引用格式：高阗琦, 陈虹宇, 张峻铭, 等. 基于BELLHOP模型的水下多目标跟踪算法研究[J]. 声学技术, 2023, **42**(2): 248-255. [GAO Tianqi, CHEN Hongyu, ZHANG Junming, et al. Research on underwater multi-target tracking algorithm based on BELLHOP ray acoustic model[J]. Technical Acoustics, 2023, **42**(2): 248-255.] **DOI**: 10.16300/j.cnki.1000-3630.2023.02.019

基于BELLHOP模型的水下多目标跟踪算法研究

高阗琦[1]，陈虹宇[2]，张峻铭[2]，李可非[1]
(1. 中国科学院声学研究所北海研究站，山东青岛 266114；2. 中国船舶工业系统工程研究院，北京 100036)

摘要：针对高频主动声呐的深海多目标跟踪问题，提出了基于BELLHOP模型的无迹卡尔曼滤波-高斯混合概率假设密度(Unscentesd Kalman Filter-Gaussian Mixture-Probability Hypothesis Density, UKF-GM-PHD)水下多目标跟踪算法。该算法首先利用BELLHOP射线声学模型，计算出本征声线、目标信号的幅度、相位及时延信息，以此构造目标回波信号并叠加高斯白噪声。然后，由回波信号计算得到目标相对于观测站的距离、方位角和俯仰角信息，作为目标跟踪系统中的量测信息。最后利用提出的UKF-GM-PHD多目标跟踪算法，实现高频主动声呐非线性系统的多目标跟踪。仿真结果表明，在深海高频主动声呐条件下，文章提出的UKF-GM-PHD多目标跟踪算法较传统高斯混合概率假设密度(Gaussian Mixture Probability Hypothesis Density, GM-PHD)方法，明显降低了目标丢失率，并且最优子模式指派统计量(Optimal Sub-Patter Assignment, OSPA)距离也更小，跟踪效果更好。

关键词：BELLHOP模型；目标回波信号；高斯混合概率假设密度；无迹卡尔曼滤波
中图分类号：TB566 **文献标志码：**A **文章编号：**1000-3630(2023)-02-0248-08

Research on underwater multi-target tracking algorithm based on BELLHOP ray acoustic model

GAO Tianqi[1], CHEN Hongyu[2], ZHANG Junming[2], LI Kefei[1]
(1. *Qingdao Branch of Institute of Acoustics*, *Chinese Academy of Sciences*, *Qingdao* 266114, *Shandong*, *China*;
2. *CSSC System Engineering Research Institute*, *Beijing* 100036, *China*)

Abstract: An Unscented Kalman Filter-Gaussian Mixture Probability Hypothesis Density (UKF-GM-PHD) underwater multi-target tracking algorithm based on the BELLHOP model is proposed for the deep-sea multi-target tracking problem of high-frequency active sonar. Firstly, the BELLHOP ray acoustic model is used for the calculation of the amplitude, phase and time delay information of the intrinsic sound line and target signal and for the construction of target echo signal with Gaussian white noise. Then, the distance, azimuth, and pitch angle of the target relative to the observation station, which are calculated from the constructed echo signal, are used as the measurement information in the target tracking system. Finally, the proposed UKF-GM-PHD multi-target tracking algorithm is applied to multi-target tracking of the nonlinear system of high frequency active sonar. The simulation results show that compared with the traditional Gaussian Mixture Probability Hypothesis Density (GM-PHD) method, the proposed UKF-GM-PHD multi-target tracking algorithm can significantly reduces the target loss rate for deep-sea high-frequency active sonar, and the optimal sub-patter assignment (OSPA) distance is smaller and the tracking effect is better.

Key words: the BELLHOP model; acoustic echo signal; Gaussian mixture probability hypothesis density; unscented Kalman filter

0 引 言

主动声呐的回波信号中包含目标参数信息，通过对回波信号的处理可以确定目标的距离、方位、航向等运动要素，从而实现主动声呐的深海多目标跟踪[1]。

目前，基于随机有限集的多目标跟踪方法是当前目标跟踪领域的热点研究问题。2003年，Mahler将随机有限集应用到多目标跟踪中，提出了概率假设密度(Probability Hypothesis Density, PHD)滤波器，避免了复杂的数据关联[2]。随后，Vo等对PHD的工程实现进行了研究，提出了序贯蒙特卡洛概率假设密度[3](Sequential Monte Carlo Probability Hypothetical Density, SMC-PHD)滤波器，还提出了高斯

收稿日期: 2021-10-21; **修回日期:** 2021-12-08
基金项目: 国防科技重点实验室基金项目(SSDKKFJJ-2019-02-01)。
作者简介: 高阗琦(1995—),女, 黑龙江佳木斯人, 硕士研究生, 助理工程师, 研究方向为阵列信号处理、水下目标定位与跟踪。
通信作者: 李可非, E-mail: likefei@mail.ioa.ac.cn

混合概率假设密度[4](Gaussian Mixture Probability Hypothesis Density, GM-PHD)滤波器，使PHD滤波器有闭合解。GM-PHD滤波器计算量小，工程上易于实现，但该算法仅适用于线性高斯情况。

在对目标跟踪问题进行分析时，往往忽略对接收信号进行建模，或者对接收信号建模时并没有考虑水下声场和复杂的声信道，由此进行的分析往往过于理想。海洋环境复杂多变，真实的海洋水声信道会对信号的传播产生一定的影响，从而直接影响到信号处理所获得的目标状态信息，所以，建立更加逼真的信号模型对目标探测跟踪技术的研究起着重要作用。BELLHOP模型由Porter和Bueker提出，是一种利用高斯波束跟踪方法，目的是计算水平非均匀环境的声场[5-6]。BELLHOP模型适用于高频信号求解距离相关问题，主要应用于二维且水平不变的波导界面[7]。BELLHOP模型主要输出信道冲击响应、声线轨迹以及传播损失等信息[8]。通过BELLHOP模型可以模拟出深海声场下水听器接收的目标回波信息，对其进行分析处理获得的目标运动参数是实现目标跟踪的前提条件。

