引用格式: 张毅, 安俊英, 成刚, 等. 薄壳目标的多基地声散射特性研究[J]. 声学技术, 2022, 41(3): 452-459. [ZHANG Yi, AN Junying, CHENG Gang, et al. Study on multi-base acoustic scattering characteristics of thin shell targets[J]. Technical Acoustics, 2022, 41(3): 452-459.] DOI: 10.16300/j.cnki.1000-3630.2022.03.021

薄壳目标的多基地声散射特性研究

张毅12,安俊英1,成刚1,徐芳1

(1. 中国科学院声学研究所北海研究站,山东青岛 266109; 2. 中国科学院大学,北京 100049)

摘要:文章对水中薄壳目标的多基地声散射特性进行了理论仿真与试验测量研究。首先采用有限元耦合边界元和基尔霍夫(Kirchhoff)近似积分两种不同的数值计算方法对内部充气球冠圆柱壳的多基地声散射特性进行建模仿真,然后通过目标在消声水池的散射声场试验测量验证仿真结果的有效性。采用相同的数值计算方法对 Benchmark 模型的多基地散射声场进行仿真计算,分析多基地(全向)声散射特性及散射机理。结果表明,水中目标多基地散射的回波强度与回波结构与多基地分置角相关,且回波亮点的主瓣宽度也随多基地分置角变化而变化; Benchmark 模型的艇体和指挥舱之间存在强烈的干涉作用,使多基地(全向)散射声场的竖状条纹发生倾斜。研究为水下目标的多基地探测提供理论支持。

关键词:多基地;声散射特性;有限元耦合边界元;基尔霍夫(Kirchhoff)近似积分

中图分类号: O427 文献标志码: A 文章编号: 1000-3630(2022)-03-0452-08

Study on multi-base acoustic scattering characteristics of thin shell targets

ZHANG Yi^{1,2}, AN Junying¹, CHENG Gang¹, XU Fang¹

(1. Qingdao Branch, Institute of Acoustics, Chinese Academic of Sciences, Qingdao 266109, Shandong, China; 2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: In this paper, simulations and experiments of the multi-base acoustic scattering characteristics of thin-shell targets in water are carried out. Firstly, two different numerical calculation methods, finite element coupled with boundary element method and Kirchhoff approximate integration method, are used to simulate the multi-base acoustic scattering characteristics of the cylindrical shell with an internally inflated spherical crown, and the validity of the simulation results is verified by experimental measurements in an anechoic pool. The same numerical calculation method is used to simulate the multi-base scattered sound field of Benchmark model and analyze the corresponding omnidirectional sound scattering characteristics and scattering mechanism. The results show that the echo intensity and the echo structure of multi-base scattering from underwater targets are related to the multi-base split angle, and the width of the main flap of the echo bright spot also varies with the multi-base split angle; there is a strong interference effect between the hull and the command module of the Benchmark model, which tilts the vertical stripes of the multi-base scattered sound field in all directions. The study provides theoretical support for the multi-base detection of underwater targets.

Key words: multi-base; sound scattering characteristics; finite element coupled boundary element; Kirchhoff approximate integration

0 引言

随着目标辐射噪声和回波强度的大幅度下降、海洋环境噪声的大幅度提高¹¹以及通信和信号处理技术的迅速发展,水下目标多基地声散射特性研究成为目标探测的热点问题。相比于单基地声呐,多

收稿日期: 2022-01-04; 修回日期: 2022-02-12

作者简介: 张毅(1994一), 男, 江西九江人, 硕士研究生, 研究方向为水

下目标声散射。

通信作者: 安俊英, E-mail: annijy@mail.ioa.ac.cn

基地目标探测具有隐蔽性能好、探测范围广、抗干扰能力强等优点。潜艇、水下无人航行器等水下探测目标多为壳体结构,且壳体厚度远小于其线度。 因此,对薄壳目标声散射特性进行研究和特征提取有助于对水下目标的探测和识别。

