 $R_{u,k,t}(x)$

为第 t 次迭代的第 k 族的 x 坐标的上边界，该值为 k 族中 x 坐标的最大值，其他以此类推。该准则一方面独立划分了每一个族的上边界与下边界，蚂蚁在搜索时无法跑出这个边界，这样可以减少其他谱峰对当前谱峰上蚂蚁的影响，同时可以保证每一组蚂蚁种群规模的稳定；另一方面，随着搜索范围的减少，迫使每一族的蚂蚁向其所在族的质心点所在的位置聚集，使得该范围内的蚂蚁密度逐渐变大，从而可以更好地找到最优解，提高了搜索的速度与精度。

在同等仿真条件下，利用 Matlab 软件绘制出未使用和使用动态调整搜索范围的最终蚂蚁分布的投影图，其中图 1(a)未采用动态调整搜索范围，可以看出蚁群可以分别收敛到三个谱峰附近，但是并不集中，这会造成虽然估计成功，但是收敛速度较慢、误差较大的问题，而图 1(b)采用了动态调整搜索范围，可以看出蚁群不仅可以找到三个谱峰，而且收敛得非常紧密，通过这两张图的对比，可以看出该改进方法的有效性。



(a) 未采用动态搜索策略



(b) 采用动态搜索策略

图1 采用与不采用动态搜索策略蚁群投影图

Fig.1 Ant colony projection diagrams with and without dynamic search strategy

2.3 算法流程

结合了上述两个改进方法后，蚁群算法流程可以描述为：

(1) 设置最大迭代次数 T ，蚁群规模为 A ，目标误差为 E_T ，信息素挥发常数 R_{au} ，转移概率常数 p_0 ，初始化迭代次数 T 为 1，上边界为 $R_{u,1}$ ，下边界为 $R_{L,1}$ 。

(2) 随机设置蚂蚁的初始位置，设置每只蚂蚁的初始信息素为其空间谱函数上对应的函数值。

(3) 运用聚类分析的思想在蚁群中找出 K 个质心点，将其余蚂蚁分成 K 个族。

(4) 计算每只蚂蚁的状态转移概率 $P_{i,t}$ 。

(5) 更新每个族的上边界和下边界为 $R_{u,k,t}(x)$, $R_{u,k,t}(y)$, $R_{l,k,t}(x)$, $R_{l,k,t}(y)$ 。

(6) 通过状态转移概率选择搜索模式。

(7) 对超出搜索范围的蚂蚁进行越界处理。

(8) 更新信息素，更新公式为

$$T_{au,i,t} = (1 - R_{ou}) \cdot T_{au,i,t-1} + P_{MUSIC}(c_{o,i,t}) \quad (14)$$

式中 $T_{au,i,t}$ 为第 i 个蚂蚁在第 t 次迭代中的信息素，由两部分组成，加号前为经过挥发后残余的信息素，加号后为该次迭代中新留下的信息素。

(9) 得出本次迭代估计的谱峰值，即为各个族的质心点 $C_{k,t}$ ，计算误差 E_t ；如果误差 E_t 小于目标误差 E_T ，则结束；如果误差大于目标误差则转到步骤(3)，直到达到最大迭代次数或者误差小于目标误差。定义均方误差为

$$E_t = 10 \lg \left[\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K (D_{OAK} - C_{k,t})^2 \right] \quad (15)$$

式中： D_{OAK} 表示与 $C_{k,t}$ 相对应的实际波达方向。通过对误差取对数可以更好地绘制误差曲线图。

3 仿真与结果分析

3.1 实验设计

主要参数如下：阵元数为 $M=N=8$ ，为 8×8 的均匀面阵；快拍数为 500；蚁群规模为 400。

3.2 实验结果

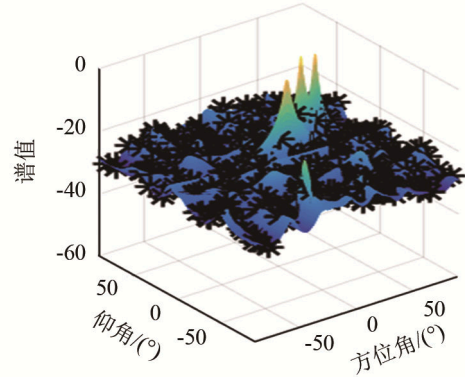
设置信噪比为 10 dB，迭代次数为 100 次，空间存在三个信号源，其波达方向分别为 $(10^\circ, 15^\circ)$ 、 $(20^\circ, 35^\circ)$ 和 $(30^\circ, 55^\circ)$ ，绘制出空间谱函数与迭代前后蚁群分布图如图 2 所示。