本文首先基于射线声学理论和BELLHOP模型，计算出本征声线、目标信号的幅度、相位及时延信息，以此构造目标回波信号并叠加高斯白噪声。接着，由回波信号计算得到目标的距离、方位角和俯仰角信息，作为目标跟踪系统中的量测信息。然后，基于卡尔曼滤波理论，利用无迹卡尔曼滤波(Unscented Kalman Filter, UKF)与GM-PHD算法相结合，实现非线性系统的多目标跟踪。最后，通过仿真分析验证了UKF-GM-PHD算法具有更好的跟踪效果。

1　深海声学传播信号建模

1.1　射线声学理论

射线声学是一种研究高频条件下海水中声传播特性的近似方法[1]。射线声学方法具有描述简洁以及运算速度快的特点，因而被广泛应用。

在高频条件下，射线声学对声传播问题的求解是波动方程的近似解。标准波动方程[9]为

$$\nabla^2 p-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}=0 \tag{1}$$

式中：p表示声压；c表示声速；t为时间变量；∇表示哈密顿算子。式(1)可简化为亥姆霍兹方程：

$$\nabla^2\phi+k^2\phi=0 \tag{2}$$

其中：k表示波数，$k=\omega/c=2\pi/\lambda$，λ表示波长。式(2)有一种数值解，表示为

$$\phi\left(x,y,z,t\right)=A\left(x,y,z\right)\mathrm{e}^{\mathrm{i}P\left(x,y,z\right)} \tag{3}$$

其中：$A\left(x,y,z\right)$为声压幅度函数，是空间位置的函数；$P\left(x,y,z\right)$是相位函数。将其代入式(2)得到

$$\frac{1}{A}\nabla^2 A-\left(\nabla P\right)^2+k^2=0 \tag{4}$$

$$2\left[\nabla A\cdot\nabla P\right]+A\nabla^2 P=0 \tag{5}$$

式(4)的解为亥姆霍兹(Helmholtz)方程解的实部项，决定了声线的轨迹。式(5)的解为虚部项，决定声波的振幅。当$\nabla^2 A/A\ll k^2$时，得到两个基本方程[10]：

$$\left(\nabla\varphi\right)^2=\left(\frac{c_0}{c}\right)^2=n^2\left(x,y,z\right) \tag{6}$$

$$\nabla\cdot\left(A^2\nabla\varphi\right)=0 \tag{7}$$

式(6)和式(7)分别为程函方程和强度方程，是射线声学的两个基本方程[10]，由这两个基本方程可推导得到声线的几何形状、声波振幅等。

1.2　BELLHOP模型

BELLHOP模型可以解决射线声学模型存在的集散线和声影区问题，以下简要介绍其数学原理[5]。

在柱坐标系下的射线方程表示为

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}\left[\frac{1}{c\left(r,z\right)}\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}s}\right]=-\frac{1}{c^2\left(r,z\right)}\nabla c(r,z) \tag{8}$$

其中：$r=r(s)$，$z=z(s)$，$[r(s),z(s)]$为弧长函数的坐标，$c\left(r,z\right)$表示声速。

波束曲率$q(s)$和波束宽度$p(s)$由以下常微分方程得到：

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}s}=c(s)\,p(s) \tag{9}$$

$$\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}s}=-\frac{c_{nn}}{c^2(s)}q(s) \tag{10}$$

其中：c_{nn}表示声速的二阶导数，表达式为

$$c_{nn}=c_{rr}\left(\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}n}\right)^2+2c_{rz}\left(\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}n}\right)\left(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}n}\right)+c_{zz}\left(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}n}\right)^2=$$
$$c_{rr}\left(N_{(r)}\right)^2+2c_{rz}\left(N_{(r)}\right)\left(N_{(z)}\right)+c_{zz}\left(N_{(z)}\right)^2 \tag{11}$$

其中：$(N_{(r)},N_{(z)})$是单位法线，表达式为

$$\left(N_{(r)},N_{(z)}\right)=\left(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}s},-\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}s}\right)=c(s)\left[\zeta(s),-\rho(s)\right] \tag{12}$$

波束定义为

$$u\left(s,\eta\right)=A\sqrt{c(s)/\left[rq(s)\right]}\times$$
$$\exp\left\{-\mathrm{i}\omega\left\{\tau(s)+0.5\left[p(s)/q(s)\right]\eta^2\right\}\right\} \tag{13}$$

其中：A是任意常数，n是与中心波束的法线距离，

ω是声源的角频率，$\tau(s)$是满足$\mathrm{d}\tau/\mathrm{d}s = 1/c(s)$的相位延迟。

Michael Porter在理论的基础上编写了可以用于多种平台的BELLHOP工具箱，用于二维声线追踪。本文应用Matlab对此工具箱进行声场仿真。

为了便于计算，假设海洋表面以上为真空，海底表面平坦。通过设置环境文件(*.env)定义海洋介质中的声速剖面、声源位置和水听器阵列位置。同时，还需定义海底和海面形状以及反射系数(*.trc，*.ati，*.brc，*.bty)。然后，BELLHOP将输出声线，本征声线(*.ray)以及声线到达时间(*.arr)等水声传播特性，如图1所示为BELLHOP声场建模输入和输出示意图。