研究壳体目标声散射特性能够有效分析流体与壳体之间的耦合作用,汤渭霖等^[2]较早在实验中发现斜入射时的圆柱表面螺旋环绕波,Bao^[3]、Madigosky等^[4]研究了圆柱和球冠圆柱表面环绕波的共振条件、共振模态和几何特性,Sun 等^[5]、

Marston 等^[6]、Morse 等^[7]研究了垂直入射时圆柱壳 反向散射的中频增强现象,分析了圆柱壳厚度对中 空钢圆柱表面相速度和辐射阻尼的影响。

对于水下非规则目标声散射的数值计算方法 主要有以亥姆霍兹(Helmholtz)表面积分方程为基础 的基于物理声学的基尔霍夫(Kirchhoff)近似积分方 法和以结构声学为基础发展的有限元耦合边界元 方法。有限元耦合边界元方法能够准确有效地计算 目标在声波入射时的振动和散射情况,中国科学院 声学研究所北海研究站(简称:北海站)孙阳等[8]仿真 计算了充水隔板球壳的声散射形态函数并分析了 其共振模态以及散射特性。针对非轴对称激励下的 轴对称目标还可以通过模式分解和变分理论将三 维模型降解为二维模型进行求解, 能够迅速提高计 算速度^[9]。Kirchhoff 近似积分方法具有明确的物理 意义,在中高频情况下计算精度较高并且计算速度 快,最早通过物理光学方法引入声学,将面积分转 换为线积分进行求解[10-11], 北海站成刚等[12]计算了 目标位于界面附近的反向散射声场,上海交通大学 范军等[13]计算了规则形状目标的散射声场,都与解 析解吻合较好。

目前大多数文献中对目标声散射的研究集中在反向、前向等特定的方向上,对目标多基地声散射特性的研究相对较少。本文首先通过对内部充气的球冠圆柱目标散射建立有限元耦合边界元求解模型和 Kirchhoff 近似积分求解模型,对该目标的多基地声散射特性进行研究分析。在此基础上对主体结构同为球冠圆柱的单层 Benchmark 模型进行仿真建模及特征分析,为主动声呐的探测与识别提供理论支持。

1 目标声散射理论模型

1.1 有限元耦合边界元方法

对于弹性壳体目标,将目标和内部空间离散 化,得到简谐振动时的有限元方程为^[14]

$$(-\omega^2 M + K)u = F \tag{1}$$

其中: ω 为角频率; M为质量矩阵; K为刚度矩阵, F 为节点载荷矢量; u 为节点位移矢量。本文针对 薄 壳目标, 目标 节点 位 移 矢量 u 应 调 整 为 $u=[u_x\ u_y\ u_z\ \theta_x\ \theta_y\ \theta_z]$,而流体的结点位移矢量 为 $u=[u_x\ u_y\ u_z]$, u_x,u_y,u_z 分别为 x、y、z 方向结点位移, $\theta_x,\theta_y,\theta_z$ 分别为由挠度引起的绕 x、y、z 方向的转角。

再通过 Helmholtz 表面积分方程求解外部散射

声场,经论证该积分方程的解具有存在性和唯一性^[15],方程为

$$\int_{S} \left[p(\mathbf{r}_{0}, \mathbf{r}_{s}) \frac{\partial G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{s})}{\partial n(\mathbf{r}_{s})} - G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{s}) \frac{\partial p(\mathbf{r}_{0}, \mathbf{r}_{s})}{\partial n(\mathbf{r}_{s})} \right] dS =$$

$$C(\mathbf{r}_{s}) p(\mathbf{r}_{0}, \mathbf{r}) - p_{i}(\mathbf{r}_{0}, \mathbf{r}) \tag{2}$$

其中: r_0 为声源位置; r_s 为目标表面位置; r 为声场中任一点的位置; $p(r_0,r)$ 为总声压; $G(r,r_s)$ 为格林函数; $p_i(r_0,r)$ 为入射声压; $n(r_s)$ 为界面 S 上的外法向方向; $C(r_s)$ 为界面光滑度的相关系数。通过将Helmholtz 表面积分方程离散化,可以得到边界元方程:

$$A\mathbf{p} + C\mathbf{u}_n = p_i \tag{3}$$

其中: $A \times C$ 为表面积分方程离散化后的系数矩阵; p 为目标表面的总声场向量; u_n 为表面法向位移向量; p_i 表面入射声场向量。根据流-固界面的连续性条件,有限元耦合边界元方程为

$$\begin{bmatrix} K - \omega^2 M & L \\ CQ & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ p_i \end{bmatrix}$$
 (4)