图 2(a) 为迭代前的蚁群分布图，可以看出蚂蚁随机地分布在空间谱函数上，图 2(b) 经过 50 次迭代后，所有的蚂蚁被分成了三个族，分别用红、黄、绿这三种颜色来区分不同的族，并且都收敛到了每个族对应的谱峰上，直观地说明了算法的有效性。

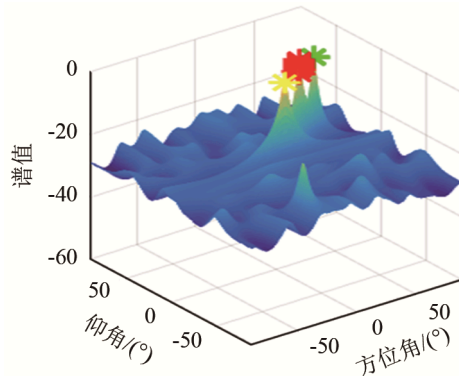
实际 DOA 估计结果如表 1 所示。

设置信噪比为 20 dB，迭代次数为 100 次，空

间存在三个信号源，其波达方向为 $(10^\circ, 15^\circ)$ 、 $(20^\circ, 35^\circ)$ 和 $(30^\circ, 55^\circ)$ 。本文提出的蚁群算法与传统蚁群算法的误差对比如图 3 所示，其中红色为传统的蚁群算法，蓝色为本文改进后的蚁群算法。从图



(a) 迭代前蚁群分布图



(b) 迭代后蚁群分布图

图 2 迭代前后蚁群分布图

Fig.2 Ant colony distribution maps before and after iteration

表 1 DOA 估计结果

Table 1 DOA estimation results

设定波达方向/(°)	估计波达方向/(°)
[10, 15]	[10.176 6, 13.783 4]
[30, 55]	[29.226 8, 54.270 7]
[20, 35]	[20.634 0, 35.068 8]

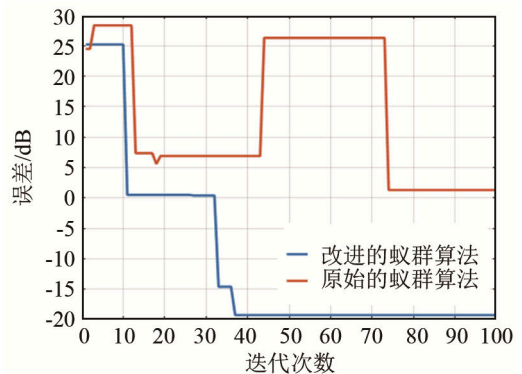


图 3 算法改进前后误差对比图

Fig.3 Comparison of DOA error before and after the algorithm being improved

3 可以看出, 迭代开始时, 两种算法的误差大约都为 25 dB, 经过大约 10 次迭代后, 本文算法的误差下降到 0 dB, 快于传统蚁群算法, 经过大约 40 次迭代后, 本文算法的误差下降到了大约-18 dB, 体现出了该算法很高的估计精度。此后, 由于受 MUSIC 算法分辨率限制, 误差基本不再下降。而此时传统蚁群算法误差大约为 6 dB, 在接下来的迭代中, 传统蚁群算法不能保持误差持续下降的趋势, 最终误差为 3 dB 左右, 精度明显低于本文提出的算法。这说明传统的蚁群算法并不能稳定且快速地进行多谱峰估计, 而改进后的蚁群算法能够很好地完成任务。