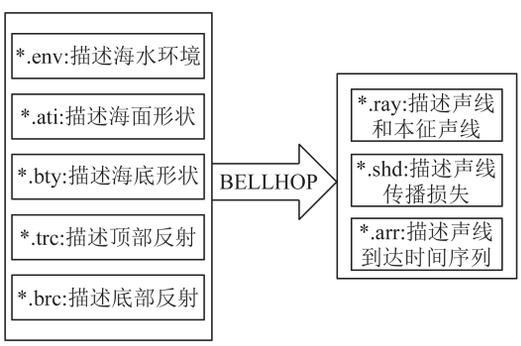


图1 BELLHOP模型示意图
Fig.1 Schematic diagram of BELLHOP model

1.3 目标回波信号模型

利用1.2节的射线模型得到信号幅度、声线时延以及声线掠射角，生成声场仿真信号，假设空间中有一远场窄带信源，阵列由N个阵元组成，第n个阵元接收到的信号可表示为

$$x_n(t) = s(t) * h_n(t) + \boldsymbol{N}_n(t) \tag{14}$$

其中：$s(t)$为源信号；$h_n(t)$为信道冲击响应函数，即通过BELLHOP模型得到的第n个阵元的脉冲响应；$\boldsymbol{N}_n(t)$为噪声向量。$h_n(t)$是许多个多途路径的叠加，表示为

$$h_n(t) = \sum_{m=1}^{M} \beta_m \delta(t - \tau_n) \tag{15}$$

目标接收的信号$x(t)$可以用M个源信号$s(t)$的缩放和延时之和表示为

$$x_n(t) = \sum_{m=1}^{M} \beta_m s(t - \tau_n) + \boldsymbol{N}_n(t) \tag{16}$$

2 UKF-GM-PHD滤波器

2.1 量测获取

通过对1.3节中基于BELLHOP模型建立的目标回波信号模型进行处理，可以得到目标跟踪量测值。本文主要采用常规波束形成(Conventional Beamforming, CBF)算法获取目标的方位角以及俯仰角信息，采用脉冲测距法获得目标相对于观测站的距离信息。

以如图2所示的任意阵列为例，假设空间中有一远场窄带信源，接收阵元按照1~N编号，选择坐标轴原点作为阵列基准点。定义第n个阵元坐标为$P_n = (x_n, y_n, z_n)$。信号源相对于参考阵元的时延为

$$\tau_n = \frac{1}{c}\left(x_n \sin\theta \sin\varphi + y_n \cos\theta \sin\varphi + z_n \cos\varphi\right) \tag{17}$$

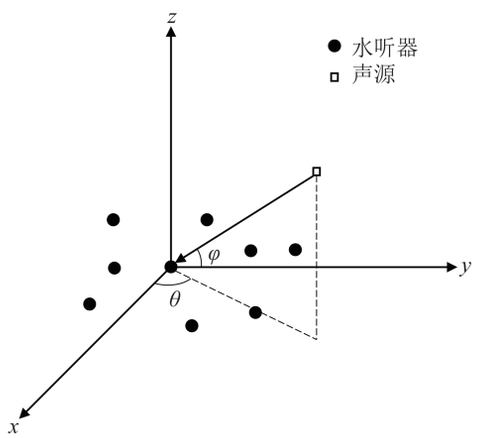


图2 阵元任意组合的阵列示意图
Fig.2 Schematic diagram of element arbitrarily combined array

来自波达方向(θ, φ)的发射信源的方向向量表示为

$$\boldsymbol{a}(\theta, \varphi) = \left[\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega\tau_1} \quad \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega\tau_2} \quad \cdots \quad \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega\tau_N}\right]^{\mathrm{T}} \tag{18}$$

根据CBF算法，每个通道均通过一个复加权系数实现该通道幅度和相位的调节，则阵列中阵元的输出可以表示为

$$y(t) = \boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}(\theta, \varphi)\boldsymbol{x}(t) \tag{19}$$

其中：$\boldsymbol{x}(t)$为各阵元输出，$\boldsymbol{w}(\theta, \varphi)$为加权系数。

在期望方向上，加权向量与方向向量相同时，补偿各阵元之间的时延会形成一个主瓣。则有

$$y(t) = \boldsymbol{a}^{\mathrm{H}}(\theta, \varphi)x(t) \tag{20}$$

输出功率表示为

$$\boldsymbol{P}_{\mathrm{CBF}}(\theta) = \mathrm{E}\left[y(t)y^{\mathrm{H}}(t)\right] = \boldsymbol{a}^{\mathrm{H}}(\theta)\boldsymbol{R}_x\boldsymbol{a}(\theta) \tag{21}$$

其中：矩阵$\boldsymbol{R}_x$为阵列输出$\boldsymbol{X}(t)$的协方差矩阵，表达式为

$$\boldsymbol{R}_x = \mathrm{E}\left[\boldsymbol{X}(t)\boldsymbol{X}^{\mathrm{H}}(t)\right] = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}\boldsymbol{X}(t)\boldsymbol{X}^{\mathrm{H}}(t) \tag{22}$$

常规波束形成算法对信号波达方向的估计值是函数$\boldsymbol{P}_{\mathrm{CBF}}$最大值对应的$\theta$和$\varphi$值，即为方位角和俯仰角的量测值。

本文采用的脉冲测距法是利用接收信号回波时

间与脉冲信号发射时间之间的时间差进行测距，公式表示为

$$R=\Delta t\times c \tag{23}$$

其中：R为观测站与目标之间的距离；Δt为发射信号与接收信号的时间差；c为声信号在水中的传播速度。

本文计算所使用的发射信号与接收信号的时间差是由BELLHOP模型输出的时延值，该值是水声信号在曲途传播下接收信号的时延值，更贴近真实试验情况。由此可得到该观测系统的量测值分别为$R(k),\theta(k),\varphi(k)$。

2.2　UKF-GM-PHD滤波器

假设k时刻有$M(k)$个目标和$N(k)$个量测，将所有的目标状态和量测均表示为有限集形式：

$$\boldsymbol{X}_k=\left\{x_{k,1},\cdots,x_{k,M(k)}\right\}\in\mathcal{F}(\mathcal{X}) \tag{24}$$

$$\boldsymbol{Z}_k=\left\{z_{k,1},\cdots,z_{k,N(k)}\right\}\in\mathcal{F}(\mathcal{Z}) \tag{25}$$

式中：$\mathcal{X}\in\mathbb{R}^{n_x},\mathcal{Z}\in\mathbb{R}^{n_z},\mathcal{F}(\mathcal{X})$和$\mathcal{F}(\mathcal{Z})$分别表示$\mathcal{X}$和$\mathcal{Z}$空间的有限子集，且这两个子集内的元素是无序的。