其中: L 为将节点荷载与声压联系起来的耦合矩阵, Q 为节点位移转化为节点法向位移的矩阵。根据式(4)可获得目标表面的声压和法向振速, 进而计算外场任意一点的散射声场。

1.2 Kirchhoff 近似积分方法

为了避免求解积分方程,对式(2)采取适用于中高频的 Kirchhoff 近似积分,即将目标表面划分为能被声波直接入射的亮区与不能被声波直接入射的影区。Kirchhoff 近似积分的方程为

$$p_{s} = \frac{1}{4\pi} \int_{S} \frac{e^{ik(R_{1}+R_{2})}}{R_{1}R_{2}} V(\theta_{1}, f) \left[\left(ik - \frac{1}{R_{1}} \right) \cos(\theta_{1}) + \left(ik - \frac{1}{R_{2}} \right) \cos(\theta_{2}) \right] dS$$
(5)

式中: p_s 为接收点散射声场, R_1 、 R_2 分别为声源和接收点距目标表面的距离, $V(\theta_1,f)$ 为非刚性目标表面处的反射系数,与入射角度 θ_1 与频率 f 有关, θ_2 为接收角度,S 为亮区的面积。当计算目标的多基地散射声场时,需对该公式进行修正,从发射点和接收点观察都为亮区的部分如式(5)所示,而在接收点为亮区、发射点为暗区目标表面处的Kirchhoff 积分方程修正为

$$p_{s}' = \frac{1}{4\pi} \int_{S'} \frac{e^{ik(R_{1}+R_{2})}}{R_{1}R_{2}} \left[\left(ik - \frac{1}{R_{1}} \right) \cos(\theta_{1}) - \left(ik - \frac{1}{R_{2}} \right) \cos(\theta_{2}) \right] dS'$$
(6)

总散射声场为 p_s+p_s' 。通过将目标表面离散化,再将面积分转换为代数和的形式,能够极大地提升计算效率。

2 数值仿真计算分析与试验测量

当声波入射到目标上时,外部流体与弹性壳体流-固耦合产生散射声波,激发多种类型的声表面波以及弹性体中透射的横波与纵波,因此不同接收方位的散射回波也呈现出较大差异。

采用上述两种数值计算方法,作者自主编程计算了球冠圆柱与单层 Benchmark 模型的多基地声散射特性,并在消声水池完成了对球冠圆柱多基地散射声场的试验测量。目标多基地声散射示意图如图1 所示。

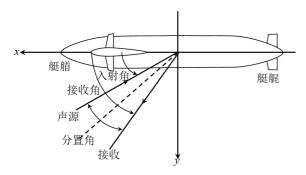


图 1 目标多基地声散射示意图 Fig.1 Schematic diagram of multi-base acoustic scattering of target

2.1 球冠圆柱的声散射仿真与试验

该模型的顶部是半径为 0.153 m 的半球壳,连接部分是高度为 0.9 m 的圆柱壳、壳体厚度为 3 mm、材料为钢、杨氏模量为 2×10¹¹ Pa、泊松比为 0.3、密度为 7 800 kg·m⁻³,外部为水、密度为 1 000 kg·m⁻³、声速为 1 500 m·s⁻¹,内部为空气、密度为 1.2 kg·m⁻³,声速为 340 m·s⁻¹。试验与仿真模型如图 2 所示。

设定球冠端入射时入射角为 0°,正横入射时的入射角为 90°,平端面入射时的入射角为 180°。首



(a) 试验模型



(b) 仿真模型 图 2 目标模型及其仿真图 Fig.2 Target model and its simulation diagram

先采用有限元耦合边界元方法对该目标的散射声场进行建模仿真,频率为 5 kHz 的平面波正横入射时的散射声场水平截面如图 3 所示。由图 3 可以看到,球壳内部声场几乎为 0,这与介质的声阻抗系数密切相关,声波很难透射至壳体内部。