为了探究信噪比与算法性能的关系, 对本文在不同信噪比下多谱峰搜索进行了 100 次蒙特卡洛仿真, 设置波达方向为 3 个, 设置目标误差为 5 dB, 最大迭代数为 500。如果在最大迭代数之前达到目标误差, 则认定该次实验成功, 反之认为该次实验失败。统计结果如表 2 所示。

表 2 不同信噪比下本文算法性能
Table 2 Algorithm performance table under different SNRs

信噪比/dB	平均迭代次数	成功率/%
20	11.06	100
15	11.47	100
5	13.46	100
0	15.93	94
-5	17.36	55

从表 2 可以看出, 本文提出的算法在不同信噪比下迭代次数相差并不大, 保证了不同信噪比下快速估计 DOA 的需求, 且在高信噪比的情况下成功率均为 100%, 体现出本文算法具有较高的鲁棒性。但是在低信噪比情况下估计成功率较低, 主要原因是低信噪比情况下二维 MUSIC 算法性能下降较快, 有时甚至不会出现明显的谱峰。在这种情况下, 本文的算法往往不能正确找到所有的波达方向, 但可以找到空间谱函数中较为明显的谱峰所对应的波达方向。

为了探究在两个相近信号源情况下本文算法的性能, 设置空间信号源的数量为 2, 信噪比为 20 dB, 假设其波达方向分别为 (θ_1, ϕ_1) 和 (θ_2, ϕ_2) , 则两信号源角度距离 D 定义为

$$D = \sqrt{(\theta_1 - \theta_2)^2 + (\phi_1 - \phi_2)^2} \quad (16)$$

设置单次实验最大迭代次数为 100, 进行 100 次蒙特卡洛实验。谱峰靠近时搜索结果如图 4 所示。从图 4 可以直观地看出, 两个信号源非常靠近, 其谱峰重叠部分非常大, 仅可依稀分辨出两个

峰尖。但是利用本文的算法依然可以准确地找到这两个信号源的波达方向。

信号源靠近情况下, DOA 估计的结果如表 3 所示。

通过计算可以得出, 表 3 所示的估计误差为 -1.3 dB, 表明本文的算法可以正确估计出两个相近信号源的波达方向。

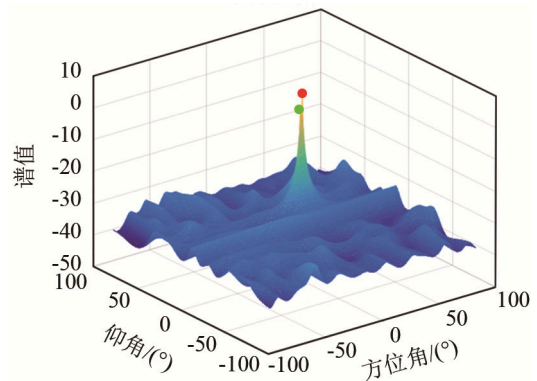


图 4 谱峰靠近时搜索结果

Fig.4 Search result graph when the peaks are close to each other

表 3 信号源靠近情况下 DOA 估计结果
Table 3 DOA estimation results when the signal sources are close

设定波达方向/(°)	平均估计波达方向/(°)
[10, 18]	[9.978 9, 16.783 4]
[13, 13]	[12.982 7, 12.967 4]

进一步探究多个空间信号源与信号源之间的角度距离对于算法性能的影响, 设置空间信号源数量为 2, 改变两个信号源之间的角度距离, 进行 100 次蒙特卡洛实验, 实验结果统计如表 4 所示。

表 4 不同角度距离下算法性能表
Table 4 Algorithm performance table at different angle distances

角度距离/(°)	平均迭代次数	成功率/%
112	27.21	100
20	26.87	100
14	23.33	100
10	24.30	100
6	22.50	100