首先，建立多目标运动模型。假设$k-1$时刻的多目标状态表示为$\boldsymbol{X}_{k-1}$，这一时刻继续存活的目标、衍生的目标以及新生的目标构成k时刻目标状态$\boldsymbol{X}_k$，随机集定义为

$$\boldsymbol{X}_k=\left[\bigcup_{\zeta\in\boldsymbol{X}_{k-1}}\boldsymbol{S}_{k|k-1}(\zeta)\right]\cup\left[\bigcup_{\zeta\in\boldsymbol{X}_{k-1}}\boldsymbol{B}_{k|k-1}(\zeta)\right]\cup\boldsymbol{\Gamma}_k \tag{26}$$

式中：$\boldsymbol{X}_{k-1}$为$k-1$时刻的多目标状态随机集，$\boldsymbol{S}_{k|k-1}(\zeta)$为$k$时刻存活目标的状态随机集，$\boldsymbol{B}_{k|k-1}(\zeta)$为$k$时刻衍生目标的状态随机集，$\boldsymbol{\Gamma}_k$为$k$时刻新生目标的状态随机集。通常假设各随机集之间相互独立。

同理，建立多目标量测模型。量测主要由来自目标的量测和传感器可能接收到虚警或者杂波构成。量测随机集模型定义为

$$\boldsymbol{Z}_k=\boldsymbol{K}_k\cup\left(\bigcup_{\boldsymbol{x}_k\in\boldsymbol{X}_k}\boldsymbol{\psi}_k(\boldsymbol{x}_k)\right) \tag{27}$$

其中：$\boldsymbol{K}_k$为k时刻杂波量测随机集，$\boldsymbol{\psi}_k(\boldsymbol{x}_k)$表示目标$\boldsymbol{x}_k$在$k$时刻所产生的量测随机集。

PHD滤波器是贝叶斯滤波器在随机有限集理论下的推广，是多目标贝叶斯滤波器的一阶矩近似方法，可以在一定程度上减小计算复杂度。多目标贝叶斯滤波器的递推公式表示为[11]

$$p_{k|k-1}\left(\boldsymbol{X}_k|\boldsymbol{Z}_{1:k-1}\right)=\int f_{k|k-1}\left(\boldsymbol{X}_k|\boldsymbol{X}_{k-1}\right)p_{k-1}\left(\boldsymbol{X}_k|Z_{1:k-1}\right)\delta\boldsymbol{X}_{k-1} \tag{28}$$

$$p_k\left(\boldsymbol{X}_k|\boldsymbol{Z}_{1:k}\right)=\frac{g_k\left(\boldsymbol{Z}_k|\boldsymbol{X}_k\right)p\left(\boldsymbol{X}_k|\boldsymbol{Z}_{1:k-1}\right)}{\int g_k\left(\boldsymbol{Z}_k|\boldsymbol{X}_k\right)p\left(\boldsymbol{X}_k|\boldsymbol{Z}_{1:k-1}\right)\delta\boldsymbol{X}_k} \tag{29}$$

PHD滤波器是将多目标的状态随机集的后验概率密度映射到单目标的状态空间中，PHD表示为

$$v(x)=\int\delta_X(x)\,p(\boldsymbol{X})\,\mathrm{d}\boldsymbol{X} \tag{30}$$

其中：$\delta_X(x)$为极值狄拉克函数，$\delta_w(x)$为标准的狄拉克函数。对于任意区域S，有：

$$\int|X\cap S|p(\boldsymbol{X})\,\mathrm{d}\boldsymbol{X}=\int_s v(x)\mathrm{d}x \tag{31}$$

也就说PHD在区域S的积分代表了集合$\boldsymbol{X}$在区域$\boldsymbol{S}$上元素的个数，$\boldsymbol{X}$的状态估计由v的最大值计算。

与多目标贝叶斯递推过程进行对比，PHD滤波器在递推过程无需传递多目标的密度，只需要传播多目标的PHD，如图3所示。

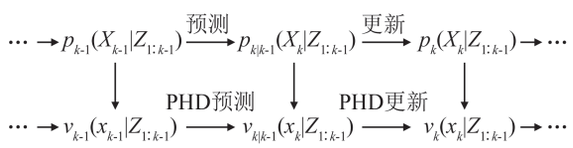


图3　贝叶斯滤波与PHD滤波之间的关系

Fig.3　Relationship between Bayesian filter and PHD filter

但PHD滤波器仍存在无法得到解析解等问题，针对上述问题，Vo等学者们提出GM-PHD滤波器，用高斯混合方法实现PHD滤波。GM-PHD滤波器需满足以下假设：

(1) 每个目标的运动模型和量测模型均满足线性高斯条件；

(2) 存活概率和检测概率相互独立；

(3) 新生目标随机集和衍生目标随机集的强度为高斯混合形式。

为了扩大GM-PHD滤波器的适用范围，放宽GM-PHD的限制条件。本文采用UKF近似策略对GM-PHD算法进行非线性扩展，通过UKF算法[12]迭代获得高斯分量闭合解。

假设存在非线性系统：

$$\begin{cases}\boldsymbol{X}_k=f_k\left(\boldsymbol{X}_{k-1}\right)+v_{k-1}\\ \boldsymbol{Z}_k=h_k\left(\boldsymbol{X}_{k-1}\right)+w_k\end{cases} \tag{32}$$

下面给出UKF-GM-PHD滤波器的预测方程和更新方程。

(1) 预测方程

$k-1$时刻高斯混合形式后验分布PHD表示为

$$D_{k-1}(x)=\sum_{i=1}^{J_{k-1}}w_{k-1}^{(i)}N\left(x;\boldsymbol{m}_{k-1}^{(i)},\boldsymbol{P}_{k-1}^{(i)}\right) \tag{33}$$