图 4 为正横方向入射时目标散射强度随接收角与频率的变化图,接收角定义与入射角一致,球冠端接收时的接收角为 0°,正横接收时的接收角为 90°,平端面接收时的接收角为 180°。由图 4 可以看出,270°前向散射强度随频率提高而升高,主瓣更加尖锐,旁瓣也会更多。90°反向散射强度在 6 kHz 时会有所下降。这是由于表面环绕波、壳体共振等弹性散射与几何散射的干涉有关,总体上反向散射目标强度也随频率的增大而增大。

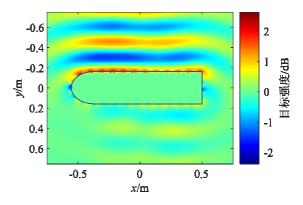


图 3 频率为 5 kHz 的平面波正横方向入射时目标散射声场 截面

Fig. 3 Cross section of target scattered sound field for an incident plane wave at 5 kHz in abeam direction

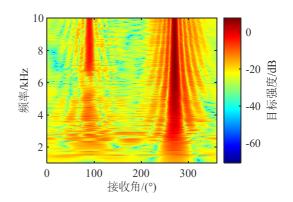


图 4 平面波正横方向入射时目标散射强度随接收角与频率的变化(中、低频段)

Fig. 4 Variation of target scattering intensity with receiving angular and frequency for an incident plane wave at low and middle frequencies in abeam direction

图 5 是频率为 10 kHz 的平面波入射时球冠圆柱目标散射强度随入射角与接收角的变化。从图 5 中可以看出,散射强度较大的部分来自于三个部分。图 5 中前向散射区域①目标强度最大,且旁瓣较多且密。区域②为关于正横的镜反射方向,其目标强

度仅次于前向散射,旁瓣较少,目标强度较低。区域③为球冠圆柱平面端部的镜反射方向,此处主瓣较大,但目标强度相较于前向散射和正横的镜反射方向的散射要小。从图 5 中还可以观察到,在入射角较小时目标强度变化较为平滑,但随着入射角的增大逐渐出现明暗相间的亮点。这是由于入射角较小时,声波直接入射的目标表面较为平滑,但随着入射角的增大,目标柱面与平端面间的棱角干涉影响逐渐增大,形成图 5 一些区域的明暗亮点。

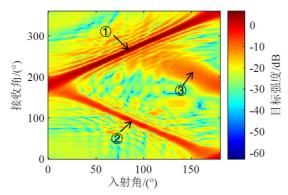
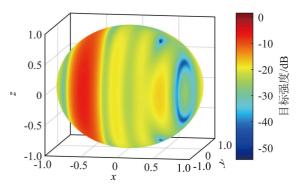


图 5 频率为 10kHz 的平面波入射时目标散射强度随入射角 与接收角的变化

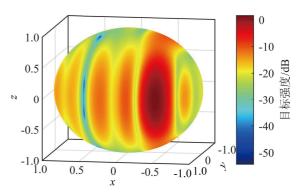
Fig.5 Variation of target scattering intensity with incident angle and receiving angle for an incident plane wave at 10 kHz

除了对水平方向的散射声场特性进行研究,一些工程问题中还需要对目标不同俯仰角的散射声场特性进行分析。为了明确视图方向,需确定视线的方位角和俯仰角。在本文中方位角与入射角和接收角一致,俯仰角为水平方向与视线方向的夹角,为便于观察,将远场接收的球面半径缩为 $1 \,\mathrm{m}$,方位角为 θ ,俯仰角为 ϕ ,满足: $x = \cos\phi\cos\theta$, $y = \cos\phi\sin\theta$, $z = \sin\phi$, 球冠端对应 x 轴正方向,平面端对应 x 轴负方向。图 6 为频率 $5 \,\mathrm{kHz}$ 的平面波、入射角为 120° 时的远场多基地(全向)散射目标强度。从图 6 中可以看出,目标远场散射声场呈现出较为明显的竖形条纹结构特性,这与目标柱状结构的轴向模态有关。