从表 4 的结果可以看出, 本文改进后的算法的估计成功率不受信号源之间角度距离的影响, 可以应对不同的实际情况。

4 结 论

本文针对二维 MUSIC 算法多谱峰搜索存在的计算量大、容易失败等问题, 提出了将蚁群算法与

二维 MUSIC 相结合的解决办法, 并针对多谱峰搜索的问题对传统蚁群算法进行了改进, 包括与机器学习中的聚类分析相结合以及动态调整搜索范围。通过仿真可以看出, 本文的改进蚁群算法可以很好地按照改进思路进行正确的聚类, 并且可以在空间中存在多个信号源以及信号源比较靠近时正确地估计出他们的波达方向。与传统蚁群算法相比, 改进后的蚁群算法可以完成多谱峰搜索且具有更高的估计精度, 并且在较高信噪比环境下具有较高的鲁棒性。下一步的工作是改进该算法在低信噪比情况下的估计成功率。

参 考 文 献

- [1] SCHMIDT R. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1986, 34(3): 276-280.
- [2] 任晓航, 单宝堂, 吴昊. 新型快速 DOA 估计算法[J]. 国外电子测量技术, 2016, 35(8): 22-25.
REN Xiaohang, SHAN Baotang, WU Hao. New algorithm of fast DOA[J]. Foreign Electronic Measurement Technology, 2016, 35(8): 22-25.
- [3] 曾浩, 张迎辉, 冯文江. 快速子空间谱峰搜索方法[J]. 计算机应用, 2009, 29(9): 2546-2547, 2567.
ZENG Hao, ZHANG Yinghui, FENG Wenjiang. New peak searching method in subspace spectrum[J]. Journal of Computer Applications, 2009, 29(9): 2546-2547, 2567.
- [4] 王薇, 殷勤业, 姚博彬, 等. 结合快速傅里叶变换和线性调频变换的快速波达方向估计[J]. 西安交通大学学报, 2019, 53(12): 131-138, 160.
WANG Wei, YIN Qinye, YAO Bobin, et al. A fast direction-of-arrival estimation algorithm based on fast Fourier transform and chirp transform[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2019, 53(12): 131-138, 160.
- [5] 石洋, 胡长青, 崔杰. 免疫粒子滤波在声呐图像目标跟踪中的应用[J]. 声学技术, 2019, 38(4): 370-375.
SHI Yang, HU Changqing, CUI Jie. Application of immune particle filter in target tracking with sonar image[J]. Technical Acoustics, 2019, 38(4): 370-375.
- [6] 樊征兵, 李阳, 宋亚辉, 等. 一种改进粒子群算法的立体阵列优化方法[J]. 声学技术, 2018, 37(2): 179-186.
FAN Zhengbing, LI Yang, SONG Yahui, et al. An improved particle swarm optimization algorithm for 3D array optimization[J]. Technical Acoustics, 2018, 37(2): 179-186.
- [7] 王霖郁, 康新. 基于种群优化的遗传算法的 MUSIC 谱峰搜索技术[J]. 计算机应用研究, 2014, 31(12): 3543-3545, 3583.
WANG Linyu, KANG Xin. Research on MUSIC spectral peak searching based on improved population genetic algorithms[J]. Application Research of Computers, 2014, 31(12): 3543-3545, 3583.
- [8] 窦慧晶, 朱子云, 高立著. 基于鸡群优化算法的二维 MUSIC 谱峰搜索算法[J]. 北京工业大学学报, 2018, 44(11): 1409-1413.
DOU Huijing, ZHU Ziyun, GAO Lijing. Two-dimensional MUSIC spectral peak search algorithm based on chicken swarm optimization[J]. Journal of Beijing University of Technology, 2018, 44(11): 1409-1413.
- [9] 张小飞, 汪飞, 徐大专. 阵列信号处理的理论和应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2010.
- [10] 柯良军. 蚁群智能优化方法及其应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2017.
- [11] 黄晓辉, 王成, 熊李艳, 等. 一种集成簇内和簇间距离的加权 k-means 聚类方法[J]. 计算机学报, 2019, 42(12): 2836-2848.
HUANG Xiaohui, WANG Cheng, XIONG Liyan, et al. A weighting k-means clustering approach by integrating intra-cluster and inter-cluster distances[J]. Chinese Journal of Computers, 2019, 42(12): 2836-2848.