式中：$N\left(x;\boldsymbol{m},\boldsymbol{P}\right)$表示一个均值为$m$、协方差为$P$的高斯概率密度函数。

UKF-GM-PHD的预测公式由存活、衍生和新生三个部分组成。本文不考虑存在衍生目标的情况，则预测公式表示为

$$D_{k|k-1}(x)=D_{S,k|k-1}(x)+\gamma_k(x) \tag{34}$$

$$D_{S,k|k-1}(x)=p_{S,k|k-1}\sum_{i=1}^{J_{k-1}}w_{k-1}^{(i)}N\left(x;\boldsymbol{m}_{S,k|k-1}^{(i)},\boldsymbol{P}_{S,k|k-1}^{(i)}\right) \tag{35}$$

$$\gamma_k(x)=\sum_{i=1}^{J_{k-1}}w_{\gamma,k}^{(i)}N\left(x;\boldsymbol{m}_{\gamma,k}^{(i)},\boldsymbol{P}_{\gamma,k}^{(i)}\right) \tag{36}$$

其中：$D_{S,k|k-1}(x)$表示存活目标的预测PHD，$\gamma_k(x)$表示新生目标的预测PHD。其中的高斯分量均值$\boldsymbol{m}_{k|k-1}^{(i)}$和协方差$\boldsymbol{P}_{k|k-1}^{(i)}$，分别表示为

$$\boldsymbol{m}_{k|k-1}^{(i)}=\sum_{l=0}^{2n}w_i^{(l)}\boldsymbol{\chi}_{k|k-1}^{(l)} \tag{37}$$

$$\boldsymbol{P}_{k|k-1}^{(i)}=\sum_{l=0}^{2n}w_i^{(l)}\left(\boldsymbol{\chi}_{k|k-1}^{(l)}-\boldsymbol{m}_{k|k-1}^{(i)}\right)\left(\boldsymbol{\chi}_{k|k-1}^{(l)}-\boldsymbol{m}_{k|k-1}^{(i)}\right)^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{Q}_{k-1} \tag{38}$$

(2) 更新方程

k时刻目标状态预测强度为

$$D_{k|k-1}(x)=\sum_{i=1}^{J_{k-1}}w_{k|k-1}^{(i)}N\left(x;\boldsymbol{m}_{k|k-1}^{(i)},\boldsymbol{P}_{k|k-1}^{(i)}\right) \tag{39}$$

则k时刻的后验强度可表示为

$$D_k(x)=\left(1-p_{D,k}\right)D_{k|k-1}(x)+\sum_{z\in Z_k}D_{D,k}\left(x|z\right) \tag{40}$$

$$D_{D,k}\left(x|z\right)=\sum_{i=1}^{J_{k-1}}w_k^{(i)}N\left(x;\boldsymbol{m}_k^{(i)},\boldsymbol{P}_k^{(i)}\right) \tag{41}$$

其中：

$$w_k^{(i)}(z)=\frac{p_{D,k}w_{k|k-1}^{(i)}q_k^{(i)}(z)}{\kappa_k(z)+p_{D,k}\sum_{l=1}^{J_{k-1}}w_{k|k-1}^{(l)}q_k^{(l)}(z)} \tag{42}$$

各高斯分量的计算公式为

$$\boldsymbol{z}_{k|k-1}^{(l)}=h_k\left(\boldsymbol{\chi}_{k|k-1}^{(l)}\right)+w_k \tag{43}$$

$$\boldsymbol{\eta}_{k|k-1}^{(i)}=\sum_{l=0}^{2n}w_i^{(l)}\boldsymbol{z}_{k|k-1}^{(l)} \tag{44}$$

$$\boldsymbol{S}_k^{(i)}=\sum_{l=0}^{2n}w_i^{(l)}\left(\boldsymbol{z}_{k|k-1}^{(l)}-\boldsymbol{\eta}_{k|k-1}^{(i)}\right)\left(\boldsymbol{z}_{k|k-1}^{(l)}-\boldsymbol{\eta}_{k|k-1}^{(i)}\right)^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{R}_k \tag{45}$$

$$q_k^{(i)}=N\left(z;\boldsymbol{\eta}_{k|k-1}^{(i)},\boldsymbol{S}_k^{(i)}\right) \tag{46}$$

$$\boldsymbol{G}_k^{(i)}=\sum_{l=0}^{2n}w_i^{(l)}\left(\boldsymbol{\chi}_{k|k-1}^{(l)}-\boldsymbol{m}_{k|k-1}^{(i)}\right)\left(\boldsymbol{z}_{k|k-1}^{(l)}-\boldsymbol{\eta}_{k|k-1}^{(i)}\right)^{\mathrm{T}} \tag{47}$$

$$\boldsymbol{K}_k^{(i)}=\boldsymbol{G}_k^{(i)}\left(\boldsymbol{S}_k^{(i)}\right)^{-1} \tag{48}$$

$$\boldsymbol{m}_k^{(i)}=\boldsymbol{m}_{k|k-1}^{(i)}+\boldsymbol{K}_k^{(i)}\left(\boldsymbol{z}-\boldsymbol{\eta}_{k|k-1}^{(i)}\right) \tag{49}$$

$$\boldsymbol{P}_k^{(i)}=\boldsymbol{P}_{k|k-1}^{(i)}-\boldsymbol{K}_k^{(i)}\left(\boldsymbol{S}_k^{(i)}\right)^{-1}\left(\boldsymbol{K}_k^{(i)}\right)^{\mathrm{T}} \tag{50}$$

(3) 剪枝合并

PHD预测更新后，保留大权重高斯分量，舍弃小权重的高斯分量，将距离较近的高斯分量合并。当高斯项个数大于最大高斯个数时，选择权重最大的高斯个数对应的高斯分量，去除其他高斯分量，最终作为剪枝合并输出。