随着频率的增加,有限元耦合边界元方法计算时所需的内存以及时间会大幅度上升。而面对一些工程问题时,在不同的场景下对目标散射回波的计算精度与计算时间的需求是不同的,在中高频段Kirchhoff 近似积分方法是一种快速有效的方法。从图 3 中可以看出,薄壳内部声压很小,因此可以认为目标表面近似于刚性表面,反射系数 $V(\theta,f)$ =1。使用 Kirchhoff 近似积分方法对中高频的球冠圆柱进行仿真分析。图 7、8 分别是正横入射时目标散射强度随接收角与频率的变化和 30 kHz 的平面波



(a) 视图方向: 方位角为 100°、俯仰角为 10°



(b) 视图方向:方位角为 280°、俯仰角为 10° 图 6 频率为 5 kHz 的平面波 120°入射时不同视图方向上的多 基地(全向)目标散射强度图

Fig.6 All-directional multi-base target scattering strength diagrams in different view directions for an incident plane wave at 5 kHz in the direction of 120°

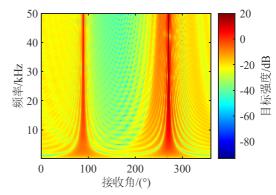


图 7 平面波正横方向入射时目标散射强度随接收角与频率 的变化(中、高频段)

Fig. 7 Variation of target scattering intensity with receiving angular and frequency for an incident plane wave at middle and high frequencies in abeam direction

入射时目标散射强度随入射角与接收角的变化。可以看出图 7、8 与图 4、5 有着相似的特性,在前向、关于正横的镜反射方向和圆柱平端面的镜反射方向的目标强度最大。但由于弹性散射的影响,在局部细节方面没有有限元耦合边界元方法精确。

图 9 为目标散射强度随入射角与频率的变化图。由图 9 可以看出在入射角小于 90°时,目标强度随频率以及入射角的变化较小,这是由于球冠端

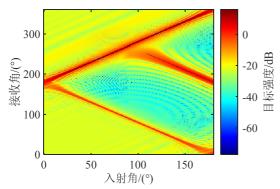


图 8 频率为 30 kHz 的平面波入射时目标散射强度随入射 角与接收角的变化

Fig. 8 Variation of target scattering intensity with incident angle and receiving angle for an incident plane wave at 30 kHz

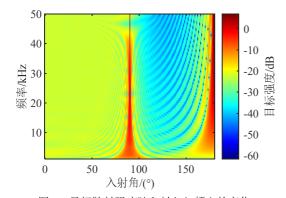


图 9 目标散射强度随入射角与频率的变化 Fig.9 Variation of target scattering intensity with incident angle and frequency

与柱面较为平滑,相互干涉小;而当入射角大于 90°时,由于平端面与柱面间棱角的影响,形成明显的干涉条纹,并随着频率的升高,干涉条纹逐渐密集。

为研究球冠圆柱的时域回波特性以及验证自编 Kirchhoff 近似积分算法的准确性,在消声水池中开展了该模型中高频的声散射试验。消声水池的规格为长 20 m、宽 12 m、深 8 m,六面敷设消声尖劈,在工作频段 3 kHz 以上时吸声系数大于 0.98,信噪比较高,水下换能器的具体布放如图 10 所示。

目标从球冠对准声源处开始顺时针旋转,图 11 为 15 kHz 声波在不同分置角的入射角-时域回波图。从图 11(a)中可以看出当收发合置时,声波从位置①平端面入射和从②位置正横入射时的反向散射回波强度较大,从位置③球冠端入射时的散射回波强度较小,同时能够观察到位置②处正横入射时所需的时延更长,这是因为位置②处正横入射时的亮点距离声源更远,声波传播时间更长。从图 11(b)中可以观察到类似的特性,当分置角为 90°时,关于位置①处平端面镜反射方向即旋转 225°和位置②处正横镜反射方向即旋转 135°和 315°时散射回波强度较大,位置③处球冠端散射回波强度较小,