3 仿真分析

假设水深5 000 m，海底类型为平坦型海底，海底声速1 600 m·s^{-1}，海底密度1.8 g·cm^{-3}，海底衰减系数0.8 dB·λ^{-1}，选取界于0~5 000 m深度之间的Munk深海声速剖面进行声场仿真。发射50 ms脉宽的CW信号，信号中心频率为25 kHz，采样频率为200 kHz。假设坐标系以正东方向为x轴，正北方向为y轴，深度方向为z轴，原点位置定义在水听器正上方海面位置。水听器布放在(0, 0, 1 000) m处，以随机选取的一帧接收信号为例进行分析，此时，声源位于(492, 830, 1 680) m处。图4为利用BELLHOP计算得到的本征声线。

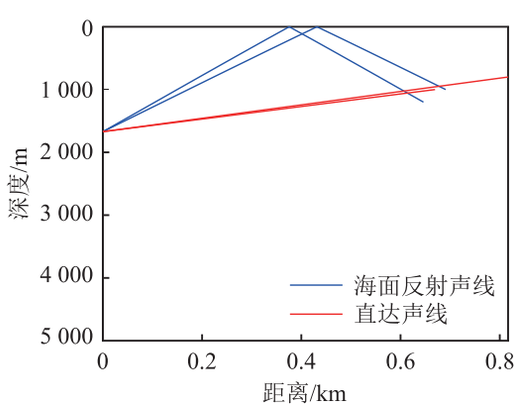


图4 信号到达水听器的本征声线

Fig.4 The eigen rays of signal reaching hydrophone

从图4中可以看出到达水听器的声线包括直达声线和海面反射声线，这表明水听器的接收信号由不同途径信号叠加产生。图5为忽略频散条件下求得的信道冲击响应，主要与信道、声源深度、水听器深度和信号发射角等有关。

如图6所示，利用信道冲击响应对目标回波信号建模，并在仿真信号中叠加高斯白噪声。通过对回波信号的处理，得到水听器接收信号的时延，从而计算出目标与水听器的距离ρ，CBF算法解出目标的方位角R和俯仰角φ。

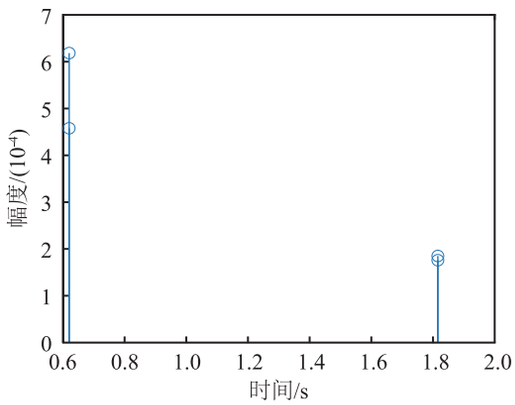


图5　信道冲激响应

Fig.5　Channel impulse response

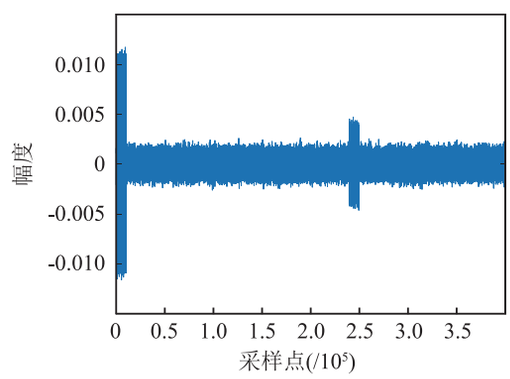


图6　叠加高斯白噪声的回波信号波形图

Fig.6　The waveform of echo signal superimposed with Gaussian white noise

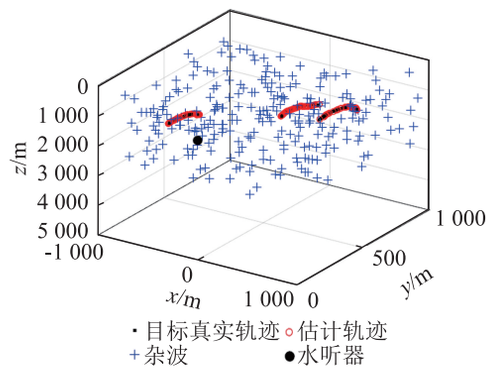
表1　目标运动参数

Table 1　Target motion parameters

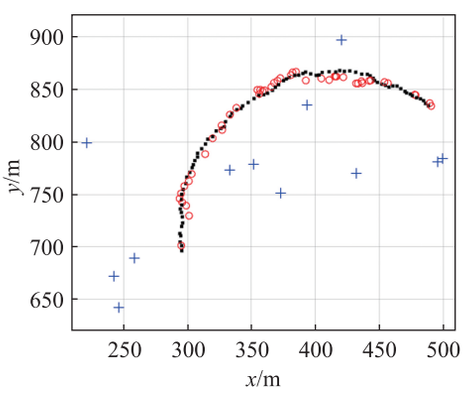
目标	初始位置/m	初始速度/(m·s^{-1})	存活时间/s
目标1	(−71, 857, 1 936)	(−4, 0.5, 0.2)	1~70
目标2	(−480, 380, 1 500)	(−4, 0, 0.5)	20~70
目标3	(492, 830, 1 680)	(−2, 2.5, 1)	40~120

假设在某深海海域布放一个静止观测站，位置坐标为(0, 0, 1 000) m，且该区域内有三个作匀速转弯运动的目标，转弯率为0.03，目标初始运动参数列于表1。采样时间间隔 T=1 s，目标检测概率 $p_{D,k}$=1，目标存活概率 $p_{S,k}$=0.99，杂波数为2，剪枝门限 $T_{\text{th}}=10^{-5}$，合并阈值 U_{th}=5，最大高斯分量 $J_{\max}$=100。图7和图8分别为GM-PHD算法和UKF-GM-PHD算法的目标位置估计图。