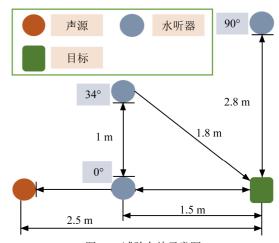


图 10 试验布放示意图 Fig.10 Diagram of test layout

且正横镜反射所需时延更长。从图 11 除了可以清晰地看出目标亮点的运行轨迹,也能观察到当分置角不同时,在位置①、②处的目标回波强度以及主瓣宽度也不相同,说明水中目标声散射的回波强度与回波结构与分置角相关。除了目标亮点引起的几何散射声场外,还能够观察到声波入射至目标弹性壳体时激发的弹性散射声波,但内部充气薄壳目标的辐射效率较低,对总散射声场的贡献较小,几何散射为内部充气薄壳目标声散射的主要构成成分。

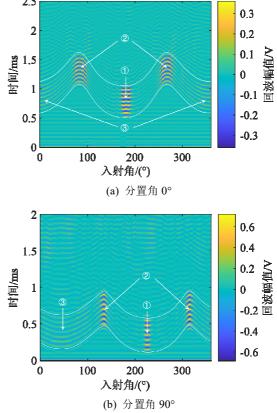
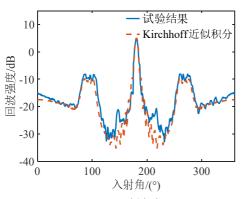
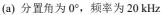
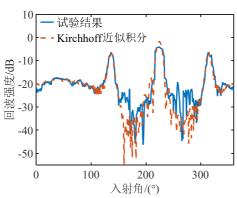


图 11 分置角为 0°和 90°时目标散射回波随入射角与时间的变化 Fig.11 Variation diagrams of target scattering echo versus incidence angle at timefor split angles of 0°and 90°

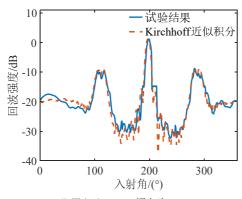
图 12 为不同频率声波在不同分置角情况下回波强度随入射角的变化特征,并与 Kirchhoff 近似积分方法进行比较。由图 12 可以看出,试验结果和仿真结果在不同分置角和频率时都比较接近,特别是目标强度在-20 dB 以上时。但由于背景噪声的干扰,导致目标强度较低的部分实验结果和仿真计算结果吻合较差。图 13 为 20 kHz 入射时反向接收目标强度为-30 dB 的试验测量数据,可以发现散射信号的幅值小,信噪比低,容易被背景噪声干扰,对试验测量的影响较大。通过试验可以得出Kirchhoff 近似积分方法对内部充气壳体目标在中







(b) 分置角为 34°, 频率为 15 kHz



(c) 分置角为 90°, 频率为 22 kHz

图 12 不同分置角和频率时的目标回波强度试验结果与仿真结果对比

Fig. 12 Comparison of tested and simulated results of target echo intensity at different split angles and frequencies

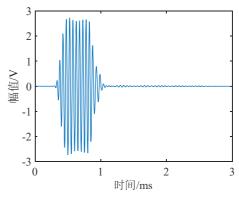


图 13 频率为 20 kHz 的平面波入射时反向接收目标强度为 -30 dB 的测量数据

Fig.13 The measurement data of 30 dB target strength received in the reverse direction of an incident plane wave at 20 kHz

高频段 90°分置角以下具有较高的精度。

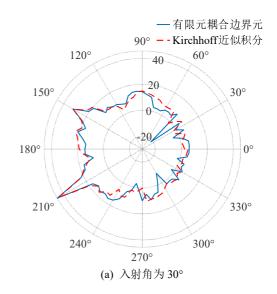
2.2 Benchmark 的声散射仿真

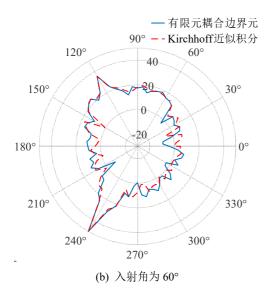
Benchmark 模型如图 14 所示,其中艇长为62 m,指挥舱高为3.2 m,尾翼长度为3.5 m,壳体厚度为30 mm,材料与流体参数与球冠圆柱相同。