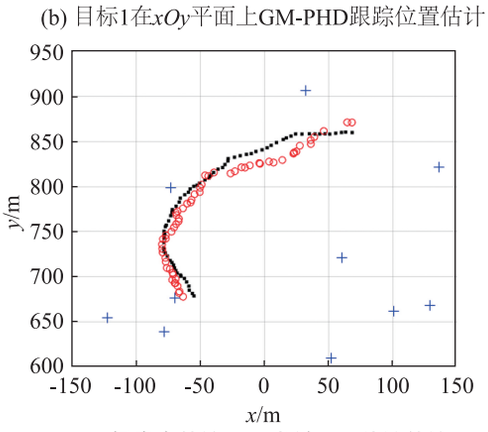
从图7和图8可以看出两种方法均能跟踪到目标，并且，目标估计结果均贴近真实轨迹。所以，认为两种算法均能满足基本的目标跟踪需求。但从图7(b)、7(c)、7(d)和图8(b)、8(c)、8(d)图可以看出，相比于UKF-GM-PHD算法，采用GM-PHD算法时估计结果存在部分漏跟的情况，下面进一步对目标估计的目标个数以及目标跟踪误差进行具体的分析。



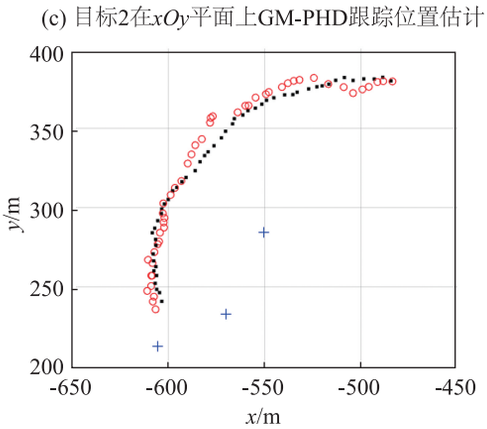
(a) 三维坐标系GM-PHD跟踪位置估计



(b) 目标1在xOy平面上GM-PHD跟踪位置估计



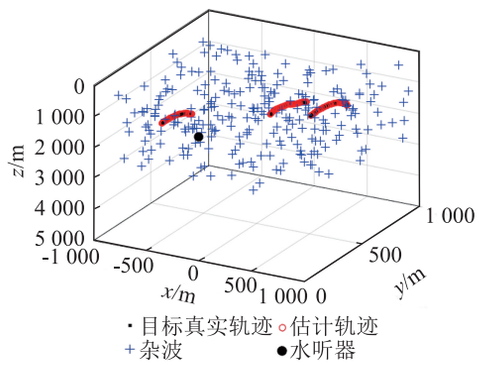
(c) 目标2在xOy平面上GM-PHD跟踪位置估计



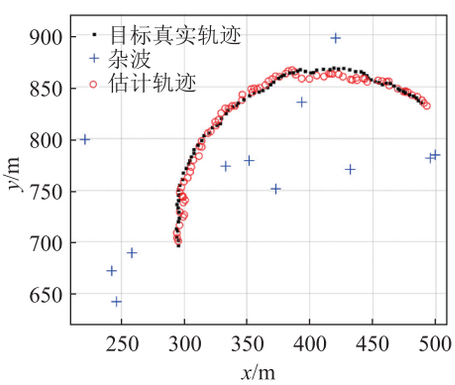
(d) 目标3在xOy平面上GM-PHD跟踪位置估计

图7　GM-PHD跟踪的目标位置估计

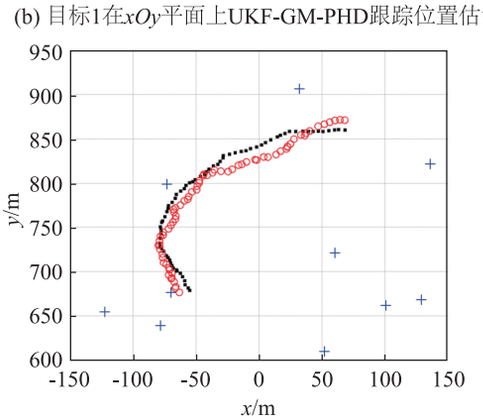
Fig.7　Target positions estimated by GM-PHD tracking algorithm



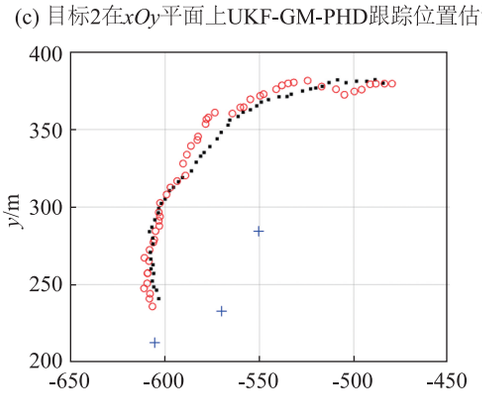
(a) 三维坐标系UKF-GM-PHD跟踪位置估计



(b) 目标1在*xOy*平面上UKF-GM-PHD跟踪位置估计



(c) 目标2在*xOy*平面上UKF-GM-PHD跟踪位置估计



(d) 目标3在*xOy*平面上UKF-GM-PHD跟踪位置估计

图8 UKF-GM-PHD跟踪的目标位置估计

Fig.8 Target positions estimated by UKF-GM-PHD tracking algorithm

为了分析UKF-GM-PHD算法在多目标跟踪中的性能，本文采用最优子模式指派统计量(Optimal Sub-Patter Assignment, OSPA)进行误差分析，OSPA距离定义为

$$d_{\mathrm{OPSA}}(X,\hat{X})=$$

$$\left\{\frac{1}{n}\left[\min_{\sigma\in\Pi_n}\sum_{i=1}^{m}d^{(e)}\left(x_i,\hat{x}_{\sigma(i)}\right)^p+e^p(n-m)\right]\right\}^{\frac{1}{p}} \tag{51}$$

其中：取调节误差$e=10m$，阶数$p=2$。并且当$m\leqslant n$时，有：

$$d_{\mathrm{OPSA}}(X,\hat{X})=d_{\mathrm{OPSA}}(\hat{X},X) \tag{52}$$

当$m>n$时，有：

$$d_{\mathrm{OPSA}}(X,\hat{X})=\begin{cases}\min_{n\in\Pi_n}\max_{1\leqslant i\leqslant n}d^{(c)}\left(x_i,\hat{x}_{\sigma(i)}\right), & m=n\\ c, & m\neq n\end{cases} \tag{53}$$

如图9和图10所示，将传统GM-PHD算法与UKF-GM-PHD算法得到的目标个数和OSPA距离进行对比分析。

从图9和图10中可以看出在仿真的120个周期内，GM-PHD算法共丢失跟踪目标45次，而UKF-GM-PHD算法未出现丢失目标的情况。并且，从OSPA距离可以明显看出，UKF-GM-PHD算法相比于GM-PHD算法明显减小了跟踪误差。因此，可以看出，在相同的跟踪时长内UKF-GM-PHD算法跟踪效果更好，跟踪误差更小，目标丢失率更低。

为了验证UKF-GM-PHD算法的性能，随机产生目标的初始位置和初始速度，表2中给出了GM-PHD算法和UKF-GM-PHD算法进行500次蒙特卡洛仿真实验后的目标丢失率和OSPA距离。

从表2中可以看出，与GM-PHD算法相比，UKF-GM-PHD算法明显降低了目标丢失率，并且OSPA距离也更小，跟踪效果更好。

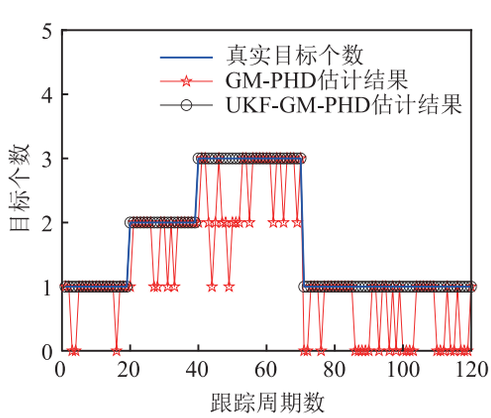


图9 两种跟踪算法的目标数目估计

Fig.9 Numbers of target estimated by the two tracking algorithms

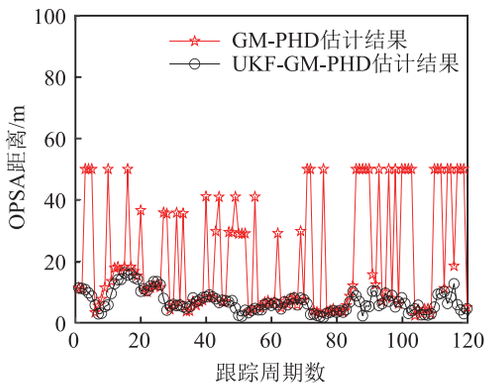


图10　两种跟踪算法的OSPA距离

Fig.10　OSPA distances of the two tracking algorithms

表2　两种跟踪算法的目标丢失率

Table 2　Target loss rates of the two tracking algorithms

算法	目标丢失率/%	OSPA距离/m
GM-PHD	25.42	16.71
UKF-GM-PHD	0.78	6.94

4　结 论

本文针对主动声呐的深海多目标跟踪问题，利用BELLHOP射线声学模型，构造目标回波信号并叠加高斯白噪声。然后，由回波信号计算得到目标的距离、方位角和俯仰角信息，作为目标跟踪系统中的测量信息。利用文中提出的UKF-GM-PHD多目标跟踪算法，对目标位置信息进行解算，将UKF-GM-PHD算法与传统GM-PHD算法的目标丢失率和OSPA距离进行对比分析。结果表明，对于深海主动声呐，与GM-PHD算法相比，UKF-GM-PHD算法明显降低了目标丢失率，并且OSPA距离也更小，跟踪效果更好。

参　考　文　献

[1] 刘伯胜, 雷家煜. 水声学原理[M]. 2版. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学出版社, 2010.

[2] MAHLER R P S. Multitarget Bayes filtering via first-order multitarget moments[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2003, **39**(4): 1152-1178.

[3] VO B N, SINGH S, DOUCET A. Sequential Monte Carlo methods for multitarget filtering with random finite sets[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2005, **41**(4): 1224-1245.

[4] VO B N, MA W K. The Gaussian mixture probability hypothesis density filter[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, **54**(11): 4091-4104.

[5] PORTER M B, BUCKER H P. Gaussian beam tracing for computing ocean acoustic fields[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1987, **82**(4): 1349-1359.

[6] PORTER M B. The bellhop manual and user's guide: Preliminary draft[Z]. Heat, 2011.

[7] JENSEN F B, KUPERMAN W A, PORTER M B, et al. Computational Ocean acoustics[J]. Computers in Physics, 1995, **9**(1): 55-56.

[8] 崔化超, 晏谢飞. 基于BELLHOP模型的水中目标回波亮点特征建模与分析[J]. 指挥信息系统与技术, 2019, **10**(1): 80-84, 100.
CUI Huachao, YAN Xiefei. Highlight feature modeling and analysis for underwater target echoes based on BELLHOP model[J]. Command Information System and Technology, 2019, **10**(1): 80-84, 100.

[9] VORLÄNDER M. Auralization: fundamentals of acoustics, modelling, simulation, algorithms and acoustic virtual reality [M]. Switzerland: Springer Nature, 2020.

[10] (苏)布列霍夫斯基赫(BREKHOVSKIKH L), (苏)雷桑诺夫(LYSANOV Y)著. 海洋声学基础[M]. 朱伯贤, 金国亮, 译. 北京: 海洋出版社, 1985.

[11] MAHLER R. statistical multisource-multitarget information fusion. Artech House, Inc. 2007.

[12] JULIER S, UHLMANN J, DURRANT-WHYTE H F. A new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2000, **45**(3): 477-482.

[13] 高阗琦. 异形十字阵多基地运动目标跟踪关键技术研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2021.
GAO Tianqi. Research on the key technology of multi-base moving target tracking in irregular cross array[D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2021.