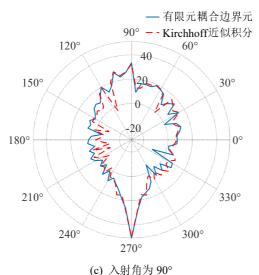


图 14 潜艇的 Benchmark 模型 Fig.14 Benchmark model of submarine

在 500~1 000 Hz 频段使用有限元耦合边界元方法、1~30 kHz 使用 Kirchhoff 近似积分方法对Benchmark 模型进行建模仿真。图 15 为频率为1 kHz 时两种不同数值方法的多基地声散射特性,仿真时角度间隔为 5°。从图 14 可以看出两种数值仿真结果是相近的,间接证明了这两种算法对内部充气薄壳目标的有效性和连续性。图 16 为频率为







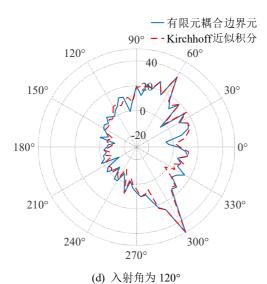


图 15 不同入射角时 Benchmark 模型的多基地声散射强度 分布

Fig. 15 Distribution diagrams of multi-base acoustic scattering intensity of Benchmark model at different incident angles

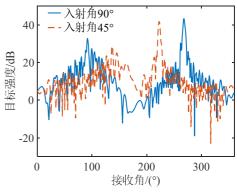
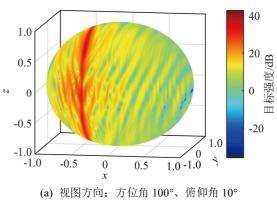


图 16 入射角为 45°和 90°时 Benchmark 模型的多基地声散射 强度随接收角的变化

Fig. 16 Variation of the acoustic scattering intensity of Benchmark model with receiving angle at different incident angles

600 Hz的平面波分别以90°和45°入射至Benchmark 模型时的多基地散射特性,接收角间隔为1°。通过 将接收角度间隔逐渐缩小,可以看到Benchmark 模 型的目标强度随接收角的变化剧烈波动,这是因为 不同接收方位的散射声场受到目标舱体、指挥舱、 尾翼等不同部位强烈的干涉作用。

图 17 是频率为 600 Hz 的平面波 120°入射时



40 1.0 20 目标强度/dB 0.5 0 -0.5-20 -1.0 -1.0 0 1.0 0.5 0 -1.01.0 -0.5

(b) 视图方向: 方位角 280°、俯仰角 10°

图 17 频率 600 Hz 平面波 120°入射时不同视图方向上的 Benchmark 模型的多基地(全向)目标散射强度图

Fig.17 All-directional multi-base target scattering strength diagrams of Benchmark model in different view directions for an incident plane wave at 600 Hz in the direction of 120°

Benchmark 模型的多基地(全向)散射声场,观察视角与图 6 一致。从图 17(a)中同样可以观察到较为明显的竖形条纹散射特性,但竖形条纹出现倾斜,且主要集中在关于正横的镜反射方向,这是由于指挥舱的弧面结构以及与舱体的干涉造成的。而图 17(b)中虽然也出现倾斜竖形条纹。但并未集中在前向散射方向,这是由于前向散射主要与散射截面相关,与目标的几何形状关系较小,而在后向散射情况下,目标不同部位之间的互相干涉影响较大。本文仿真的 Benchmark 模型除指挥舱外其余部分上下对称的,因此,从 Benchmark 模型的多基地(全向)散射声场图中可以清晰地看出指挥舱与舱体之间存在强烈的干涉作用,并导致散射声场图中的竖状条纹发生倾斜。

3 结论

本文首先对球冠圆柱模型进行建模仿真,使用有限元耦合边界元和 Kirchhoff 近似积分方法计算其多基地全频段散射声场,分析其声散射规律,然后对 Benchmark 模型进行仿真计算,结果表明:

- (1) 当目标主体为内部充气圆柱壳时,多基地 (全向)散射声场呈现出明显的竖形条纹结构;
- (2) Benchmark 模型的艇体与指挥舱存在强烈的干涉现象,导致多基地(全向)散射声场图中竖状条纹结构发生明显倾斜,且后向散射竖状条纹集中在关于正横的镜反射方向。

本文所得到的分析结果可为主动声呐的探测与识别提供理论设计依据。

参 考 文 献

- [1] 黄海宁, 李宇. 水声目标探测技术研究现状与展望[J]. 中国科学院院刊, 2019, **34**(3): 264-271.
 - HUANG Haining, LI Yu. Underwater acoustic detection: current status and future trends[J]. Bulletin of Chinese Academy of Sciences, 2019, 34(3): 264-271.
- [2] 汤渭霖, 陈德智. 水中有限弹性柱的回波结构[J]. 声学学报, 1988, 13(1): 29-37.

- TANG Weilin, CHEN Dezhi. Echo structure of sound scattering by a finite elastic cylinder in water[J]. Acta Acustica, 1988, 13(1): 29-37.
- [3] BAO X L. Echoes and helical surface waves on a finite elastic cylinder excited by sound pulses in water[J]. J. Acoust. Soc. Am., 1993, 94(3): 1461-1466.
- [4] MADIGOSKY W, BAO X L, UBERALL H. Experimental study of acoustic resonances on elastic spheres and hemispherically endcapped cylinders[J]. Le Journal De Physique Colloques, 1990, 51(C2): C2-427.
- [5] SUN N H, MARSTON P L. Ray synthesis of leaky Lamb wave contributions to backscattering from thick cylindrical shells[J]. J. Acoust. Soc. Am., 1992, 91(3): 1398-1402.
- [6] MARSTON P L, SUN N H. Backscattering near the coincidence frequency of a thin cylindrical shell: surface wave properties from elasticity theory and an approximate ray synthesis[J]. J. Acoust. Soc. Am., 1995, 97(2): 777-783.
- [7] MORSE S F, MARSTON P L, KADUCHAK G. High-frequency backscattering enhancements by thick finite cylindrical shells in water at oblique incidence: Experiments, interpretation, and calculations[J]. J. Acoust. Soc. Am., 1998, 103(2): 785-794.
- [8] 孙阳,徐海亭. 部分充水有隔板弹性球壳的声散射[J]. 声学学报, 2007, 32(4): 369-374.
 SUN Yang, XU Haiting. Sound scattering from partially water-filled elastic spherical shell with plate[J]. Acta Acustica, 2007, 32(4): 369-374.
- [9] ZAMPOLLI M, TESEI A, JENSEN F B, et al. A computationally efficient finite element model with perfectly matched layers applied to scattering from axially symmetric objects[J]. J. Acoust. Soc. Am., 2007, 122(3): 1472.
- [10] GORDON W. Far-field approximations to the Kirchoff-Helmholtz representations of scattered fields[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1975, 23(4): 590-592.
- [11] ASVESTAS J S. Line integrals and physical optics Part II The conversion of the Kirchhoff surface integral to a line integral[J]. Journal of the Optical Society of America A, 1985, **2**(6): 896.
- [12] 成刚, 刘彩芬, 徐海亭. 目标位于界面附近的声反射[J]. 声学技术, 2005(S1): 35-36.
 CHENG Gang, LIU Caifen, XU Haiting. Acoustic reflecting from object near an interface[J]. Technical Acoustics, 2005(S1): 35-36.
- [13] 范军, 汤渭霖, 卓琳凯. 声呐目标回声特性预报的板块元方法[J]. 船舶力学, 2012, **16**(S1): 171-180. FAN Jun, TANG Weilin, ZHUO Linkai. Planar elements method for forecasting the echo characteristics from sonar targets[J]. Journal of Ship Mechanics, 2012, **16**(S1): 171-180.
- [14] 朱伯芳. 有限单元法原理与应用[M]. 2版. 北京: 中国水利水电出版社, 1998.
- [15] SCHENCK H A. Improved integral formulation for acoustic radiation problems[J]. J. Acoust. Soc. Am., 1968, 44(1): 41-58.